

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

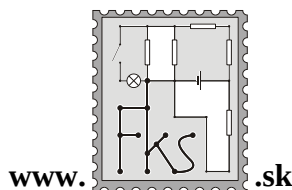
vzorové riešenia 1. série

B – kategória (mladší)

21. ročník

zimný semester

školský rok 2005/2006



FKS, KZDF FMFI UK

Mlynská dolina

842 48 Bratislava

riesenia@gmail.com

info@fks.sk

B–1.1 Polárny bádateľ (opravovala Zuzka)

Na jednej z expedícií do krajiny večného ľadu a snehu sa polárnikovi prihodilo veľké nešťastie. Vplyvom globálneho otepľovania sa s ním odtrhla ľadová kryha a zostal uväznený uprostred oceánu. Našťastie mal vysielaciu a ihneď si privolať pomoc. Z dispečingu však potrebovali vedieť, či môže pristáť na kryhe záchranný vrtuľník. Polárnik sa obzrel a bystrým okom odhadol plochu vyčnievajúcej časti kryhy na 50 m^2 a jej výšku na 10 cm . Akú odpoveď dostal, ak vrtuľník záchrannej služby váži 4000 kg ? Prečo polárnik nepotreboval vedieť tvar ponorenej časti kryhy?

Čaute prváci! Vitáme vás vo FKS! Na uvítanie sme vám pripravili tento chutnučký príklad, nostalgickú spomienku na základnú školu:) Väčšina z vás si na ňom zuby nevyhládala, tak sa doň spolu schuti zahryzneme:

Na príklad sa dá ísť viacerými spôsobmi. My skúsime zistiť, aký najťažší vrtuľník dokáže kryhu uniesť a porovnáme ho s našim 4000 kg vrtuľníkom. V hraničnom prípade bude po zosadení vrtuľníka kryha celá ponorená, ale v pokoji (nebude sa hýbať), teda výslednica síl na ňu pôsobiaca musí byť nulová. Aké sily pôsobia na kryhu? Tiaž kryhy, polárnika, vrtuľníka smerom dole a v opačnom smere vztlaková sila vody, teda bude platiť:

$$F_{vz} = G,$$

$$(V' + V)\rho_v g = (m_k + m_p + m_v)g,$$

$$V'\rho_v g + V\rho_v g = (m_k + m_p)g + m_v g. \quad (1)$$

Kde V' je vynorená časť, V ponorená časť kryhy pred pristátím vrtuľníka, ρ_v hustota vody, m_k hmotnosť kryhy, m_p hmotnosť polárnika, m_v najväčšia prípustná hmotnosť vrtuľníka. Uvedomme si však, že pred pristátím vrtuľníka je sústava tiež v rovnováhe, teda musí platiť:

$$V\rho_v g = (m_k + m_p)g. \quad (2)$$

Po odčítaní rovnice (2) od (1) a vykrátení g dostávame *:

$$V'\rho_v = m_v,$$

$$Sh\rho_v = m_v,$$

$$m_v = 50 \text{ m}^2 \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 1030 \text{ kgm}^{-3} = 5150 \text{ kg}$$

Keďže evidentne $4000 \text{ kg} < 5000 \text{ kg}$, náš vrtuľník môže bez obáv zosadnúť na kryhu:)

*Celé toto hranie sa s písmenkami môžeme nahradiť aj zdravou sedliackou úvahou, ktorú urobili mnohí z vás: „Teraz je sústava v rovnováhe, teda tiaž kryhy a polárnika je už vykompenzovaná vztlakovou silou. Vztlakovú silu, ktorú získame ponorením zvyšnej časti kryhy, spotrebujeme už iba na kompenzáciu tiaže vrtuľníka“ a prichádzame rovno k poslednej rovnici.

