FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

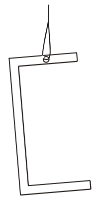
vzorové riešenia 1. série
B – kategória (mladší)
21. ročník
letný semester
školský rok 2005/2006

www. **.sk**

FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@pobox.sk
riesenia@gmail.com
info@fks.sk

B-1.1 Zbiera céčka? (opravoval Paľo)

Dobre známy rapper DJ. Ony nosí na krku veľký zlatý prívesok v tvare písmena C. O tom, čo ho k tomu viedlo, sa v bulvárnych médiách vedú dlhoročné spory. Prívesok je zhotovený z troch tenkých paličiek, z toho jedna má dvojnásobnú dĺžku ako ostatné. V strede jednej paličky je otvor na zavesenie. Nás zaujíma, o aký uhol sa vychýli prívesok (jeho najdlhšia palička) od zvislého smeru, keď ho takto zavesíme.

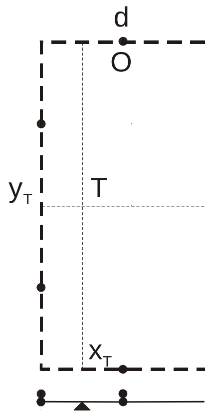


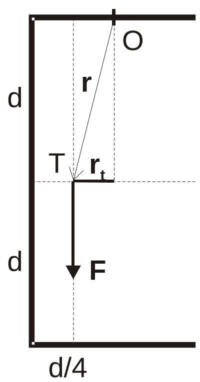
Čaute, aj keď záhadu, prečo rapper DJ nosí na krku prívesok práve v tvare písmena C rozlúštiť nemôžeme, aspoň môžeme do bulváru prispieť s absolútne fascinujúcim údajom o výchylke prívesku.

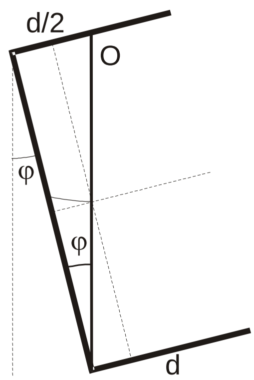
Zo života vieme, alebo aspoň tušíme, že prívesok sa vychýli (pootočí sa okolo otvoru na zavesenie O) a ustáli sa v rovnovážnej polohe, t.j. v polohe, keď všetky sily a a momenty síl pôsobiace na prívesok sa kompenzujú, vynulujú. (V rovnovážnom stave sa tiažová sila vynuluje s reakčnou silou retiazky, ktorá má rovnakú veľkosť, ale opačný smer.)

Aby sme túto skutočnosť mohli použiť, musíme nájsť pôsobisko tiažovej sily, teda ťažisko telesa. Ťažisko telesa je taký myslený bod, v ktorom keď zavesíme alebo podoprieme teleso, tak to teleso, ak bolo predtým v pokoji, ostane v pokoji.

Hľadať ťažisko znamená, hľadať jeho *x*-ovú a *y*-ovú súradnicu (x_T,y_T).Tieto súradnice môžeme nájsť celkom nezávisle. Ak hľadám x_T, tak sa vlastne pýtam, kde musím naše C-čko na *x*-ovej osi podoprieť, aby bolo v rovnováhe? Pritom však nemyslíme na podopretie v bode, ale na podopretie na celej priamke, ktora je rovnobežná s *y*-vou osou a má *x*-vú súradnicu x_T.







Prívesok je zhotovený z troch tenkých paličiek, z toho jedna má dvojnásobnú dĺžku a teda aj hmotnosť ako ostatné. To si môžeme predstaviť, že celý prívesok je zhotovený zo štyroch rovnakých paličiek, ktorých celé hmotnosti sústredíme do ich ťažísk, na našom prvom obrázku znázornené ako guličky. Ak hľadáme x_T na výšku prívesku môžeme úplne zabudnúť (na y-ový rozmer). Spravíme vlastne kolmý priemet C-čka na *x*-ovú os (ako na prvom obrázku) a hneď vidíme, že náš sploštený prívesok máme podoprieť presne v strede medzi polohami dvojitých guličiek, teda ¼ dĺžky prívesku. Rovnakým spôsobom môžeme ľahko nahliadnuť, že y_T.je v polovici výšky prívesku.

Teraz, keď už vieme polohu ťažiska, môžeme už načrtnúť tiažovú silu a jej rameno vzhľadom na os otáčania (druhý obrázok) a jednoducho určiť jej veľkosť ako súčin tiažovej sily a priamemu priemetu vzdialenosti ťažiska od osi otáčania na *x*-ovú os, t.j. $M = F.r_t$.

Je zrejmé, že tento moment môže byť nulový, len ak r_t je rovné nule, čo neznamená nič iné, že ťažisko prívesku je presne pod osou otáčania. Takže stačí pootočiť C-čko o uhol φ ,tak aby sa ťažisko dostalo presne pod os otáčania, nakresliť si pekný obrázok (tretí obrázok) a určiť uhol φ.

(K rovnakému výsledku sa dopracujeme ak uvážime, že každý systém sa snaží dostať do stavu s čo najmenšou energiou, čo pre náš prívesok znamená, že sa sa pootočí o uhol φ tak, aby jeho potenciálna energia bola minimálna, jeho ťažisko bolo čo najnižšie)

Vidíme, že nami hľadaný uhol je rovnako veľký ako uhol v pravouhlom trojuholníku na treťom obrázku.

Tento uhol sa dá ľahko vyjadriť ako $tg\ \varphi = 0{,}5d\ /\ 2d = 1/4$ a teda $\varphi = arctg\ (1/4) \sim 14°$

To by bolo všetko, veľa šťastia v ďalšej sérii.

B-1.2 Jablčný hod (opravoval Tomáš)

Sedím si na konári a zrazu dostanem skvelý nápad. Z jedného miesta naraz hodím rovnakou rýchlosťou v štyri hnilé jablká. Všetky majú rovnako veľkú počiatočnú rýchlosť v, jedno som hodil smerom nadol, druhé vodorovne napravo od seba, tretie naľavo a štvrté nahor. Ktorá dvojica jabĺk sa bude od seba vzďaľovať najrýchlejšie (pred tým než niektoré dopadne na Zem, prípadne mne na hlavu)?

Milé naše. Tento príklad bol jednoduchý a poučný. Dúfam, že ste ho všetci zvládli a poučili sa. Ak nie, máte na to jedinečnú príležitosť.

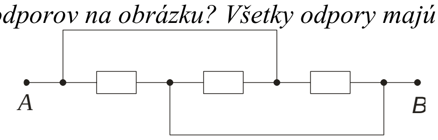
Prvý postup je založený na tom, že všetky jablká vykonávajú známe pohyby, ktoré vieme porátať. (porátať = určiť závislosť súradníc jabĺk od času). Ak teda prekonám úvodné žalúdočné problémy a pohyby všetkých jabĺk porátam, nič mi nebráni určiť, ako sa vyvíja ich vzdialenosť v čase. Aby sme určili vzdialenosť dvoch jabĺk (ktorých polohu poznáme) využijeme Pytagorovu vetu a po pár výpočtoch dostávame výsledok.

