FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
B – kategória (mladší)
23. ročník
letný semester
školský rok 2007/2008

www. fks **.sk**

FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

B-3.1 Metrová úloha (opravoval Džony)

Raz som bol v Prahe a tam majú metro a v ňom brutálne dlhé pohyblivé schody. Keď som sa nehybne postavil na začiatok schodov, trvalo celú minútu, než som sa doviezol na koniec. Keď som šiel tým istým schodiskom druhýkrát, schody boli akurát vypnuté a tak som musel ísť hore pešo (rovnomerným pohybom), čo mi zabralo dve minúty. Tretíkrát boli schody zase zapnuté, ale ja som sa ponáhľal a tak som po nich ešte navyše aj kráčal, rovnako rýchlo ako v druhom prípade. Tentoraz mi výstup trval čas t.

a) Zrátajte t.
b) Koľko energie miniem na výstup v treťom prípade v porovnaní s druhým prípadom?

Ahoj!

Samotná úloha sa dá vyriešiť sériou jednoduchých úvah. Keď schody stoja a ja po nich idem pešo, trvá mi to dvakrát tak dlho, ako keby ma schody iba viezli. To znamená, že pešo idem dvakrát pomalšie, ako keď sa veziem. Vyjadrené vedecky, schody ma vezú rýchlosťou v a ja viem pešo kráčať rýchlosťou $v/2$. Obe tieto rýchlosti sú vzhľadom na zem. Ako je to v prípade, keď ma vezú schody a ešte po nich aj kráčam? Po schodoch kráčam rýchlosťou $v/2$ vzhľadom na ne. Samotné schody sa ešte hýbu rýchlosťou v vzhľadom na stále spiaceho stacionárneho Igora. Moja výsledná rýchlosť je teda súčtom rýchlosti schodov a mojej pešej rýchlosti t.j. $1{,}5\ v$. Keďže sa hýbem jedenapolkrát rýchlejšie ako v prvom prípade, na koniec schodov prídem za jedenapolkrát kratší čas, teda $t = 1\text{min} / 1{,}5 = 40\text{s}$.

Ako je to s energiami? V prvom prípade ma vyvezú schody, a teda si to celé za mňa „odmakajú“ ony. Neminiem ani joule energie. V druhom prípade prekonávam gravitačnú silu sám, a tak miniem energiu rovnajúcu sa rozdielu mojej potenciálnej energie medzi spodnou a vrchnou úrovňou schodov. Ak som prešiel n schodov a každý má výšku h, prekonal som výškový rozdiel nh. Tretí prípad je trošku zložitejší, pretože ma trochu vezú aj schody, no trochu šlapem aj ja. Koľko toho prejdem sám? Čas môjho chodenia je v tomto prípade len tretinou z času chodenia v druhom prípade. Pozrime sa na to zo sústavy schodov (to môžeme, lebo je to tiež inerciálna sústava). Za tretinový čas prejdem trikrát menej schodov, teda v tejto sústave prekonám výškový rozdiel $nh/3$. Preto energia, ktorú miniem v porovnaní s druhým prípadom, je len tretinová.

B-3.2 Ďurova cyklistická úloha *ĎCÚ* (opravovala Bea, vzorák Tomáš)

Ďuro Ď šľape na bicykli B do kopca K. Keďže Ďuro Ď je skúsený cyklista SC a vie, že páčky P_1 a P_2 ktoré má na riadidlách R vedia zmierniť jeho utrpenie U, prehodil si nimi reťaz Re tak, aby na prednom súkolesí na prehadzovači bola na najmenšom a na zadnom súkolesí na najväčšom koliesku. Naopak, keď Ďuro Ď pôjde po rovine ρ, prehodí si páčkami P_1 a P_2 reťaz Re presne naopak Naop. Prečo SC Ďuro Ď prehadzuje práve takto? Pokúste sa objasniť jeho počínanie uvažovaním o energiách E alebo momentoch síl MS. Za správne riešenie jedným (hocijakým) spôsobom dostanete štyri body, za správne riešenie druhým spôsobom ďalšie dva.

Pre začiatok si urobme jasno v pojmoch. Čo je vlastne to utrpenie U? Predpokladajme, že cyklista sa chce pohybovať nejakou v rámci svojich možností čo najvyššou rýchlosťou, akú vie na danom teréne dosiahnuť. K utrpeniu dochádza ak na to a) musí šľapať strašne veľkou silou, alebo b) musí šľapať strašne rýchlo.

Pozrime sa najprv, čo sa deje, ak Ďurino ide po rovine a len tak si prehadzuje z kolieska na koliesko. Čím väčšie koliesko je nahodené vzadu a čím menšie vpredu (nazvime to ľahký prevod), tým rýchlejšie treba šľapať na bicykel, aby sa hýbal rovnako ako predtým. Keď si však všetko nastavíme naopak (ťažký prevod), stačí točiť pedálmi pomalšie. Stojí to však nemalé úsilie, ktoré je značne citeľné hlavne po zmene terénu na kopec. Preto tu veľa skúsených cyklistov prehodí ťažký prevod na ľahší ešte skôr, než mu dôjdu sily a pekne pomaly vyšplhá kopec na ľahkom prevode bez veľkej námahy. Toto však nie je riešením príkladu, je to len výklad toho, čo cyklista cíti a vidí. Pozrime sa teraz, čo za tým všetkým stojí.