Odpovedzme ešte na otázku: Prečo polárnik nepotreboval vedieť tvar ponorenej časti kryhy? Táto otázka sa dá pochopiť viacerými spôsobmi a väčšina z vás argumentovala, že dôležitý je *objem* ponorenej časti, na jej tvare nezáleží. S takouto odpoveďou som sa uspokojila, ale skúste sa zamyslieť ešte ďalej: Prečo nezáleží na *tvare*, iba na celkovom objeme? Prečo je vztlaková sila pôsobiaca na nejaké teleso rovnaká v 100 metrovej hĺbke, aj v 1000 metrovej? Ved' v 1000 metrovej je oveľa vyššia tlak! Čo vlastne tá vztlaková sila je? Námety na zamyslenie, ak sa vám večer pred spaním zunuje počítať ovečky;)

P.S.: Určite ste si všimli, ako málo údajov potrebujeme na vypočítanie úlohy. Netreba nám hustotu ľadu, objem ponorenej časti ľadu, ani hmotnosť polárnika. Je to výhoda „písmenkového počítania“, veľa údajov sa pri počítaní „vykráti“ a vy zistíte, že ich nakoniec

nepotrebuje vedieť. Takže poučenie: netreba sa bezhlavo vrhnúť do spočítania všetkého, čo máme po ruke a – ste na strednej škole, tak by bolo načas začať počítať s písmenkami a až do výsledného výrazu dosadzovať čísla:)

B–1.2 Koľko vydržia? (opravoval Robo)

Zadania FKS sú nielen chutné a výživné, ale aj pevné. Odmerajte pevnosť v ťahu jednej ich polovičky (A5) v smere dlhšej strany! (Ak je vám zadanie resp. monitora ľúto, môžete použiť ľubovoľný iný hárok kancelárskeho papiera veľkosti A5.)

Čaute trhači papiera. Takže ... položíme si otázku: čo to vlastne znamená „odmerať pevnosť v ťahu“ papiera? Keď pôsobíme na ľubovoľný hárok papiera ťahovou silou F_t , vznikajú v ňom sily pnutia, ktoré spôsobujú jeho predĺženie. Pri istej hodnote ťahovej sily sa ale papier roztrhne, čo je ozaj prevratný objav hodný Nobelovej ceny☺. Môžeme teda napísať nasledovné:

$$\sigma_P = F_t/S, \quad (1)$$

kde F_t je sila, ktorou ťahám list papiera a S je plocha prierezu, na ktorú onou ťahovou silou pôsobím.

Teraz nám nezostáva nič iné, len si vytvoriť bojový plán. Čo teda potrebujeme zistiť? Tak najskôr vyriešime otázku plochy S . Buď máme doma mikrometrické meradlo (čo asi málokto), alebo použijeme menší trik Napríklad ja som otvoril neporušený balík kancelárskeho papiera, ktorý podľa údajov výrobcu obsahoval 500 listov. Keď som priložil prvé pravítko, ktoré som našiel, dopracoval som sa k nasledovným hodnotám:

$$a = 148,5 \text{ mm} \quad b_{500 \text{ kusov}} = 54 \text{ mm} \rightarrow b_{1 \text{ kusa}} = 0,108 \text{ mm}.$$

$$\text{Potom } S = ab = 148,5 \text{ mm} \cdot 0,108 \text{ mm} = 6,03 \text{ mm}^2 = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.$$

Fajn, plochu S už máme, teraz sa zamerajme na spôsob, ako zistiť veľkosť ťahovej sily. Všetky vaše riešenia sa pridržali osvedčeného postupu, ktorý možno stručne popísať ako „upevníme, zaťažím a prask“, líšili ste sa len použitým závažím (voda, múka, náradie pre kutilov, činky, brat ... inak povedané to, čo bolo po ruke ☺). Na obrázkoch môžete vidieť realizáciu pokusu a lá Robo. Nakoniec stačilo odčítať hmotnosť závažia, pri ktorom sa papier pretrhol. Hotovo. Schluss. Tí šikovnejší sa mohli pohrať s kalkulačkou a vypočítať hodnotu medze pevnosti. Ak ste tak neurobili, nevadí, o body ste neprišli.