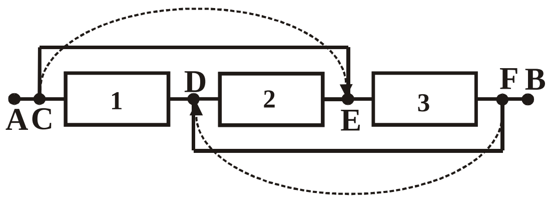
Druhý postup je založený na finte. Predstavme si, že okrem štyroch jabĺk by existovala ešte aj hruška. V okamihu keď som jablká šmaril na všetky strany, hrušku som len tak voľne pustil. Pohyb jabĺk je zložený z dvoch nezávislých pohybov: rovnomerný pohyb v smere, v ktorom bolo dotyčné jablko hodené, a voľného pádu. Hruška vykonáva iba voľný pád. To znamená, že ak sa na jablká pozriem zo sústavy pevne spojenej s hruškou, uvidím presne štyri jablká, ktoré vykonávajú IBA rovnomerný pohyb, každé v tom smere, v ktorom bolo hodené. To znamená, že jablká budú stále tvoriť vrcholy štvorca, pričom každé sa bude pohybovať rýchlosťou v smerom od stredu štvorca. Celé toto divadelné predstavenie síce bude ešte voľne padať nadol (sme predsa v sústave spojenej s hruškou), dôležité však je, že pre vzdialenosť dvoch jabĺk nie je pohyb celej sústavy dôležitý. Ľahko teda vidíme, že najrýchlejšie sa od seba vzďaľujú dvojice jabĺk doprava-doľava a hore-dolu (protiľahlé vrcholy štvorca) a to presne rýchlosťami $2v$. Ostatné jablčné dvojice sa vzďaľujú rýchlosťami $\sqrt{2}v$.

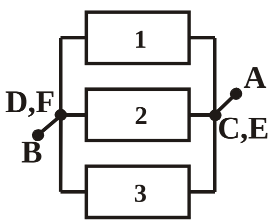
Je dobré si všimnúť, koľko roboty odpadne, keď sa zvolí správna vzťažná sústava. Aj keď teraz tomu tak nebolo, bez správnej vzťažnej sústavy vie byť príklad oveľa, oveľa ťažší, priam až neriešiteľný (ako hovoria ostrieľaní matfyzáci: dobrá tyč).

B-1.3 Odporná situácia (opravoval Džony)

Aký je odpor medzi bodmi A, B v sústave odporov na obrázku? Všetky odpory majú odpor R, vodiče sú bez odporu.







Ahoj! Áno, toto bol skutočne jednoduchý príklad.
Pozrime sa bližšie na vodiče spájajúce body C s E a D s F. Keďže vodiče nemajú odpor, na ich koncoch bude rovnaký potenciál. To znamená, že elektróny sa môžu voľne pohybovať medzi bodmi C a E bez toho, aby čokoľvek konalo prácu. Z toho vyplýva, že body C a E môžeme stotožniť, pretože tie elektróny, ktoré sú v C, môžu byť bez „námahy“ aj v E a naopak. Ako to vyzerá, keď bod C a E je vlastne ten istý bod, ukazuje obrázok (akoby sme ten kúsok elektrickej schémy ohli a skrátili príslušné drôtiky). Úplne analogicky to urobíme aj s bodmi D a F a čože to dostávame? No jednoduchú paralelnú schému. Tu uplatníme pravidlo o počítaní paralelne zapojených odporov. Celkový odpor (R_c) sa dá teda vypočítať ako: $1/R_c=1/R+1/R+1/R$. Po úprave dostávame: $R_c=R/3$. Jupí. Plný počet. Prajem príjemnú jar, nech vzklíčia vaše vedomosti.

B-1.4 ... jééé, ja vidím atómový vrtuľník (opravovala Evka)

Evka hrala spolu so skupinkou skautíkov hru, pri ktorej sa pozerali na oblaky a snažili sa v nich uvidieť nejaký atómový vrtuľník. Malý skautík Fajo však namiesto toho, aby sa úporne snažil vyhrať, kládol zákerné otázky. Napríklad „Prečo oblaky nepadnú s veľkým hrmotom k zemi? Však sú tvorené vodou, ktorá je skoro 1000-krát ťažšia ako vzduch." Ozaj, prečo?

Niektorí ľudia sa proste nedokážu sústrediť na podnetnú výchovnú hru a musia mať všetečné otázky... Napríklad že prečo oblaky nespadnú. Prečo by mali padať? Dobre, dobre, vidím, že aj vy sa sústredíte radšej na oblaky, tak si to teda rýchlo vysvetlime, aby sme mohli nerušene hľadať atómové vrtuľníky.

Fajo má pravdu, že oblaky sú tvorené vodou. Tá voda je však rozptýlená v malých kvapkách. Ako sa tam vlastne dostala? ...Slniečko svieti, kravičky prežúvajú a zem sa zohrieva. Od zeme sa zohreje aj vzduch, ktorý je nad ňou a teplý vzduch stúpa hore. Nie však hocijako obyčajne, ale adiabaticky. To znamená, že neprijíma ani neodovzdáva okoliu žiadnu energiu. Pritom sa však rozpína, pretože hore je nižší tlak. Na toto rozpínanie sa spotrebuje časť vnútornej energie, vzduch sa teda ochladí. Vo vzduchu sa nachádza vodná para a keď sa teplota zníži natoľko, že sa pri danom tlaku stane vodná para nasýtenou, začne kondenzovať – zmení skupenstvo na kvapalné, tvoria sa drobné kvapôčky vody, ktoré už vidíme v podobe oblaku. Para s obľubou kondenzuje na kondenzačných jadrách, ktorými sú rôzne častice prachu a nečistôt, ktorých je v atmosfére habadej...

Tak sa nám vytvoril pekný obláčik z vodných kvapiek. Otázka je, prečo tie kvapky len tak visia vo vzduchu a nespadnú. Odpoveď je jednoduchá: lebo sú príliš malé. To znamená, že gravitačná sila je menšia, než iné sily, ktoré na ne pôsobia. V prvom rade je to odporová sila prostredia. Vyjadrime si tieto sily:

$$F_G = mg = V\rho g \qquad\qquad F_O = C\rho_{vz} S v^2 .$$

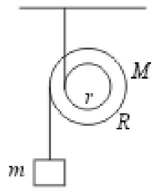
Kvapka ktorá padá rovnomerným pohybom si musela nájsť takú ideálnu hodnotu rýchlosti, pri ktorej sa F_G a F_O vyrovnajú, a teda výslednica síl pôsobiacich na kvapku bude nulová. Toto vyrovnanie nastane pri tým menších rýchlostiach, čím menší je polomer kvapky. To všetko vďaka tomu, že gravitačná sila závisí od objemu kvapky a teda od r^3, zatiaľ čo odporová sila závisí od jej povrchu, teda od r^2. Oblaky teda v skutočnosti nestoja na mieste, ale padajú k zemi a to rýchlosťou rádovo niekoľko metrov za deň. Predtým, než by oblak s rachotom cinkol na zem mu teda s najvyššou pravdepodobnosťou dojde záručná doba a oblak sa vyprší.

Pri veľmi malých rozmeroch kvapôčok vzorec pre odporovú silu neplatí, tu nastáva jav zvaný Brownov pohyb: do kvapky z každej strany narážajú molekuly vzduchu. Občas z jednej strany narazí viac molekúl ako z druhej a kvapka sa pohne tým smerom. Tento pohyb sa dá pozorovať len u malých častíc, lebo tam sú rozdiely v počte narážajúcich molekúl významnejšie (napr. 2 ku 5 sa na malej guličke prejaví oveľa viac ako 556 ku 559 na veľkej guličke). Gravitácia sa snaží rozbehnúť kvapôčku, jej "snaha" je však neustále rušená prudkými nárazmi rýchlych molekúl. Schválne, zamyslite sa, koľko trvá telesu kým prejde voľným pádom meter a koľko by trval tento pád, keby teleso bolo každý milimeter zbrzdené na nulovú rýchlosť.

Oblaky nemusia byť tvorené iba vodou. Tá voda môže kľudne zamrznúť a poletovať si tam ako drobné kúsky ľadu! Dokonca keď prší, väčšina kvapiek, ktoré dopadnú na zem, bola predtým krúpami, len sa cestou roztopili. Keď totiž častice v oblaku, či už kvapky vody alebo kúsky ľadu, začnú byť príliš veľké, „gravitácia si ich zrazu všimne a začne sa o nich zaujímať..." A to je koniec kariéry kvapky vznášajúcej sa v oblaku. Prší.