Zoberme si **energetický prípad**. Pri pohybe do kopca celý bicykel aj s cyklistom potrebuje získať oveľa viac potenciálnej energie, ako potrebuje na prekonanie odporových síl, ktoré tiež bránia v pohybe. Pri otočení o jednu otáčku sa cyklista posunie o nejakú dráhu, ktorej prislúcha prevýšenie h. Čím väčšia dráha, tým väčšie bude toto prevýšenie. A z jednoduchých úvah o tom, ako funguje to celé súkolesie, ľahko zistíme, že dráha prislúchajúca jednému otočeniu pedálov bude tým väčšia, čím ťažší prevod máme. Inými slovami, ťažký prevod → veľké posunutie na jednu otáčku → veľká zmena energie na jednu otáčku → šľape sa ťažko → veľké utrpenie. Naopak, príliš ľahký prevod spôsobuje presne opačný typ utrpenia, keď sa príliš veľa energie spotrebuje už len na samotný pohyb nôh.

A čo **momenty síl**? Najprv jednoduchý príklad. Majme silu F_1, ktorou roztáčame koleso s polomerom R_1 (tak, že touto silou ťaháme za obvodový bod kolesa) a druhé koleso s polomerom R_2 na tej istej oske. Potom sila F_2, ktorou musíme ťahať bod na obvode druhého kolesa tak, aby sústava nezrýchľovala, je daná vzťahom:

$$F_1 R_1 = F_2 R_2,$$

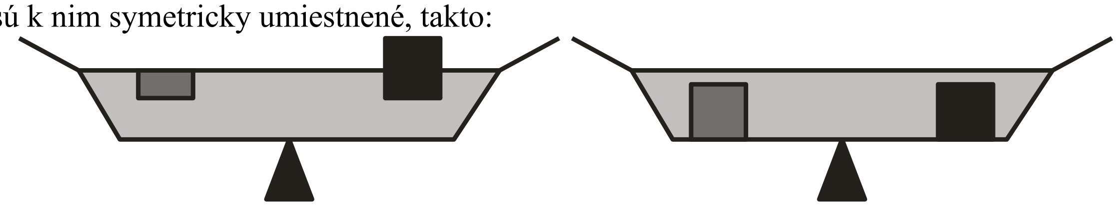
alebo, inými slovami, momenty roztáčajúce spoločnú osku telies sú rovnaké, opačne orientované.

Na bicykli nájdeme dve takéto „mašinky“ pozostávajúce z dvoch „kolies“ na spoločnej oske: pedále sú spojené s predným kolieskom a zadné koleso so zadným kolieskom. Ak teda cyklista tlačí na pedále konštantným momentom M, potom sila F, ktorou predné koliesko ťahá reťaz, je tým väčšia, čím menšie je toto koliesko. A moment sily, ktorý spôsobí táto sila reťaze na zadnom koliesku, je tým väčší, čím väčšia je táto sila a čím väčšie je toto koliesko. Jednou vetou, čím ľahší prevod, tým väčší moment sily vieme preniesť na zadné koleso, a tým väčšiu silu na ňom dokážeme vyvinúť. Čo je presne to, čo potrebujeme, keď šľapeme do kopca, avšak je úplne zbytočné pre cestu po rovine.

B-3.3 Tanierová rovnováha (opravovala Tinka, vzorák Tinka a Marcelka**)**

Máme dva taniere s vodou podopreté presne v strede tyčou. Do jedného dáme na okraj (veľmi pomaličky) drevené a do druhého železné závažie. Popíšte, čo sa s taniermi stane.

Všimnime si, že jediné, čo nás musí zaujímať, sú samotné kocky a myslené kocky vody, čo sú k nim symetricky umiestnené, takto:



Toto nám stačí na vyriešenie príkladu, pretože zvyšná voda je v nádobách rozmiestnená symetricky, čiže jej výsledný moment sily bude nulový.

Stačí teda porovnať momenty síl od kocky a od myslenej kocky vody. Najprv sa pozrime na drevenú kocku. Čo sa to tam hovorilo v tom Archimedovom zákone? Teleso vytlačí hmotnosť vody zodpovedajúcu svojej hmotnosti. Preto sivý kvádrik vody naľavo má rovnakú hmotnosť ako drevená kocka napravo. Ťažisko kvádrika a ťažisko kocky sú rovnako vzdialené od osi otáčania, takže ich momenty síl sa akurát vyrušia. Tanier teda zostane naďalej v rovnováhe.

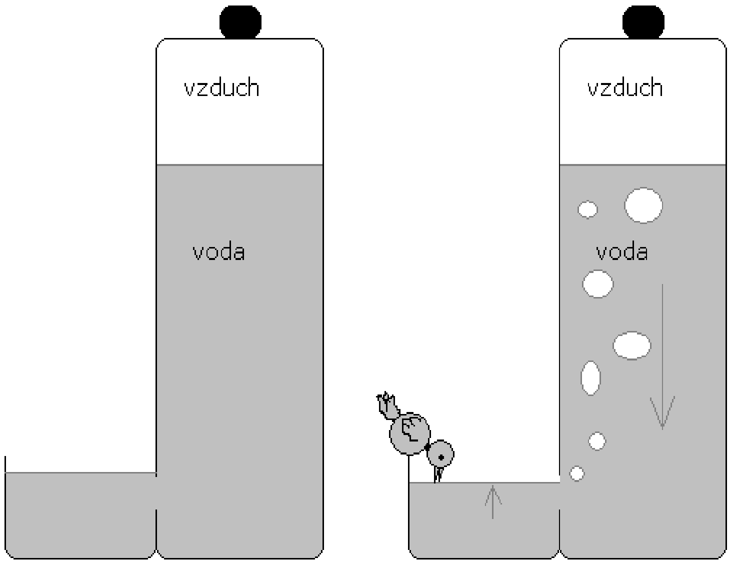
Železná kocka má zrejme väčsiu hmotnosť ako kocka z vody s rovnakým objemom. V tomto prípade teda železo preváži vodu a tanier sa nakloní doprava.