Predchádzajúci spôsob je jeden z tých, ktoré dostali pomenovanie „drevorubačské“. Predsa len, čo tak vymyslieť „niečo“, čo by zachránilo nevinné A5-ky pred ich neodvratným osudom a ušetrilo ich úbohé životy. A to „niečo“ je skryté vo vzťahu označenom ako (1). Ak zmenšíme prierez papiera

(napr. tak, že si ho nastriháme na menšie pásiky), zmenší sa priamoúmerne aj ťahová sila, ktorú musím vynaložiť na jeho pretrhnutie. Aby toto konštatovanie vyznelo presvedčivejšie, raz som meral celú A5-ku a druhý raz 1 cm pásiky. Získané údaje sú v nasledujúcej tabuľke:



meranie	1 cm pásik	A5-ka
n	m_1 [kg]	m_2 [kg]
1	1,45	19
2	1,43	20,5
3	1,53	19,5
4	1,32	18,5
5	1,55	21,5
AP	1,46	19,8

$$\sigma_{P1} = \frac{15F_t}{S} = \frac{15 \cdot m_1 g}{S} = \frac{15 \cdot 1,46 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m.s}^{-2}}{1,06 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 13,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{P2} = \frac{F_{t1}}{S} = \frac{m_2 g}{S} = \frac{19,8 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m.s}^{-2}}{1,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2} = 12,1 \text{ MPa}$$

Ak sa vaše namerané hodnoty pohybovali rádovo v blízkosti mnou nameranej veľkosti medze pevnosti papiera 13,5 MPa, prípadne boli aspoň trochu realistické, tak som vaše riešenia uznával.

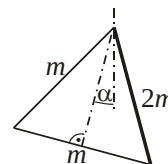
Na záver pár poznámok, prečo som musel pristúpiť k bodovým zrážkam. Tak najskôr: nemôžete po jednom meraní prehlásiť: „Hľa, výsledná hodnota je ...“, pretože na vaše meranie vplyva množstvo udalostí, ktoré nakoniec spôsobia, že každé meranie je do väčšej či menšej miery nepresné (napr. ste sa zle vyspali a trasú sa vám ruky, prístroj nemá svoj deň, nie každý hárok papiera je 100 % klonom svojho predchodcu, atď.). Preto je dobré každé meranie niekoľkokrát opakovať a zo získaných hodnôt urobiť aritmetický priemer.

Po druhé, riešenie experimentálnej úlohy by sa nemalo zaoberať bez časti, ktorú si pracovne pomenujeme „diskusia“. Tu je priestor na vaše postrehy, zážitky, čo sa vám (ne)darilo odmerať, čo mohlo ovplyvniť výsledok merania a prípadne experimentálne získané údaje porovnať s tým, čo hovorí teória, príp. zistiť, o koľko sa líšime od tabuľkových hodnôt a prečo.

Kto si teda „podiskutoval“, dosiahol bodový Olymp. Pre ostatných smútiacich je tu šanca pokoriť iné „kopčiská“ pri ďalších úlohách. Experimentovaniu zdar!

B–1.3 Len tak si visí (opravovala Myš)

Malý Jožko si z homogénnych tenkých paličiek spravil rovnostranný trojuholník a zavesil ho za jeden vrchol. Na jeho veľké nešťastie má však jedna palička dvakrát väčšiu hmotnosť než ostatné dve a trojuholník preto visí odchýlený o nejaký škaredý uhol α . Aká je jeho veľkosť?



K správne mu určeniu veľkosti škaredého uhla vedie veľa ciest. Mnoho je krivofakých, s ostrými zákrutami, v ktorých je ľahké nabúrať. No existujú aj také, po ktorých sa za správnym výsledkom kráča nanajvýš pohodlne a celé riešenie nezaberie viac ako niekoľko riadkov. Jedna z týchto elegantných a pohodlných ciest vedie cez ťažisko trojuholníka.

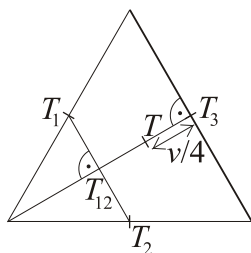
Prečo práve cez ťažisko? Cez ťažisko nášho trojuholníka totiž musí prechádzať zvislica, ktorá s vyznačenou výškou trojuholníka zvierá hľadaný uhol. A tá má na to minimálne dva vcelku slušné dôvody: ten prvý spočíva v tom, že všetky telesá sa usilujú zaujať polohu s čo najnižšou energiou a teda s čo najnižšie položeným ťažiskom. Ťažisko trojuholníka (aby sa nevymykalo tomuto všeobecne platnému zákonu) sa teda musí nachádzať niekde presne pod jeho závesom. Druhým dôvodom je fakt, že ťažisko je vlastne pôsobiskom tiaže telesa. No a ak by sa nenachádzalo pod bodom uchytenia, tiažová sila by mala vzhľadom na os otáčania nenulové rameno a jej moment (moment sily) by spôsobil, že by trojuholník nebol v pokoji.