Tak, už vieme, prečo oblaky nespadnú a môžeme sa sústrediť na atómové vrtuľníky. Súťaž stále pokračuje, takže keby ste nejaký zazreli, prihláste sa.

B-1.5 Činkohra (opravoval Škrek)

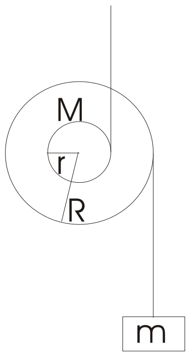


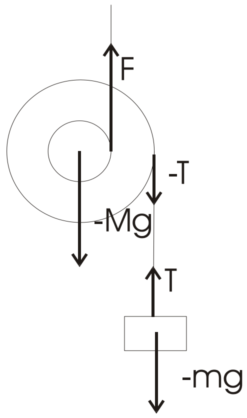
Na dvoch rovnobežných zvislých špagátikoch je namotaná činka. Valec spájajúci jej závažia má polomer r a zanedbateľnú hmotnosť. Na bočných závažiach (valce s polomerom R a celkovou hmotnosťou M) je opäť na dvoch špagátikoch namotané podlhovasté teleso s hmotnosťou m, takže celé to z boku vyzerá ako sústava na obrázku. S akým zrýchlením sa bude pohybovať činka? Je možné, aby sa pohybovala smerom nahor?

Červená žiara pomaly utíchala. Obecenstvo postupne začalo otvárať oči. Uprostred javiska stál kúzelník. Oči vypliešťal na zjavenie uprostred efektne rozpadnutej ebenovej krabice. Jeho zrak bol upretý na ironicky sa vysmievajúcu činku na špagátiku. Svedkovia tejto tragédie neskôr vypovedali na polícií že videli miestneho mága ako sa podnapitý vyhrážal majiteľovi posilovne. Pátranie pokračuje.

Škoda, že mág nebol fyzik, inak by vedel aké kúzla sa dajú s tou činkou stvárať. Takže poďme nato. Činku máme zavesenú ako na obrázku. Teraz sa pozrieme, aké sily nám pôsobia na sústavu. Sú naznačené na obrázku. Ako kladný smer pôsobenia sily si zoberieme smer hore, a ako kladný smer otáčania si zoberieme smer proti smeru hodinových ručičiek. Sily sú zaznačené na druhom obrázku. Takže použijeme starého dobrého Newtona. Na činku pôsobia tri sily

$$F - Mg - T = MA, \qquad (1)$$





kde F je napätie v lanku, na ktorom je zavesená činka, T je celkové napätie laniek, na ktorých je zavesené závažie (no závažie je zavesené na dvoch, aby sa činka nepretáčala, ale keď to celé scucneme do dvoch rozmerov, tak to je akoby na jednom,, takže je to jedno, dôležité je že pôsobí smerom dole, preto to mínus) a A je celkové zrýchlenie činky (to chceme vypočítať). Teraz rovnica pre zavesené teleso

$$T - mg = ma,$$

Kde T je opäť to isté ako pred chvíľou akurát teraz pôsobí opačním smerom, a a je výsledné zrýchlenie malého telieska. Pozrime sa teraz na momenty

$$Fr - TR = I\varepsilon, \qquad (3)$$

kde I je moment zotrvačnosti činky a ε je uhlové zrýchlenie. Ďalej máme rovnice pre otáčanie sa činky, pričom predpokladáme že činka sa na špagátoch neprešmykuje a že špagáty su stále rovnako napnuté. Potom

$$A = -\varepsilon r, \qquad (4)$$

mínus preto, že činka zrýchľuje na vertikále vždy proti smeru otáčania, respektíve keď padá dole tak sa otáča v kladnom smere a naopak.. Pre vonkajšie kotúče máme zas

$$a = \varepsilon R + A. \qquad (5)$$

Mínus pred A nie je pre to, že iba v premenných A a a sme zahrnuli znamienko priamo do ich hodnoty. No a hor sa do úprav.

Z (2) si vyjadríme T a dosaďme všade možne, a zo (4) si vyjadríme ε a dosaďme všade možne

$$T = ma + mg, \qquad (2‘)$$

$$\frac{-A}{r} = \varepsilon, \qquad (4‘)$$

$$F - Mg - ma - mg = MA, \qquad (1‘)$$

$$Fr - (ma + mg)R = -I\frac{A}{r}, \qquad (3‘)$$

$$a = A(1 - \frac{R}{r}). \qquad (5’)$$

Z (1‘). si vyjadríme F, dosadíme do (3)‘ a z (5‘) dosadíme a do novovzniknutého chrobáka, dostaneme

$$(MA + Mg + mA(1-\frac{R}{r}) + mg)r - (mA(1-\frac{R}{r}) + mg)R = -I\frac{A}{r}.$$

Moment zotrvačnosti I pre valec je $I = MR^2/2$. Dosaďme a vyjadrime A :

$$A = -g\frac{mr(1-\frac{R}{r}) + Mr}{\frac{1}{2}\frac{MR^2}{r} + Mr + mr(1-\frac{R}{r})^2}.$$

OK, a môže ísť teda hore? Jedna možnosť je rozanalyzovať si horeuvedený vzorec. Menovateľ výrazu je kladné číslo, z čitateľa dostávame pre smer zrýchlenia jednoduchú podmienku.

Zaujimavé je však tiež, ak sa na to pozrieme cez energie. Ťažisko našej sústavy sa musí za každých okolností buď hýbať nadol alebo stáť, keďže nepôsobí žiadna sila okrem gravitačnej. Ak sa teleso m odvinie zo špagátika o dl, potom sa teleso M navinie o dĺžku $dl.(r/R)$. Čiže teleso m svoju výšku zmení o $dh = dl.(r/R) - dl$ (o dl klesne dole a o $dl.(r/R)$ stúpne hore spolu s telesom M), a teleso M svoju výšku zmení o $dH = dl.(r/R)$. Keďže ťažisko má klesať, musí byť rozdiel potenciálnej energie pred a po otočení kladný ($dE = E_{pred} - E_{po} > 0$). Zmena potenciálnej energie, dE, je

$$dE = mgh - mg(h+dh) + MgH - Mg(H+dH) =$$

$$= -mgdh - MgdH = -mg(dl\frac{r}{R} - dl) - Mgdl\frac{r}{R} = -gdl(m(\frac{r}{R}-1) + M\frac{r}{R}) \geq 0$$

z toho vyplýva že

$$m(R-r) \geq Mr$$

ak $R-r>0$ tak $m \geq \frac{Mr}{R-r}$, ak $R-r<0$ potom $m \leq \frac{Mr}{R-r}$. Druhá možnosť vedie iba na záporné hmotnosti, čo je tak pekne nazývané, že „nefyzikálne riešenie“. takže na ňu zabudnime. To značí, že činka sa môže hýbať smerom hore, iba keď $R > r$, čo je ale náš prípad, takže odpoveď znie: Áno, môže ísť aj hore ak $m > Mr/(R - r)$.