B-3.4 Napájadlo (vzorák Robo, opravoval Jano Hreha)

Napájadlo má zásobník, do ktorého sa dajú dať cca dva litre vody a pitevnú nádobu, z ktorej sa dá piť. Pokiaľ nie je zásobník prázdny, udržuje sa hladina vody v pitevnej nádobe na konštantnej úrovni. Keď napríklad Exotický Vták odpije z pitevnej nádoby, táto sa automaticky doplní zo zásobníka. Celé Napájadlo pritom neobsahuje žiadne pohyblivé mechanické ani elektronické súčiastky. Vymyslite, ako by to celé mohlo fungovať a Napájadlo zostrojte. Spolu s riešením pošlite jednu-dve fotky vášho Napájadla.

Zdravím všetkých konštruktérov napájadiel. Dúfam, že vás potešila možnosť spojenia teórie s praxou a pozerajúc na výsledkovú listinu aj pomerne ľahkého vylepšenia bodového stavu. Ako sa už stáva pri experimentálnych úlohách zvykom, priestor vo vzoráku prenechávam vašim nápadom a tvorivosti.

Prvé tri body ste mohli získať za nápad. Všetky vaše nápady[1] boli modifikáciami nasledovnej schémy, ktorú som si vypožičal z riešenia Kamily Štyrákovej:



Nádoba zásobníka má otvor, ktorý sa nachádza pod hladinou vody v pitevnej nádobe, pričom výška stĺpca vody v pitevnej nádobe a zásobníku zodpovedá rovnováhe tlakov (atmosférického a hydrostatického). (Všimnite si, že vzduch v zásobníku musí preto mať tlak menší ako atmosférický.) Čo sa stane, ak k pitevnej nádobe priletí Exotický Vták (ďalej len „EV“) a odpije z nej trochu vody? Výška hladiny v pitevnej nádobe klesne, čo spôsobí, že do nej natečie trochu vody zo zásobníka. Následkom toho hladina vody v zásobníku klesne a zmenší sa tlak vzduchu zásobníku. Podtlak vzduchu na druhej strane zabráni vytekaniu ďalšej vody z nádoby. Výsledkom teda bude nová rovnováha tlakov, pričom hladina vody v pitevnej nádobe bude o kúsok nižšie.

---

1 … ktoré boli v súlade s podmienkami uvedenými v zadaní!! (teda bez pohyblivých súčiastok). Nerešpektovaním zadania ste (zbytočne) stratili body, aj keď ste napájadlo zostrojili :-(

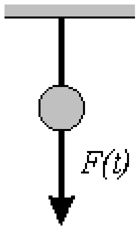
Ak je však EV neskutočne smädný a pije ostošesť, potom hladina v pitevnej nádobe klesne po úroveň otvoru, do napájadla sa dostanú vzduchové bubliny a tlak vo vzduchovej vrstve vzrastie. Tým stúpne hladina v pitevnej nádobe a proces sa opakuje dovtedy, kým EV nenasýti svoj apetít.

Fajn, nápad už máme, ako dopadla jeho samotná realizácia? Po niekoľkonásobnom prezlečení mokrého oblečenia a vytopených kúpeľniach bola snaha korunovaná úspechom. Ďakujeme za všetku priloženú fotodokumentáciu a do vzoráku z nej vyberám napájadlo Jána Bogára.

Na záver spoločne poprajme Exotickému Vtákovi pri jeho návšteve zostrojených napájadiel „Na zdravie!“

B-3.5 Trhák (opravoval Škrek)

Zo stropu miestnosti visí nitka, na ktorej je zavesení guľa hmotnosti m. Z nej visí dole ďalšia, rovnaká nitka. Janko je presvedčený, že keď začne vhodnou silou (nie nutne v čase konštantnou) pôsobiť na spodnú nitku (za jej spodok), tak ju roztrhne. Naopak, Oknaj je presvedčený, že vhodným pôsobením sily (zase na spodok spodnej nitky) dokáže roztrhnúť hornú nitku. Ktorý z chalanov má pravdu? Nitku si predstavte ako veľmi tuhú pružinu, ktorá sa pri istom (percentuálnom) natiahnutí roztrhne.



Tak poďme na to. Pružne si zopakujme čo-to o pružinkách. Pružinka je také, že keď ju predĺžim o Δx tak ma ťahá silou $-\Delta xk$ späť. To mínus je tam preto, že tlačí *proti* predĺženiu. Inak povedané, keď ju stlačím (skrátim), snaží sa roztlačiť a keď ju natiahnem, snaží sa skrátiť. Tuhosť pružinky k nám iba hovorí, ako silno pružinka reaguje.

Do akej miery sa dá nitka chápať ako pružinka? Do značnej. Jediný podstatný rozdiel je, že nitka sa nedá stlačiť, iba skrkvať a skrkvaniu sa nitka nebráni tak ako pružinka stlačeniu. Nitka teda funguje ako pružinka iba jedným smerom a to pri naťahovaní, ale to je presne to, čo ideme robiť, takže fajn.