Keď už teda vieme, že zvislica musí určite prechádzať ťažiskom, bolo by dobré zistiť jeho polohu. Nech skrátka vieme, na čom sme a nech máme ako určiť ten uhol...

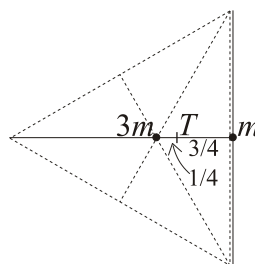
Opäť vám ponúknem dva príjemné spôsoby určenia polohy ťažiska (nechcem tým samozrejme povedať, že neexistujú aj mnohé ďalšie).

Spôsob prvý (našlo sa pár šťastlivcov, ktorí tento spôsob úspešne použili): Každá palička má svoje ťažisko v strede (na obrázku sú vyznačené ako T_1 , T_2 a T_3). Keďže dve z nich majú rovnakú hmotnosť, je zrejmé, že spoločné ťažisko T_{12} týchto dvoch paličiek sa bude nachádzať presne v strede ich spojnice, na výške na tretiu, najťažšiu stranu (vyplýva to z osovej súmernosti). Bod T_{12} delí výšku na dve rovnaké časti kvôli tomu, že body T_1 i T_2 tiež delia príslušné strany na polovice (odlišné zdôvodnenie tohto faktu, založené na podobných trojuholníkoch, nájdete určite i sami). Niekde na tejto výške bude (z rovnakého dôvodu) skryté

aj ťažisko celého trojuholníka. Nájďme ho jednoducho – v strede spojnice ťažísk T_{12} a T_3 , pretože oba tieto body reprezentujú objekt s rovnakou hmotnosťou $2m$. V konečnom dôsledku je tak výsledné ťažisko v štvrtine (polovici polovice) výšky trojuholníka v . Rovno si prezradíme aj to, že výška rovnostranného trojuholníka s dĺžkou strany a je $v = a\sqrt{3}/2$.



obr. 1



obr. 2

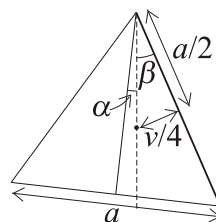
Spôsob druhý (nepoužil ho nikto z vás): Vieme, že ak by boli mali všetky tri paličky rovnakú hmotnosť, ťažisko trojuholníka by sa nachádzalo v priesečníku ťažníc, vo vzdialenosti $v/3$ od stredu každej strany (v je výška na stranu trojuholníka). Jedna naša strana je však dvakrát ťažšia, preto si k trojuholníku z troch rovnakých paličiek môžeme primyslieť na jednej strane akoby ďalšiu paličku s hmotnosťou m . Teraz nám stačí nájsť spoločné ťažisko „obyčajného“ trojuholníka a paličky s hmotnosťou m . Keďže v ťažisku trojuholníka pôsobí hmotnosť $3m$ a v ťažisku paličky iba hmotnosť $1m$, spoločné ťažisko týchto dvoch objektov bude na ich spojnici (tou je opäť naša výška v) vo vzdialenosti

$$\frac{3}{4} \frac{v}{3} = \frac{v}{4}.$$

Určenie uhla β a následne nášho hľadaného uhla α je už teraz iba jednoduchou matematickou úlohou. To nám však nebráni v tom, aby sme to i dopočítali. Poďme teda na to.

Na obrázku vpravo už trojuholník visí tak krivo ako má a jeho ťažisko (ktorého polohu už poznáme) visí presne pod bodom závesu. Z pravouhlého trojuholníka s dĺžkami strán $a/2$ a $v/4$ vieme vypočítať uhol β pomocou vzťahu

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v/4}{a/2} = \frac{v}{2a} = \frac{a\sqrt{3}/2}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

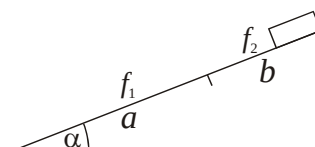


Číselne to znamená $\beta = 23,4^\circ$. Ako vidíme z obrázka, súčet hľadaného uhla α a práve nájdeneho uhla β je rovný polovici uhla pri vrchole rovnostranného trojuholníka, teda 30° . Veľkosť uhla α preto ľahko dopočítame ako $\alpha = 30^\circ - \beta = 6,6^\circ$. A máme to.