Ničmenej ide o veľmi poučný výsledok. Zistil som napríklad, že jojo padá tým pomalšie, čím je R väčšie. Pre $R \to \infty$ pri fixovanom r ide $A \to 0$.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii zimného semestra 21. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	B-1.5	☠	Σ
1.	Branický	Juraj	sx.	G sv. Františka	-	5,0	4,5	5,0	4,5		19,00
2.	Fecko	Miroslav	kv. A	G Pankúchova	5,0	5,0	5,0	3,0	1,8		18,72
3.	Hrdá	Nikola	kv.	G M. Galandu	4,0	5,0	5,0	4,0	-		18,72
4.	Jursa	Jakub	kv. A	G KE Alejová	5,0	4,5	5,0	3,5	-		18,72
5.	Bogár	Ján	9 D	9. ZŠ L.Novomeského	5,0	5,0	5,0	2,5	2,0		18,38
6.	Herencsár	Albert	kv.	G Galanta	5,0	5,0	5,0	2,0	2,5		18,38
7.	Kuzma	Tomáš	kv. A	G KE Alejová	5,0	4,5	5,0	3,0	1,5		18,38
8.	Vendel	Dávid	1 A	G KE Poštová	5,0	5,0	5,0	2,5	-		18,38
9.	Opavský	Ján	1 A	G Želiezovce	5,0	5,0	4,5	2,5	-		18,02
10.	Polačko	Martin	kv.	G KE Alejová	5,0	3,5	5,0	3,5	-		18,02
11.	Boža	Vladimír	2 C	G Poprad Tatarku	-	5,0	5,0	5,0	3,0		18,00
12.	Kubina	Filip	sx.	G POH	-	5,0	5,0	2,5	5,0		17,50
13.	Tureková	Katarína	2 F	G BB Tajovského	-	5,0	5,0	4,0	3,5		17,50
14.	Batmendijnová	Kristína	kv.	G T. Vansovej	5,0	5,0	5,0	0,5	-		16,90
15.	Bakula	Andrej	1 A	G Želiezovce	5,0	4,0	5,0	1,5	-		16,90
16.	Bendová	Lenka	kv.	G ĽŠ Trenčín	5,0	5,0	2,5	2,5	-		16,50
17.	Boško	Lukáš	1 B	G Považská Bystrica	5,0	4,0	5,0	0,5	-		16,10
18.	Kovačinová	Stanislava	1 B	G Považská Bystrica	5,0	4,0	5,0	0,5	-		16,10

19.	Hojčka	Michal	kv. D	G Partizánske	5,0	5,0	0,5	3,5	-		15,68
20.	Hapák	Samuel	sx.	G BA Grösslingova	-	5,0	0,5	5,0	4,0		14,50
21.	Konečný	Lukáš	sx.	G Piešťany	-	5,0	5,0	2,0	1,5		13,50
22.	Rybák	Matúš	sx.	OG Kukučínova	-	5,0	5,0	1,0	2,5		13,50
23.	Demčáková	Ivona	1 A	G Želiezovce	5,0	3,5	1,5	1,5	-		13,46
24.	Szabadošová	Emília	sx.	ŠpMNDaG	-	5,0	4,0	1,5	2,5		13,00
25.	Hudák	Jozef	2 B	G LS Bardejov	-	5,0	5,0	2,5	-		12,50
26.	Ondáč	Peter	2 C	G Humenné	-	2,5	5,0	2,5	2,0		12,00
27.	Petrucha	Michal	1 A	G BA Metodova	5,0	5,0	5,0	0,5	-	-5	11,90
28.	Šimlovič	Matej	1 B	G BA Grösslingova	4,0	2,0	-	3,5	-		11,50
29.	Baxová	Katarína	1 E	G ĽŠ Trenčín	-	2,0	5,0	3,0	-	-1	11,00
30.	Marhefka	Eduard	1	G Spišská Stará Ves	1,5	2,0	5,0	0,5	-		10,98
31.	Roháľ	Branislav	2 B	G Považská Bystrica	-	3,5	5,0	0,5	1,5		10,50
32.	Matejovičová	Lenka	sx.	G BA Grösslingova	-	5,0	0,5	2,5	1,5		9,50
33.	Kotrlová	Katarína	3 F	G VPT Martin	1,0	1,0	5,0	0,5	-		9,38
34.	Suchá	Nina	1 F	G VPT Martin	1,0	1,5	4,0	0,5	-		8,82
35.	Kotrlová	Jana	2	G VPT Martin	-	2,0	5,0	0,5	0,5		8,00
36.	Kory	Jakub	2 B	G Prešov J A Raymana	-	5,0	0,5	0,5	1,5		7,50
37.	Rolniková	Zlatka	2	G Skalica	-	-	4,5	0,5	2,5		7,50
38.	Formánek	Michal	kv. A	ŠpMNDaG	1,0	1,5	2,5	0,5	0,5		7,10
39.	Harhajová	Xénia	1	G VPT Martin	3,0	-	1,0	1,5	-		7,10
40.	Kuklišová	Nina	2 AF	G BA Metodova	4,8	4,5	-	0,5	1,5		6,50
41.	Hajdin	Michal	1 B	G BA J. Hronca	5,0	-	0,5	-	-	-1	6,10
42.	Nagy	Jakub	2 C	G KE STA	-	5,0	0,5	0,5	-		6,00
43.	Vanya	Peter	kv.	G ĽŠ Trenčín	1,0	3,0	-	0,5	-		5,90
44.	Koreňová	Nikola	2 E	G PH Michalovce	-	3,0	0,5	-	1,0		4,50
45.	Pažický	Martin	1 C	G BA J. Hronca	0,5	1,5	-	0,5	1,0		4,02
46.	Schoberová	Lucia	2 B	ecanjelické G Tisovec	3,5	1,5	5,0	-	-	-5	1,50
47.	Simanová	Lucia	sx.	G BA Grösslingova	-	4,5	0,5	-	-	-5	0,00

§ **E = mc²** (4.časť)

Pre tých, čo neriešili zimnú časť a teda sa s našou poviedkou na pokračovanie stretávajú po prvýkrát stručná rekapitulácia deja: PravoslavPrestrelil sa ocitol na čudnom mieste, konkrétne vo väzení Ostražitých nekompromisných inšpektorov (ONI) za prekročenie maximálnej povolenej rýchlosti. Konkrétne rýchlosti svetla... Spoločnosť mu robí jeho *Podvedomie Pravo*, tarbíčka Pufino, ktorej sa ale viac páči meno Izabela, a Indián Jedna Skala a práve plánujú útek.

„A vážne sa odtiaľto nedá ujsť?“
„To ja nepovedať. Ja povedať, že my byť vo zvinutom rozmere. Ale biely muž mať vlastne pravdu. Nedá sa odtiaľto normálne ujsť.“
„A čo takto nejako nenormálne?“
„Nenormálne sa teoreticky dať všetko.“
„No výborne! Stačí nám len vymyslieť nejaký zrealizovateľný nenormálny spôsob...“ sarkasticky poznamenala Pufino – Izabela. „Čo myslíte, čo robím vo svojom voľnom čase?“
„No dobre, ale niečo na tom bude. Spolu by sme hádam mohli niečo vymyslieť.“
Jedna Skala sa široko usmial. „Ja vždy chcieť skúsiť robiť mozgovú búrku...“
„Čo?“
„Predsa brainstorming, pán hmotný...“
„Aha.“