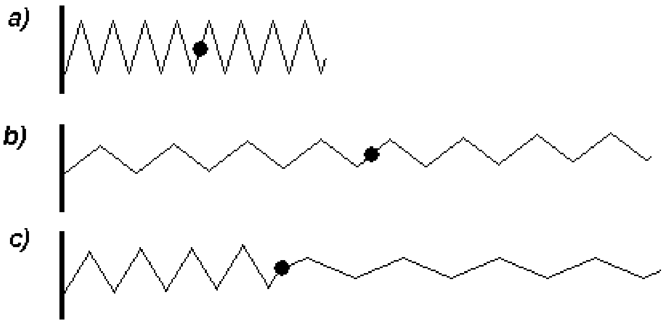
Ťaháme za spodnú nitku nejakou silou F. Ťaháme ale veľmi pomaly. Tým mám na mysli to, že v každom okamihu je spodná nitka predĺžená o Δx, pôsobí na nás silou $-\Delta xk$ a my ju ťaháme silou Δxk, výslednica síl je nulová, a teda sústava sa nehýbe. Keď ťaháme naozaj veľmi pomaly, tak je to fakt tak, akoby sa celá sústava nehýbala a je to dobré priblíženie. Celý problém je v tom, že nitka má čas na to, aby sa informácia o tom, že sme začali ťahať jej spodný koniec, dostala aj k druhému koncu. Inak povedané, nitka sa naťahuje rovnomerne a každý jej úsek sa natiahne rovnakým pomerom. Spodná nitka je ťahaná silou F. Vrchná nitka je napínaná silou $F+ mg$, ak guľa medzi nitkami má hmotnosť m. Predĺženie spodnej nitky je teda F/k a vrchnej $(F+mg)/k$. Keďže vrchná nitka je viac roztiahnutá ako spodná, tak sa skôr roztrhne.

Čo sa ale stane, ak nebudeme ťahať pomaly, ale prudko trhneme? Pozrime sa na obrázok. V prípade a) je niť neroztiahnutá. V prípade b) sme niť pomaly a jemne natiahli a v prípade c) sme ňou prudko trhli. Gulička, keďže má hmotnosť, bráni sa zmene pohybu[2] a chvíľu jej

---

[2] Iste ste si už všimli že, hmotnosť je vlastne veličina charakterizujúca nechuť k pohybu. Napríklad, keď zjete jeden celý drevorubačov klátik (kilo rezňov, chlieb a baranie rohy), vaša chuť k hocijakému aktívnemu pohybu prudko klesne. Človek je vlastne vcelku fyzikálne založený tvor.

trvá, kým sa ustáli v rovnovážnej polohe po natiahnutí. Darmo sa gulička pohybuje obrovským zrýchlením, ono trvá istý čas, kým týmto zrýchlením získa aj nejakú reálnu rýchlosť a tou sa dakam posunie. A to má za následok v prípade c) že spodná (pravá) nitka je spočiatku viac natiahnutá ako vrchná nitka. O koľko viac, to závisí od sily, ktorou sme potiahli. Ale je zrejmé, že čím viac potiahneme, tým viac sa spodná predĺži. Takže v prípade, že máme silu ako „kón“ (alebo kokón, to je duálny obraz kóna a to je to isté...) a trhneme nitkou až „nám bulvy budú scríkat“, roztiahneme spodnú niť za taký krátky čas tak, že vrchná si to vďaka guli ani nevšimne a spodná praskne, lebo guľa sa vďaka svojej chuti zotrvať na mieste skoro ani nepohne. No ale je ešte aj ďalšia možnosť. Guľa sa pri tomto procese predsa len trochu pohne a získa nejakú rýchlosť, ak je táto rýchlosť dostatočná, vrchná nitka ju neuvládze ubrzdiť a roztrhne sa aj ona. Takže nakoniec sa môžu roztrhnúť aj obe nitky.



Drahí moji, keď nájdem odpoveď, ktorá je pravdivá, ešte stále to nemusí byť celá pravda. Za polopravdy polovica bodov! Pravdu má Oknaj aj Janko.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
A – kategória (staršia)
23. ročník
letný semester
školský rok 2007/2008

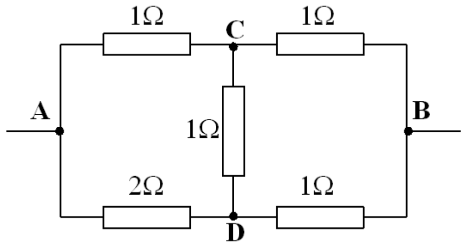
www.FKS**.sk**

FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

A-3.1 Odpory (opravovala Zuzka)

a) *Napojme bod A na potenciál 1V a bod B na -1V. Aký potenciál bude v bodoch C a D?*

b) *Aký je odpor medzi bodmi A a B?*



Odpory nemusia byť odporné, ak vieme, ako na ne. Dokonca aj keď sú zapojené v takej znepokojujúcej schéme, ako je tá v zadaní. Ujasnime si však niekoľko filozofických detailov ešte pred tým, ako sa schuti pustíme do rovníc.[1]

Predstavme si, že bod *A* nabijeme na potenciál 1V a bod *B* na potenciál -1V. Keďže má teraz bod *A* vyšší potenciál ako bod *B*, a keďže sú tieto body vodivo spojené, bude z *A* do *B* prechádzať prúd. Samozrejme, v bode *A* nemôže náboj len tak vznikať a v bode *B* sa nemôže len tak strácať, takže ak by sme schému nechali len tak samu na seba, rozdiel potenciálov by sa rýchlo vybil a prúd by ustal. Zadanie však hovorí, že bod *A* napojíme na potenciál 1V a bod *B* na potenciál -1V. To znamená, že tam tie potenciály budeme silou-mocou udržiavať. Okrem iného to teda znamená, že do bodu A budeme musieť nejako dodávať prúd, a z bodu B ho nejako odoberať. V praxi by sa to riešilo napríklad napojením dvojvoltového zdroja na body A a B.