K správne mu určeniu veľkosti škaredého uhla vedie veľa ciest. Mnoho je krivoľakých, s ostrými zákrutami, v ktorých je ľahké nabúrať. Niekoľkí z vás sa o tom presvedčili na vlastnej koži, iní tie zákruty horko-ťažko vybrali a po zapísaní troch až piatich strán papiera sa (hoci unavení, ale predsa) tešili zo správneho výsledku. Tých, ktorým sa podarilo vybrať si tú najschodnejšiu cestu, bolo tentoraz naozaj málo a zaslúžia si pochvalu. Dúfam však, že sa k nim všetci časom pridáte a budem rada, ak pre vás tento príklad ostane už iba spomienkou na posledné krkolomné riešenie jednoduchej úlohy:-).

B–1.4 Na šikmej ploche (opravoval Johnny, vzorák Tomáš)

Po naklonenej rovine so sklonom α , ktorá má dva rozdielne povrchy dĺžky a a b s koeficientami trenia f_1 a f_2 , sme nechali zošmyknúť sa kváder, ktorý sa zastavil presne na konci naklonenej roviny. Určite pomer $p = a/b$. (Rozmery kvádra zanedbajte.)



V prvom rade sa venujme chvíľu hintu, ktorý ste k tejto úlohe mali. V hinte sme vám radili, ako rozložiť sily pôsobiace na teleso na naklonenej rovine. Toto mnohí viete aj zo školy a preto

to spravíme len v skratke. Ak máme teleso na naklonenej rovine so sklonom α a koeficientom trenia f , gravitačnú silu mg si rozložíme do smeru rovnobežného s rovinou (táto má veľkosť $mg\sin\alpha$) a kolmého na rovinu ($mg\cos\alpha$). Kolmá zložka spôsobuje treciu silu, ktorá pôsobí proti vodorovnej zložke. Celkovo teda sila vo vodorovnom smere vychádza $F = mg(\sin\alpha - f\cos\alpha)$.^{*} Kolmá zložka sa vymláti s reakciou od podložky a ďalej nás už nebude zaujímať. Toto odvodenie predpokladá, že trecia sila je maximálna možná (čo nastáva vtedy, keď sa teleso po naklonenej rovine pohybuje alebo sa už chce pohybovať). V našom prípade máme 2 rôzne povrchy, a teda sú to vlastne dve rôzne naklonené roviny s dvoma rôznymi výslednými silami F_1 a F_2 . Na úseku dĺžky b pôsobí sila F_2 . Tu sa dá postupovať rôznymi spôsobmi – napríklad si povedať, že sa jedná o klasický rovnomerne zrýchlený pohyb a to už (dúfam) (snáď) (skoro) všetci vieme (mali by sme). Ešte jednoduchšie je uvedomiť si, že ak na dráhe b pôsobí sila F_2 , teleso získa energiu bF_2 . Podobne na druhom úseku získa aF_2 . Na záver je kinetická energia nulová a teda $aF_1 + bF_2 = 0$. Samozrejme očakávame F_1 záporné – teleso bude zrýchľovať na úseku b a spomaľovať na úseku a . Doriešením tejto rovnice získavame vzťah:

$$p = \frac{a}{b} = -\frac{\sin\alpha - f_2 \cos\alpha}{\sin\alpha - f_1 \cos\alpha}$$

resp. pre lepšiu prehľadnosť je dobré vzťah predeliť $\cos\alpha$. Už vyššie sme sa zmienili o tom, že aby situácia z príkladu mohla nastať, musí teleso zrýchľovať na úseku b a spomaľovať na úseku a . Preto musí byť čitateľ tohto zlomku kladný a menovateľ záporný. Celkovo p teda vychádza kladné.