Nasledujúce tri hodiny každý zaujal polohu vyjadrujúcu maximálne zamyslenie a nastalo ticho občas prerušované otázkami ako „Prišli ste na niečo?“ a „Vy už niečo vymyslieť?“
Potom však akoby sa nejaká neviditeľná páčka presunula z polohy „duševné prázdno“ do polohy „inšpirácia“. V určitom zmysle to bolo ešte horšie. Každý nápad totiž chvíľu vyzeral celkom nádejne, až kým niekto neprišiel na jeho zásadnú chybu, ako napríklad že na jeho zrealizovanie potrebujete jedenásť rozmerov, alebo že sa síce dostanete z väzenia, ale vo forme vysokoteplotnej plazmy...
Po čase sa na vzdialenom konci chodby ozvali dokonale krokovité kroky a Jedna Skala sa musel vrátiť do svojej cely. Potom cez okienko nazrel ich dokonalý strážca a strčil im tam jedlo. Pravoslav dúfal, že bude tiež dokonalé a v istom zmysle aj bolo: dokonale väzenské, čo znamená asi toľko ako „takmer jedlé“. Tarbíčka však vyzerala celkom spokojne:
„Vieš vôbec, ako chutí žrádlo pre tarbíky? Toto je v porovnaní s tým skoro chutné...“
„Skoro chutné?! Veď sa v tom mrvia červy!“
„Práve tie sú na tom tá chutná časť...“
Pomaly sa stmievalo. Nie žeby to bolo nutné, lebo tomuto rozmeru mohla byť rotácia nejakej planéty ukradnutá, hlavne keď sa práve rokovalo o návrhu zákona, že by sa so spätnou platnosťou mala točiť opačne. Ale ONI si proste potrpeli na dokonalosť a v dokonalom väzení sa jednoducho stmieva a potom svitá. Samozrejme tak, aby budíček bol ešte za tmy...
Tarbíčka už zase pochodovala vo svojom kolese a vyzerala stratená buď vo vážnych myšlienkach alebo vo svojich tráviacich procesoch. Pravoslav Prestrelil & podvedomie si ľahli na pričňu. Chcel sa ešte zaoberať možnosťami úteku, ale v spánku veľa útekov nenaplánujete, teda okrem niektorých šťastných náhod. Snívalo sa mu o červoch a o bradatých fyzikoch. Bola stále tma, keď sa zobudil s nejasným pocitom, že pred chvíľou na niečo prišiel. Ale nemohol si spomenúť, na čo, aj keď sa veľmi snažil. Mal to proste zasunuté kdesi v podvedomí. Podvedomí!
„Hej! Pravo! Si tam?“
„A kde by som mal byť?“
„A vieš, na čo som prišiel?“
*„*Sme *prišli. Za sny som zodpovedný ja, jasné? A si si istý, že to nie je úplná kravina?“*
„Ako to mám vedieť, keď si na to nemôžem spomenúť? Preto sa ťa pýtam, či to vieš.“
„A vieš, že viem? Spomeň si, čo hovoril ten fyzik.“
„To o svojom učiteľovi optiky alebo to o alergii jeho mamy na mlieko?“
„Nie! To o červích dierach!“
„Konkrétne na túto časť si akosi nespomínam...“
„Ešte že ti to uviazlo v podvedomí, že? Ako to len hovoril... Predstav si, že vesmír je gumová blana. Máš? No, a keď na ňu niečo položíš, napríklad takú hviezdu alebo planétu...“
„Alebo okuliare? Ja si vždy niekam založím okuliare.“
„Alebo. Proste keď tam niečo položíš, tak sa tá blana prehne. A keď tam položíš niečo príliš ťažké, tak sa roztrhne. To je čierna diera. A teraz si predstav, že tá blana je rôzne poprehýbaná a na jednom mieste sa záhyby dotýkajú. Keby na tom mieste bola v tej blane diera, tak cez ňu môžeš prejsť z jedného záhybu na druhý. A to je potom červia diera. Taká vesmírna skratka. Teda aspoň platný zákon také niečo nevylučuje. Aspoň myslím...“
„Počkaj, už si spomínam... Cez takú červiu dieru by sa odtiaľto dalo ujsť! Teda aspoň teoreticky...“

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

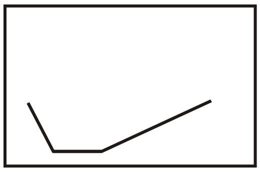
vzorové riešenia 1. série
A – kategória (staršia)
21. ročník
letný semester
školský rok 2005/2006

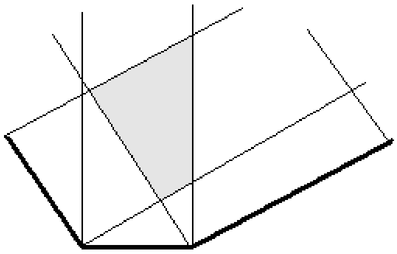
www. **.sk**

FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@pobox.sk
riesenia@gmail.com
info@fks.sk

A-1.1 Zrkadlá (opravoval Robo)

Peťo na Vianoce spolu s rodičmi vyberal nejaké pekné oblečenie pod stromček. Chtiac-nechtiac sa ocitol v kabínke, kde mali také to špeciálne zrkadlo, ktoré vás robí štíhlejšími, krajšími, vyššími, inteligentnejšími. Zrkadlo sa skladalo z troch zvislých rovinných zrkadiel tvaru obdĺžnika (pri pohľadne zhora to vyzerá tak ako je to na obrázku). Peťo podľahol svojím narcistickým sklonom a začal skúmať, z ktorých miest v kabínke vidí svoj obraz vo všetkých troch zrkadlách naraz. Ktoré miesta sú to? Napriek povianočnému času rozmery Peťa zanedbajte.





Ahojte, Poďme sa spolu vžiť do kože úbohého Peťa, ktorý sa musel pozerať na tri svoje krásne, inteligentné a štíhle podobizne. Je tom veľmi jednoduchá úloha, o tom vlastne, svedčia aj vaše riešenia. Najprv si uvedomme, kedy niečo vidíme v zrkadle. Je to práve vtedy, keď svetlo odrazené daným predmetom sa odrazí od zrkadla a dopadne do nášho oka. Ak sa teda Peťo chce vidieť v zrkadle, musí sa svetelný lúč, ktorý sa na ňom odráža vrátiť naspäť do jeho oka, čo môže nastať, iba ak medzitým dopadol kolmo na zrkadlo. Peťo teda musí stáť na mieste, z ktorého sa vie pozerať kolmo na zrkadlo. Ľahko nahliadneme, že takýto priestor tvorí obdĺžnik, ktorého jedna strana je tvorená zrkadlom a na opačnej strane beží do nekonečna(v skutočnosti je to kváder, my však pre jednoduchosť uvažujeme len jeho priemet do roviny podlahy). Ak sa teda Peťo vidí vo všetkých troch zrkadlách súčasne, musí stáť v prieniku všetkých troch takýchto nekonečných obdĺžnikov (alebo pásov). Na obrázku je tento priestor vysivený (vyfarbený na sivo, keďže máme čiernobiele vzoráky). Otázkou, či môže Peťo vidieť v niektorom zrkadle svoj odraz z iného zrkadla sa nemusíme dlho zaoberať, pretože každá dvojica zrkadiel zviera tupý uhol. Toto zrejmé tvrdenie možno ľahko dokázať. Stačí si nakresliť lúč odrazený od dvoch zrkadiel, ktorý sa vráti späť do bodu, z ktorého vyšiel, pričom si uvedomíme, že platí niečo ako zákon odrazu. Potom je to už len o súčte vnútorných uhlov v trojuholníku a štvoruholníku.. Myslím, že sa o tom ďalej nemusím rozširovať. Tí, ktorí ste vo svojich riešeniach uviedli aj tento dôkaz, máte odo mňa pochvalu a malé bezvýznamné plus. K hodnoteniu pridám len toľko, že ste dopadli úspešne, čo sa dalo očakávať. S obdivom nad vaším úspechom sa s vami lúčim.

A-1.2 Tenisák feat. tehla (opravoval Juro)

Tomáš sa rád hrá s tenisovými loptičkami. Minule našiel jednu pokojne ležať na zemi. To sa ale nedalo nič rátať, a tak na ňu v záchvate zlosti rovno zhora pustil tehlu. Tehlu, ktorá je oveľa ťažšia ako loptička a tak sa po pružnom odraze odrazila kolmo hore do takmer rovnakej výšky. Do akej výšky vyskočí loptička?

Ahojte. Nie je všetko vesmírna loď, čo sa blyští a nie je všetko ťažký príklad, čo tak na prvý pohľad vyzerá. A ten Tomáš nám veľa roboty hádzaním tehly nakoniec nenarobil, hoc to tak možno spočiatku vyzeralo.