My sa však budeme zaujímať len o situáciu vnútri nášho obvodu. Z vyššieuvedených úvah nás naozaj zaujíma len to, že v bode *A* bude fixovaný potenciál 1V, v bode *B* -1V, a do oboch týchto bodov môže (a bude) zvonka prichádzať/odchádzať prúd. Pustime sa teda rovno do rovníc.

Označme si potenciály v bodoch *C* a *D* ako U_C a U_D. Potenciály v bodoch *A* a *B* sú $U_A = 1\text{V}$ a $U_B = -1\text{V}$. Ďalej označme prúd z bodu *A* do bodu *C* (v tomto smere) ako I_{AC} a ostatné prúdy označme analogicky. Podobne, odpor medzi bodmi *A* a *C* označíme R_{AC} a analogicky označíme ostatné odpory. Nakoniec si označme prúd pretekajúci celou schémou ako I_{AB}, bude to vlastne prúd vtekajúci zvonka do *A* a vytekajúci von z *B*.

Všimnime si, že máme len dve neznáme – potenciály v bodoch *C* a *D*. Na ich zistenie použijeme dve rovnice – prvý Kirchhofov zákon pre dané body. Tento zákon hovorí, že sa v uzle nehromadí náboj, teda súčet prúdov pritekajúcich do uzla je rovný súčtu prúdov vytekajúcich z uzla.

$$I_{AC} + I_{DC} = I_{CB}$$
$$I_{AD} = I_{DC} + I_{DB}$$

Ohmov zákon nám hovorí, že ak je medzi nejakými dvomi bodmi napätie *U* a odpor *R*, tak medzi nimi bude pretekať prúd $I = \dfrac{U}{R}$. S použitím tohto zákona dostávame:

[1] Tieto filozofické detaily sú pri mechanickom riešení rovníc absolútne nepotrebné, ale mnohí z vás vykazovali problémy pri pochopení zadania práve kvôli takýmto otázkam. Dobrovoľne a bez nátlaku sa preto nad nimi zamyslite.

$$\frac{U_A - U_C}{R_{AC}} + \frac{U_D - U_C}{R_{DC}} = \frac{U_C - U_B}{R_{CB}}$$
$$\frac{U_A - U_D}{R_{AD}} = \frac{U_D - U_C}{R_{DC}} + \frac{U_D - U_B}{R_{DB}}$$

V týchto rovniciach poznáme všetko okrem našich dvoch neznámych. Stačí dosadiť za všetky známe potenciály a odpory a vypočítať jednoduchú sústavu rovníc. Výsledok je

$$U_C = -\frac{1}{13}V \qquad \text{a} \qquad U_D = -\frac{3}{13}V\,.$$

Teraz sa pozrime na časť b). Odpor výslednej sústavy R_V vieme opäť vyjadriť z Ohmovho zákona: $R_V = \frac{U_A - U_B}{I_{AB}}$. I_{AB} je celkový prúd, ktorý preteká cez schému, ale ako sme spomínali už vyššie, je to vlastne to isté ako prúd vtekajúci zvonka do bodu *A*. Z prvého Kirchhofovho zákona pre bod *A* znovu dostávame $I_{AB} = I_{AC} + I_{AD}$. Z časti a) vieme, že

$$I_{AC} = \frac{U_A - U_C}{R_{AC}} = \frac{\frac{14}{13}V}{1\Omega} = \frac{14}{13}A \qquad \text{a} \qquad I_{AD} = \frac{U_A - U_D}{R_{AD}} = \frac{\frac{16}{13}V}{2\Omega} = \frac{8}{13}A,$$

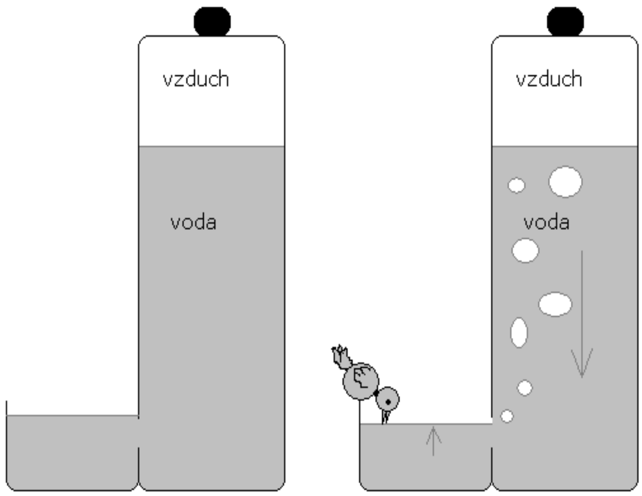
teda $I_{AB} = \frac{22}{13}A$. Odtiaľ dostávame $R_V = \frac{13}{11}\Omega$.