V prvom rade, treba sa nejako vysporiadať so zákonom zachovania energie. V zadaní sa píše, že tehla sa odrazila do skoro rovnakej výšky, to znamená, že tenisáku sa z koláča neušlo veľa. Ľahký tenisák však nepotrebuje veľa, aby sa dostal prakticky kamkoľvek. Preto hocijaké energetické úvahy neprinesú do problému žiadne svetlo. Zamerajme sa teraz na okamih, keď sa tehla po odraze odliepa od tenisáku. V tomto momente má tehla takú istú rýchlosť, ako keď na loptičku narážala, teda

$v_0 = \sqrt{2gH}$. (aby mohla vyskočiť do skoro pôvodnej výšky) Takú rýchlosť bude mať aj najvrchnejší bod na lopte, ktorý je v kontakte s tehlou. Väčšiu nemôže, lebo ho tehla nepustí, menšiu nemôže, lebo by sa odlepil skôr, a to teda nie.

Bod, ktorým sa loptička dotýka podložky, sa počas celého pohybu ani nepohol, teda jeho rýchlosť je nulová. Rýchlosť bodu úplne hore je v_0, rýchlosť bodu úplne dole je 0, sme len krok k tomu, aby sme si povedali, že rýchlosť bodu priamo v strede medzi nimi bude $v_0/2$. ... krok ... rýchlosť bodu priamo v strede medzi nimi je $v_0/2$. S hrôzou zisťujeme, že týmto bodom nie je nik iný, ako ťažisko lopty. Po odlepení tehly od lopty sa teda bude loptička pohybovať ako hmotný bod (s hmotnosťou lopty), ktorý je vrhnutý kolmo nahor rýchlosťou $v_0/2$ (aby sa celková hybnosť bodu aj loptičky rovnala) Nemá preto na výber a vyletí do výšky

$$h = v_0^2/2g = H/4.$$

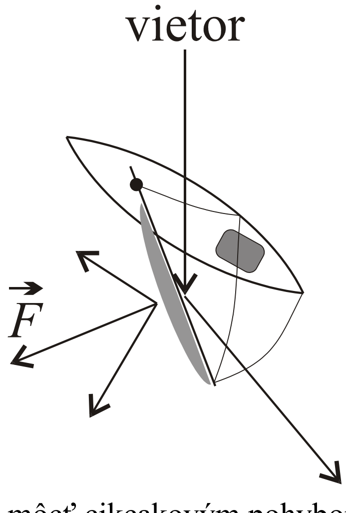
Hĺbavý ďateľoidný duch by sa nemal len tak ľahko uspokojiť s tvrdením, že rýchlosť ťažiska môžeme jednoducho rátať ako priemernú rýchlosť "koncov" loptičky. Predstavte si napríklad (celkom realistický) model, kde loptičku modelujeme ako sústavu n malých teliesok, ktoré sú navzájom pospájané pružinkami s nejakou pokojovou dĺžkou (celé je to ešte fixované na priamke, aby to nerobilo haluze) Keď na takúto zvislo orientovanú megapružinu dopadne tehla, začnú sa v megapružine šíriť vlny a všetky telieska budú nejako (na prvý pohľad chaoticky) kmitať. V takomto prípade nevieme podobne jednoduchou úvahou povedať o rýchlosti ťažiska nič a je napríklad kľudne možné, aby loptička neposkočila vôbec. Dôvod, prečo sa loptička nespráva ako megapružina je jednoduchý, na kúsky loptičky (telieska megapružiny) pôsobí vnútorné trenie. To je dosť malé na to, aby "nezožralo" veľa energie, avšak dosť veľké na to, aby utlmilo ľahké kúsky loptičky. Skúsenosť nás tiež učí, že je dosť veľké na to, aby spravilo vzťah z minulého odstavca dosť presným.

Dúfam, že ste si užili ľahký príklad a ľahkú sériu. Lebo skončili nám dobré časy, bude ako nebolelo. Veľa šťastia do ďalších sérií, uvidíme sa na sústredku.

A-1.3 Morská líška (opravovali Peťo a Robo)

V dávnych časoch brázdila sedem morí a tyranizovala všetko a všetkých neohrozená hrozná pirátska kapitánka Baška. Jej ekologická plachetnica sa pohybovala výlučne pomocou vetra, teda žiaden motor, žiadna skrutka, žiaden atómový reaktor, dokonca ani otroci s pádlami. Čo však, keď vietor fúka zlým smerom? Vysvetlite ako sa Baška dostane z miesta A na miesto B pokiaľ vietor fúka presne opačne - z B do A.

Hint: Ak chcete svoje riešenie založiť na myšlienke, že loď to vezme skratkou okolo celej Zeme, ste na falošnej stope.



Nuže, v prvom rade by bolo vhodné rozmyslieť si, ako pôsobí prúd vzduchu na natočenú plachtu. Pre jednoduchosť budeme predpokladať, že narážajúci vietor sa správa ako prúd častíc, ktoré sa od plachty odrážajú pod tým istým uhlom ako dopadajú. Takýto vietor bude na plachtu pôsobiť vždy v smere kolmom na orientáciu plachty.

Pirátski kapitáni sú veľmi študovaní a vedia, že plachtu treba natočiť presne podľa obrázku. Vďaka dopadajúcim časticiam vzduchu pôsobí kolmo na plachtu sila $\vec{F}$, ktorá má dve zložky – jednu kolmú na loď, druhú rovnobežnú s trupom lode. Prvá z nich nebude mať skoro žiadny pohybový účinok, pretože loď má v smere kolmom na svoju orientáciu obrovský odpor. Druhá spôsobí pohyb lode V smere dopredu a trochu stranou. Ak teda Baška po nejakom čase vhodne otočí kormidlom a prestaví plachtu tak, aby dosiahla situáciu symetrickú s touto, bude sa môcť cikcakovým pohybom pohybovať proti vetru, čo je presne to, čo sme chceli mať.

Na záver si doprajeme trochu skepsy s otázkou: ako presne pôsobí vietor na plachtu? Nuže, predpoklad, že vzduch pôsobí kolmo na plachtu by bol fajn, ak by vzduch mal nulovú viskozitu. Reálny vzduch má viskozitu nenulovú, to znamená, že okrem sily F na obrázku, bude loď strhávaná dozadu silou, ktorá má svoj pôvod vo viskozite. Celý cirkus bude teda fungovať len pokiaľ táto sila úplne nezahluší zložku, ktorá nás posúva dopredu. Zrátať túto situáciu je však nad naše schopnosti (presnejšie, vysoko nad naše schopnosti) (ešte presnejšie, je to úplný hnoj), nám teda neostáva nič, len konštatovať, že plachetnice sa dopredu bežne pohybujú (toto nie je problém vygoogliť, v jachtárskych súťažiach je niekedy "cikcakom proti vetru" dokonca jednou zo súťažných disciplín), viskózny efekt teda nie je príliš veľký. Pokiaľ externé informácie z googlu neuznávate, môžete si spraviť pokus, napríklad tak ako ho spravila Ajka Bachratá, videozáznam z jej experimentovania si môžete pozrieť na www.fks.sk/video.avi (zverejnené s láskavým súhlasom majiteľky, ktorý dúfam Ajka udelí len čo zistí, že som to už zavesil)

A-1.4 Parné chvíle (opravoval Peťo)

Aby Juro naplnil svoje umelecké ambície, stal sa členom sweet-corn-metalovej kapely s názvom Sweet-corn-metal Is Not Dead. Aby na vystúpení sprostredkovali fanúšikom čo najlepší umelecký zážitok, kvôli efektom používajú špeciálnu paru. Para sa skladá z malých kvapôčok kvapaliny. Kvapôčky majú rôzne hmotnosti. Dve malé kvapôčky s hmotnosťami m a M vzdialené r na seba pôsobia príťažlivými silami veľkosti F=K.m.M.r, (K je konštanta) ktoré sú orientované v smere spojnice kvapôčok. Pre sily od viacerých kvapôčok platí štandardný spôsob skladania síl. Na kvapôčky nepôsobia <u>žiadne ďalšie</u> sily. Pokiaľ sa dve kvapôčky zrazia, zlúčia sa do jednej väčšej kvapky, ktorá sa pohybuje v zmysle zákona zachovania hybnosti. Popíšte, ako sa bude para správať po vypustení na pódium besnejúcej kapely. Počiatočné rýchlosti všetkých kvapôčok sú nulové.