A-3.2 Napájadlo (opravoval Robo)

Napájadlo má zásobník, do ktorého sa dajú dať cca dva litre vody a pitevnú nádobu, z ktorej sa dá piť. Pokiaľ nie je zásobník prázdny, udržuje sa hladina vody v pitevnej nádobe na konštantnej úrovni. Keď napríklad Exotický Vták odpije z pitevnej nádoby, táto sa automaticky doplní zo zásobníka. Celé Napájadlo pritom neobsahuje žiadne pohyblivé mechanické ani elektronické súčiastky. Vymyslite, ako by to celé mohlo fungovať a Napájadlo zostrojte. Spolu s riešením pošlite jednu-dve fotky vášho Napájadla.

Zdravím všetkých konštruktérov napájadiel. Dúfam, že vás potešila možnosť spojenia teórie s praxou a pozerajúc na výsledkovú listinu aj pomerne ľahkého vylepšenia bodového stavu. Ako sa už stáva pri experimentálnych úlohách zvykom, priestor vo vzoráku prenechávam vašim nápadom a tvorivosti.

Prvé tri body ste mohli získať za nápad. Všetky vaše nápady[2] boli modifikáciami nasledovnej schémy, ktorú som si vypožičal z riešenia Kamily Štyrákovej:



2 … ktoré boli v súlade s podmienkami uvedenými v zadaní!! (teda bez pohyblivých súčiastok). Nerešpektovaním zadania ste (zbytočne) stratili body, aj keď ste napájadlo zostrojili :-(

Nádoba zásobníka má otvor, ktorý sa nachádza pod hladinou vody v pitevnej nádobe, pričom výška stĺpca vody v pitevnej nádobe a zásobníku zodpovedá rovnováhe tlakov (atmosférického a hydrostatického). (Všimnite si, že vzduch v zásobníku musí preto mať tlak menší ako atmosférický.) Čo sa stane, ak k pitevnej nádobe priletí Exotický Vták (ďalej len „EV“) a odpije z nej trochu vody? Výška hladiny v pitevnej nádobe klesne, čo spôsobí, že do nej natečie trochu vody zo zásobníka. Následkom toho hladina vody v zásobníku klesne a zmenší sa tlak vzduchu zásobníku. Podtlak vzduchu na druhej strane zabráni vytekaniu ďalšej vody z nádoby. Výsledkom teda bude nová rovnováha tlakov, pričom hladina vody v pitevnej nádobe bude o kúsok nižšie.

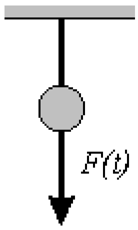
Ak je však EV neskutočne smädný a pije ostošesť, potom hladina v pitevnej nádobe klesne po úroveň otvoru, do napájadla sa dostanú vzduchové bubliny a tlak vo vzduchovej vrstve vzrastie. Tým stúpne hladina v pitevnej nádobe a proces sa opakuje dovtedy, kým EV nenasýti svoj apetít.

Fajn, nápad už máme, ako dopadla jeho samotná realizácia? Po niekoľkonásobnom prezlečení mokrého oblečenia a vytopených kúpeľniach bola snaha korunovaná úspechom. Ďakujeme za všetku priloženú fotodokumentáciu a do vzoráku z nej vyberám napájadlo Jána Bogára.

Na záver spoločne poprajme Exotickému Vtákovi pri jeho návšteve zostrojených napájadiel „Na zdravie!“

A-3.3 Trhák (opravoval Škrek)

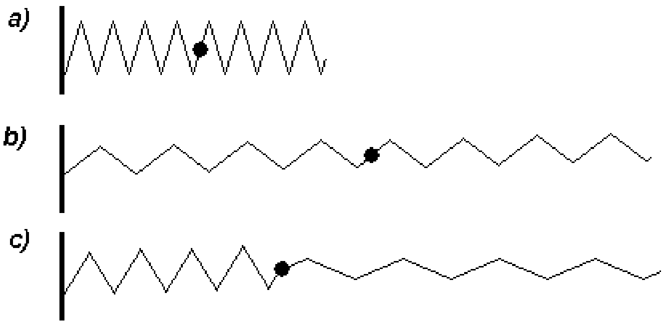
Zo stropu miestnosti visí nitka, na ktorej je zavesení guľa hmotnosti m. Z nej visí dole ďalšia, rovnaká nitka. Janko je presvedčený, že keď začne vhodnou silou (nie nutne v čase konštantnou) pôsobiť na spodnú nitku (za jej spodok), tak ju roztrhne. Naopak, Oknaj je presvedčený, že vhodným pôsobením sily (zase na spodok spodnej nitky) dokáže roztrhnúť hornú nitku. Ktorý z chalanov má pravdu? Nitku si predstavte ako veľmi tuhú pružinu, ktorá sa pri istom (percentuálnom) natiahnutí roztrhne.



Tak poďme na to. Pružne si zopakujme čo-to o pružinkách. Pružinka je také, že keď ju predĺžim o Δx tak ma ťahá silou $-\Delta xk$ späť. To mínus je tam preto, že tlačí *proti* predĺženiu. Inak povedané, keď ju stlačím (skrátim), snaží sa roztlačiť a keď ju natiahnem, snaží sa skrátiť. Tuhosť pružinky k nám iba hovorí, ako silno pružinka reaguje.

Do akej miery sa dá nitka chápať ako pružinka? Do značnej. Jediný podstatný rozdiel je, že nitka sa nedá stlačit, iba skrkvať a skrkvaniu sa nitka nebráni tak ako pružinka stlačeniu. Nitka teda funguje ako pružinka iba jedným smerom a to pri naťahovaní, ale to je presne to, čo ideme robiť, takže fajn.

Ťaháme za spodnú nitku nejakou silou F. Ťaháme ale veľmi pomaly. Tým mám na mysli to, že v každom okamihu je spodná nitka predĺžená o Δx, pôsobí na nás silou $-\Delta xk$ a my ju ťaháme silou Δxk, výslednica síl je nulová, a teda sústava sa nehýbe. Keď ťaháme naozaj veľmi pomaly, tak je to fakt tak, akoby sa celá sústava nehýbala a je to dobré priblíženie. Celý problém je v tom, že nitka má čas na to, aby sa informácia o tom, že sme začali ťahať jej spodný koniec, dostala aj k druhému koncu. Inak povedané, nitka sa naťahuje rovnomerne a každý jej úsek sa natiahne rovnakým pomerom. Spodná nitka je ťahaná silou *F*. Vrchná nitka je napínaná silou *F+ mg*, ak guľa medzi nitkami má hmotnosť *m*. Predĺženie spodnej nitky je teda *F/k* a vrchnej *(F+mg)/k*. Keďže vrchná nitka je viac roztiahnutá ako spodná, tak sa skôr roztrhne.

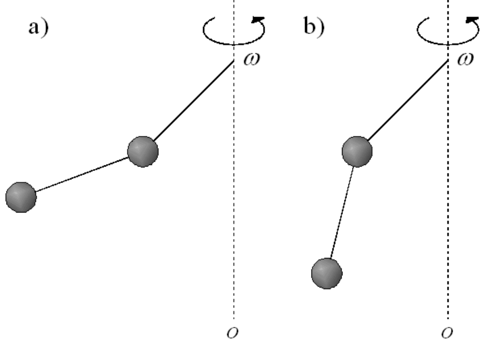


Čo sa ale stane, ak nebudeme ťahať pomaly, ale prudko trhneme? Pozrime sa na obrázok. V prípade a) je niť neroztiahnutá. V prípade b) sme niť pomaly a jemne natiahli a v prípade c) sme ňou prudko trhli. Gulička, keďže má hmotnosť, bráni sa zmene pohybu[3] a chvíľu jej trvá, kým sa ustáli v rovnovážnej polohe po natiahnutí. Darmo sa gulička pohybuje obrovským zrýchlením, ono trvá istý čas, kým týmto zrýchlením získa aj nejakú reálnu rýchlosť a tou sa dakam posunie. A to má za následok v prípade c) že spodná (pravá) nitka je spočiatku viac natiahnutá ako vrchná nitka. O koľko viac, to závisí od sily, ktorou sme potiahli. Ale je zrejmé, že čím viac potiahneme, tým viac sa spodná predĺži. Takže v prípade, že máme silu ako „kón" (alebo kokón, to je duálny obraz kóna a to je to isté...) a trhneme nitkou až „nám bulvy budú scríkat", roztiahneme spodnú niť za taký krátky čas tak, že vrchná si to vďaka guli ani nevšimne a spodná praskne, lebo guľa sa vďaka svojej chuti zotrvať na mieste skoro ani nepohne. No ale je ešte aj ďalšia možnosť. Guľa sa pri tomto procese predsa len trochu pohne a získa nejakú rýchlosť, ak je táto rýchlosť dostatočná, vrchná nitka ju neuvládze ubrzdiť a roztrhne sa aj ona. Takže nakoniec sa môžu roztrhnúť aj obe nitky.

Drahí moji, keď nájdem odpoveď, ktorá je pravdivá, ešte stále to nemusí byť celá pravda. Za polopravdy polovica bodov! Pravdu má Oknaj aj Janko.

A-3.4 Súgulie (5 bodov) (opravoval Bzdušo)

Na špagátiku sú pevne pripevnené 2 guličky. Chytíme špagátik za horný koniec a celé to roztočíme. Po chvíli sa systém ustáli, horný koniec stojí a celá sústava sa otáča okolo zvislej osi o uhlovou rýchlosťou ω. Nás by zaujímalo, ako to celé bude vyzerať: či tak, ako na obrázku a) alebo ako na obrázku b). A tiež, samozrejme, prečo?



Začnem *in medias res*.

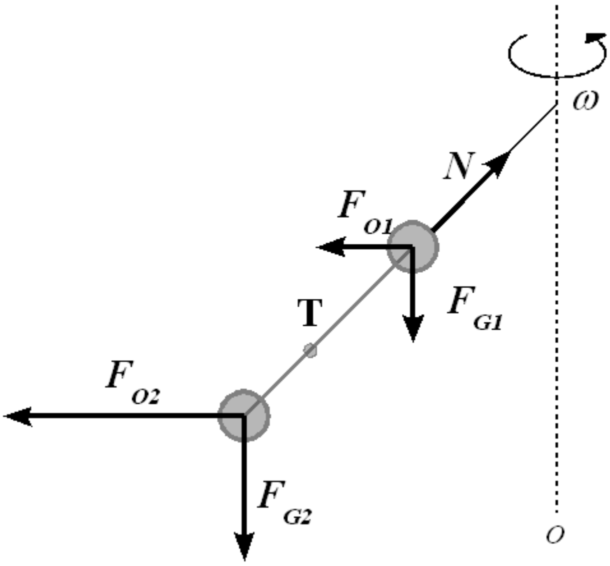
Mnohí ste sa vo svojich riešeniach snažili napísať rovnice pre sily. Z nich ste sa snažili dokázať, že v stave rovnováhy musí byť ten-ktorý špagátik šikmejší ako druhý. Výsledok je pritom vcelku intuitívny. (Kto si to nemyslí, tak vopred doplním, že (a) je správne.) Nevedeli by sme ho teda dokázať nejako jednoduchšie? Ideálne úplne bez rovníc. My sa o to pokúsime, ale úplne bez fyziky to, samozrejme, nepôjde. Budeme však využívať skôr zdravý sedliacky rozum, nie úpravy rovníc. Vopred upozorňujem, že tento vzorák treba čítať pomaly a všetky úvahy v ňom si treba poriadne premyslieť.