Ahojte. V prvom rade, mnohým z vás sa nepáčilo zadanie príkladu, konkrétne, vaša intuícia sa búrila proti faktu, že sila narastá so vzdialenosťou. Posielali ste maily a vypisovali na debatu a ja len dúfam, že každý sa nakoniec uistil v tom, že to má byť ozaj tak (v podobných situáciách je najlepšie pozerať debatu). Je fajn vedieť, že nezhltnete len tak hocijakú kravinu a zamýšľate sa. Takéto sily sa v praxi príliš často nevyskytujú a každý, komu sa zadanie zdalo divné má teda malé plus. Na druhú stranu, práve takáto sila robí z príkladu zaujímavý príklad (a z pary ozaj fakt drsne špeciálnu paru), prečo ho teda, v čisto teoretickom rámci, nezrátať?

Poďme sa spolu ponoriť do malého obláčika špeciálnej pary. Na začiatku sú všetky kvapôčky v pokoji a pretože žiadne vonkajšie sily tu nepôsobia, ich ťažisko do konca tohto riešenia v pokoji aj zostane (a možno aj nejaký čas potom☺). Nech *i*-tej kvapôčke prislúcha polohový vektor $\vec{r}_i$ (to znamená, že $\vec{r}_i$ je vektor smerujúci z nejakého pevného bodu, vzhľadom na ktorý polohu určujeme a končiaci v kvapôčke. Samozrejme, polohový vektor sa mení v čase tak, ako sa kvapôčka pohybuje), hmotnosť kvapôčky je m_i. Pretože na našu *i*-tu kvapôčku pôsobia všetky ostatné svojimi príťažlivými silami, bude sa pohybovať so zrýchlením $\vec{a}_i$, pre ktoré bude platiť Newtonov zákon v tvare

$$m_i\vec{a}_i = Km_im_1(\vec{r}_1 - \vec{r}_i) + Km_im_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_i)...$$

Na pravej strane rovnice máme vektorový súčet všetkých síl, ktoré na *i*-tu kvapku pôsobia. Po chvíľke meditácie zistíme, že sa to dá napísať aj ako

$$\vec{a}_i = K(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ...) - K\vec{r}_i(m_1 + m_2 + ...)\ ,$$

kde druhá zátvorka predstavuje hmotnosť celého oblaku (ozn. *M*). Ešte ostáva uvedomiť si, že $(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ...)$ je rovné *M*-násobku polohového vektora ťažiska, ktorý môžeme označiť ako $\vec{R}$. Po dosadení dostaneme výslednú rovnicu

$$\vec{a}_i = KM(\vec{R} - \vec{r}_i)$$

Čo to znamená? Rozmýšľajme. V zátvorke na pravej strane je rozdiel vektorov $\vec{R}$ a $\vec{r}_i$, čo bude vektor začínajúci v našej kvapôčke a končiaci v ťažisku. Zrýchlenie $\vec{a}_i$ teda smeruje stále do ťažiska, vďaka čomu pôjde o pohyb po priamke, takže už nemusíme počítať s vektormi. Označme $a_i = |\vec{a}_i|, x_i = |\vec{R} - \vec{r}_i|$. Potom $a_i = -KMx_i$ (mínus je tam len nato, aby sme pamätali, že zrýchlenie má opačný smer ako rast x_i), v čom už jasne vidno, že ide o rovnicu harmonických kmitov s uhlovou frekvenciou $\omega = \sqrt{KM}$. Každá jedna kvapka sa bude preto správať ako závažie na pružine, ktoré sme na začiatku vychýlili a potom pustili. Stihne však vykonať iba štvrtinu kmitu, pretože v okamihu, keď bude prechádzať rovnovážnou polohou (ťažiskom oblaku pary), stretnú sa všetky kvapky v jednom bode a vytvoria tak jednu veľkú kvapku, ktorá ostane stáť na mieste až do konca sveta. Celý dej bude trvať čas $\frac{1}{4}\frac{2\pi}{\omega}=\frac{\pi}{2\sqrt{KM}}$.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 1. sérii zimného semestra 21. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	☠	Σ
1.	Bzdušek	Tomáš	sp A	G Piešťany	5,0	5,0	5,0	5,0		20,00
2.	Blazej	Kamil	sp. A	G JL Martin	5,0	5,0	4,5	5,0		19,70
	Szabadoš	Michal	sp	ŠpMNDaG	5,0	5,0	4,5	5,0		19,70
4.	Štuplikova	Alica	4	G VBN Prievidza	5,0	5,0	4,5	5,0		19,50
5.	Fačkovec	Boris	se. A	G Piešťany	5,0	5,0	4,9	4,0		19,32
6.	Pšeno	Pavol	sp.	G Ružomberok	5,0	4,0	4,6	5,0		19,12
7.	Takács	Michal	4 F	G BB Tajovského	5,0	5,0	4,8	4,0		18,80
8.	Kubina	Filip	sx.	G POH Dolný Kubín	5,0	4,0	4,5	4,0		18,38
9.	Poelman	Nathaniel L.	3	QSI Ba	5,0	5,0	5,0	2,0		18,02
10.	Imriška	Jakub	4 A	G BA J. Hronca	5,0	3,0	5,0	5,0		18,00
	Perešíni	Peter	4 F	G BB Tajovského	5,0	3,0	5,0	5,0		18,00
12.	Vancakova				5,0	5,0	4,5	2,0		17,66
13.	Kucharík	Marcel	4 D	G MRŠ NMV	5,0	2,5	4,5	5,0		17,00
14.	Triska	Martin			5,0	3,0	4,5	2,5		16,50
15.	Danko	Juraj	3	G BA J. Hronca	5,0	3,0	5,0	1,5		16,10
	Schlosarikova	Lucia	3 A	G Piešťany	5,0	5,0	3,5	1,0		16,10
17.	Hrdá	Marcela	4 IB	G BA J. Hronca	5,0	3,0	4,5	3,5		16,00
18.	Bogár	Ondrej	3 E	G ĽŠ Trenčín	5,0	2,0	4,5	2,5		15,68
	Repiar	Jakub	3	GJH Ba	5,0	3,0	4,5	1,5		15,68
20.	Čevorová	Kristína	sp	ŠpMNDaG	5,0	3,0	4,5	1,0		15,26
21.	Zámečník	Peter	4 D	G MRŠ NMV	5,0	2,5	4,5	3,0		15,00
22.	Bachratá	Alena	4 B	G VO Žilina	5,0	3,0	5,0	1,8		14,80
23.	Hergelová	Beáta	4 B	G BST Lučenec	5,0	3,0	4,5	2,0		14,50
24.	Fecko	Stanislav	se. A	G Pankúchova	5,0	-	4,5	3,0		14,38
	Salaj	Michal	3 A	G Snina	5,0	3,0	4,5	-		14,38
	Škrovinová	Eva	sp	G Nitra Párovská	5,0	3,0	4,5	-		14,38
	Švihorík	Róbert	sp	G Nitra Párovská	5,0	3,0	4,5	-		14,38
28.	Kováč	Michal	ok.	G BA Grösslingova	5,0	2,5	4,5	2,0		14,00
	Pôbišová	Zuzana	4 F	G BB Tajovského	5,0	2,5	4,5	2,0		14,00
	Škrovinová	Katarína	ok.	G Nitra Párovská	5,0	2,5	4,5	2,0		14,00
31.	Herman	Peter	3 B	G BA J. Hronca	5,0	1,5	4,5	1,0		13,92
32.	Rajský	Tomáš	sp.	G Ružomberok	5,0	3,0	4,5	2,5	-3	13,50
33.	Záhoranová	Anna	sp A	G BA Metodova	5,0	2,0	4,5	-		13,46
34.	Kaniansky	Miroslav	ok. A	G Piaristické Nitra	5,0	1,5	5,0	1,5		13,00
	Kravec	Martin	4 A	G PH Michalovce	5,0	2,5	4,5	1,0		13,00
36.	Juhásová	Jana	sp	G Nitra Párovská	5,0	2,0	4,0	-		12,98
37.	Šimlovič	Matej	1 B	G BA Grösslingova	5,0	3,0	3,0	-		12,98
38.	Mikuláš	Ján	ok.	G BST Lučenec	5,0	5,0	4,5	4,0	-7	11,50
	Galica	Tomáš			5,0	-	4,5	-		11,50
	Godány	Martin	sp	ŠpMNDaG	5,0	-	4,5	-		11,50
	Sudolský	Michal	3 F	G BB Tajovského	5,0	-	4,5	-		11,50
42.	Hojčková	Martina	3 IB	G BA J. Hronca	5,0	-	3,0	1,0		10,98