Prvá úvaha: **Predpokladajme že guľôčky sú medzi sebou spojené paličkou** a nie špagátikom. Veď špagátik je po celý čas napnutý, takže na dianí to nemôže nič zmeniť. S takouto prípravou sa však jednoduchšie spraví nasledujúci krok: **Považujme guľôčky**

[3] Iste ste si už všimli že, hmotnosť je vlastne veličina charakterizujúca nechuť k pohybu. Napríklad, keď zjete jeden celý drevorubačov klátik (kilo rezňov, chlieb a baranie rohy), vaša chuť k hocijakému aktívnemu pohybu prudko klesne. Človek je vlastne vcelku fyzikálne založený tvor.

s paličkou za jedno tuhé teleso. Toto teleso, **nazvime ho súgulie**, sa môže rôzne natáčať, presne ako to vyjadrujú situácie (a) a (b). Nás zaujíma, ako sa natočí v rovnovážnom stave. A veličina, ktorá charakterizuje otáčavý pohyb, je moment sily. Tadiaľ povedie naša cesta.

Preskúmajme hraničnú situáciu medzi (a) a (b) v otáčajúcej sa sústave. Na obrázku je súgulie označené šedou, **T** označuje jeho ťažisko ležiace niekde na paličke (keďže guľôčky sú vo všeobecnosti rôzne ťažké, ťažisko nemusí byť v strede medzi nimi). Zmysel všetkých síl by mal byť jasný. Pre istotu však spomeniem, že $\boldsymbol{N}$ je reakcia špagátika, tzn. sila kvôli ktorej celé súgulie neodletí preč.



Určime výsledný moment vzhľadom na ťažisko. Sila $\boldsymbol{N}$ má nulové rameno, teda má nulový moment. Ďalej tiažové sily. Tie majú okolo ťažiska v súčte nulový moment sily. Že prečo? No práve to je definícia ťažiska! Keď si položíte paličku na prst, stabilná bude vtedy, keď ju podopriete v bode vzhľadom na ktorý je súčet momentov síl pôsobiacej na všetky jej kúsky nulový – v ťažisku. Premyslite si to!

Zostáva určiť momenty odstredivých síl. Pripomeňme si, že odstredivá sila sa počíta ako $m\omega^2 r$, kde r je vzdialenosť od osi otáčania. Keby faktor $\omega^2 r$ bol rovnaký pre obe guľôčky, tak by bol výsledný moment týchto síl nulový. Tento faktor by sme si mohli totiž predstaviť ako g a jeho účinky ako nejaké dodatočné gravitačné pole. Ako sme už spomínali, takéto sily majú vzhľadom na ťažisko nulový moment.

Ale pozor! Faktor $\omega^2 r$ je väčší pre dolné teleso. Takže aj sila naň pôsobiaca je väčšia a aj jej moment sily bude väčší. Z toho dôvodu sa z tejto polohy palička vychýli smerom do situácie (a). Tým je dôkaz viac-menej hotový.

Napokon ešte drobná diskusia, že (a) je naozaj jediná rozumná situácia. V nej totiž bude moment sily $\boldsymbol{N}$ kompenzovať nerovnováhu momentov odstredivých síl. V situácii (b) je smer roztáčania tejto sily totožný so smerom nerovnováhy v hraničnej situácii, takže súgulie sa vytočí do polohy (a). Ešte ostáva exotická situácia, keď je dolná guľôčka bližšie k osi otáčania ako horná. Vtedy ale všetky sily pôsobiace na dolnú guľôčku smerujú od osi otáčania, takže situácia je určite nestabilná. Avšak existuje stabilná poloha, keď sa dolná guľôčka dostane na opačnú stranu osi otáčania ako horná. Premyslite si, ako je to možné.

Dodatok pre drsňákov,

ktorí majú radi explicitné vyjadrenia. Pre odchýlky horného a dolného špagátika od zvislice (označím ich zhora nadol ako α, resp. β) v stave rovnováhy platí

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{F_{O2}}{F_{G2}} \qquad \text{a} \qquad \mathrm{tg}\alpha = \frac{F_{O1}+F_{O2}}{F_{G1}+F_{G2}}.$$

Prečo je to tak, na to musíte prísť sami. Stačí sa trochu pohrať s rovnováhou síl na oboch guľôčkach. Ak ešte zavedieme premenné R a r, ktoré budú vyjadrovať vzdialenosť guľôčok od osi rotácie, tak sa dá ukázať nerovnosť

$$\mathrm{tg}\alpha < \mathrm{tg}\beta \qquad \Rightarrow \qquad \alpha < \beta.$$

Skúste si to. A tešte sa na sústredko!