43.	Janíková	Karolína	sp B	OG ZA Varšavská cesta	5,0	-	3,0	-		9,92
44.	Masárová	Zuzana		G BA J. Hronca	5,0	3,0	4,5	1,5	-6	9,68
45.	Petruchová	Zuzana	4	G BA Grösslingova	5,0	2,5	4,5	1,5	-5	8,50
46.	Piterka	Tomáš	ok. A	G Piaristické Nitra	5,0	1,5	3,5	-	-5	5,00
47.	Štolcová	Jana	4	G Piaristické Nitra	-	-	4,5	-		4,50

§ **E = mc²** (4.časť)

(Pre tých, čo neriešili zimnú časť a teda sa s našou poviedkou na pokračovanie stretávajú po prvýkrát stručná rekapitulácia deja: PravoslavPrestrelil sa ocitol na čudnom mieste, konkrétne vo väzení Ostražitých nekompromisných inšpektorov (ONI) za prekročenie maximálnej povolenej rýchlosti. Konkrétne rýchlosti svetla... Spoločnosť mu robí jeho *Podvedomie Pravo*, tarbíčka Pufino, ktorej sa ale viac páči meno Izabela, a Indián Jedna Skala a práve plánujú útek.)

„A vážne sa odtiaľto nedá ujsť?“
„To ja nepovedať. Ja povedať, že my byť vo zvinutom rozmere. Ale biely muž mať vlastne pravdu. Nedá sa odtiaľto normálne ujsť.“
„A čo takto nejako nenormálne?“
„Nenormálne sa teoreticky dať všetko.“
„No výborne! Stačí nám len vymyslieť nejaký zrealizovateľný nenormálny spôsob...“ sarkasticky poznamenala Pufino – Izabela. „Čo myslíte, čo robím vo svojom voľnom čase?“
„No dobre, ale niečo na tom bude. Spolu by sme hádam mohli niečo vymyslieť.“
Jedna Skala sa široko usmial. „Ja vždy chcieť skúsiť robiť mozgovú búrku...“
„Čo?“
„Predsa brainstorming, pán hmotný...“
„Aha.“
Nasledujúce tri hodiny každý zaujal polohu vyjadrujúcu maximálne zamyslenie a nastalo ticho občas prerušované otázkami ako „Prišli ste na niečo?“ a „Vy už niečo vymyslieť?“
Potom však akoby sa nejaká neviditeľná páčka presunula z polohy „duševné prázdno“ do polohy „inšpirácia“. V určitom zmysle to bolo ešte horšie. Každý nápad totiž chvíľu vyzeral celkom nádejne, až kým niekto neprišiel na jeho zásadnú chybu, ako napríklad že na jeho zrealizovanie potrebujete jedenásť rozmerov, alebo že sa síce dostanete z väzenia, ale vo forme vysokoteplotnej plazmy...
Po čase sa na vzdialenom konci chodby ozvali dokonale krokovité kroky a Jedna Skala sa musel vrátiť do svojej cely. Potom cez okienko nazrel ich dokonalý strážca a strčil im tam jedlo. Pravoslav dúfal, že bude tiež dokonalé a v istom zmysle aj bolo: dokonale väzenské, čo znamená asi toľko ako „takmer jedlé“. Tarbíčka však vyzerala celkom spokojne:
„Vieš vôbec, ako chutí žrádlo pre tarbíky? Toto je v porovnaní s tým skoro chutné...“
„Skoro chutné?! Veď sa v tom mrvia červy!“
„Práve tie sú na tom tá chutná časť...“
Pomaly sa stmievalo. Nie žeby to bolo nutné, lebo tomuto rozmeru mohla byť rotácia nejakej planéty ukradnutá, hlavne keď sa práve rokovalo o návrhu zákona, že by sa so spätnou platnosťou mala točiť opačne. Ale ONI si proste potrpeli na dokonalosť a v dokonalom väzení sa jednoducho stmieva a potom svitá. Samozrejme tak, aby budíček bol ešte za tmy...Tarbíčka už zase pochodovala vo svojom kolese a vyzerala stratená buď vo vážnych myšlienkach alebo vo svojich tráviacich procesoch. Pravoslav Prestrelil & podvedomie si ľahli na pričňu. Chcel sa ešte zaoberať možnosťami úteku, ale v spánku veľa útekov nenaplánujete, teda okrem niektorých šťastných náhod. Snívalo sa mu o červoch a o bradatých fyzikoch. Bola stále tma, keď sa zobudil s nejasným pocitom, že pred chvíľou na niečo prišiel. Ale nemohol si spomenúť, na čo, aj keď sa veľmi snažil. Mal to proste zasunuté kdesi v podvedomí. Podvedomí!
„Hej! Pravo! Si tam?“
„A kde by som mal byť?“
„A vieš, na čo som prišiel?“
*„*Sme *prišli. Za sny som zodpovedný ja, jasné? A si si istý, že to nie je úplná kravina?“*
„Ako to mám vedieť, keď si na to nemôžem spomenúť? Preto sa ťa pýtam, či to vieš.“
„A vieš, že viem? Spomeň si, čo hovoril ten fyzik.“
„To o svojom učiteľovi optiky alebo to o alergii jeho mamy na mlieko?“
„Nie! To o červích dierach!“
„Konkrétne na túto časť si akosi nespomínam...“
„Ešte že ti to uviazlo v podvedomí, že? Ako to len hovoril... Predstav si, že vesmír je gumová blana. Máš? No, a keď na ňu niečo položíš, napríklad takú hviezdu alebo planétu...“
„Alebo okuliare? Ja si vždy niekam založím okuliare.“
„Alebo. Proste keď tam niečo položíš, tak sa tá blana prehne. A keď tam položíš niečo príliš ťažké, tak sa roztrhne. To je čierna diera. A teraz si predstav, že tá blana je rôzne poprehýbaná a na jednom mieste sa záhyby dotýkajú. Keby na tom mieste bola v tej blane diera, tak cez ňu môžeš prejsť z jedného záhybu na druhý. A to je potom červia diera. Taká vesmírna skratka. Teda aspoň platný zákon také niečo nevylučuje. Aspoň myslím...“
„Počkaj, už si spomínam... Cez takú červiu dieru by sa odtiaľto dalo ujsť! Teda aspoň teoreticky...“