* Položením $F \leq 0$ z toho dostávame všeobecne známu podmienku stability na naklonenej rovine: $f \geq \tan\alpha$

B–1.5 Romanko a Fajulienka (opravoval Tomáš)

Išli raz Romanko a Fajulienka po púšti, až došli k rieke cez ktorú sa potrebovali dostať. Ako to už býva, čakal ich tam prievozník Ferko s malou loďkou. Problém bol iba v tom, že nosnosť loďky bola povážlivo malá a prípadná plavba vyzerala byť na hranici možností loďky. Aby loďku odľahčili, vymyslela Fajulienka nasledujúcu fintu. Vyliezla na 5 m vysoký sťažeň a chytila do rúk lano. Na vrchol sťažňa pripevnila kladku, lano cez ňu prevesila a druhý koniec podala Romankovi. Ten sa konca pevne chytil, tak aby lano bolo napnuté. Potom Fajulienka skočila zo sťažňa dole. Hmotnosť Romanka je 70 kg, Fajulienky 75 kg. Fajulienka po svojom skoku teda začne pomaly prevažovať Romanka. Vypočítajte:

- O koľko sa im podarí odľahčiť loďku, pokiaľ sa Fajulienka nedostane na zem?*
- Ako dlho tento stav potrvá?*

Začneme **prvým riešením**, ktoré je po všetkých stránkach divné. Je intuitívne, vágne naformulované, nepedagogické, zvädza na zlé myšlienky v budúcnosti a zvyšuje hladinu cholesterolu. Označme hmotnosti jednotlivých závaží (aká to abstrakcia od R a F) m a $M = m + w$, teda ťažšie teleso rozložíme na hmotnosť ľahšieho plus rozdiel. Výhody tohto zápisu uvidíme hneď. Každý mi asi uverí že m a m na oboch stranách kladky budú samy osebe stáť na mieste, napriek gravitačnej sile, ktorá ich ťahá dolu. Naopak, časť ťažšieho telesa o hmotnosti w by rada zrýchľovať nadol. Do vienka na to dostala silu wg , ktorou bude ťahať celú sústavu (t.j. hmotnosť $m + M$) nadol. Z toho zrýchlenie telies vyjde

$$a = gw/(m + M) = g(M - m)/(m + M).$$

Zase sa pozrime na dve telesá hmotnosti m visiace na kladke. Či už stoja v pokoji alebo zrýchľujú zrýchlením a (jedno dole druhé hore) ich ťažisko stojí. Naopak, časť telesa s hmotnosťou w sa hýbe zrýchlením a . m a m si teda visia na kladke a loďku zaťažujú tak isto, ako keby sedeli na stoličke (ich ťažisko v oboch prípadoch stojí). Naopak, w sa snaží. Normálne by na loďku tlačilo silou wg , teraz musíme od tejto sily odčítať tú časť gravitácie, ktorá sa spotrebuje na urýchlenie telesa, čo je presne aw . Rozdiel medzi normálom a kladkou je teda

$$wg - (wg - wa) = wa = g(M - m)^2/(m + M),$$

čo je asi 1,7 N (čo je vcelku málo... vykonanie malej potreby pred nebezpečnou plavbou

pomôže viac).

Toto riešenie má tú výhodu, že je intuitívne a dá sa vymyslieť ozaj "na kolene". Jeho nevýhodou je hlavne to, že podobné finty vás môžu zradne opustiť, keď uvidia ťažší príklad.

Druhé riešenie: Univerzálny postup ako riešiť a vyriešiť problémy s kladkami sa dá nájsť na http://www.fks.sk/archiv/2004_05/20vzorB6.pdf. Je to vzorák z minulého roku, ako som akurát zistil, je čiastočne bez diakritiky (trikrát sláva kompatibilite ako najvyššiemu ideálu storočia), je celkom poučný a skoro 1 % z vás ho pri riešení využilo.

Aspoň v skratke zrekapitulujem postup v tomto prípade. Univerzálnym pojmom je sila ťahu v lane, ktorú označujeme spravidla T . Pre nehmotné kladky je T v celom lane rovnaká. Na zavesené telesá pôsobí nahor, naopak kladku ťahá nadol a to hneď dvakrát (raz na oboch stranách). Označíme si zrýchlenia telies ako a a $-a$ (toto je malý IQ test.. jedno z týchto 3 a je spojka, viete ktoré?) (pri označovaní prihliadame na orientáciu zrýchlenia, čo bude dôležité) a zapíšeme pohybové rovnice:

$$mg - T = ma,$$

$$Mg - T = -Ma$$

Vyriešením rovníc dostávame T a teda aj $2T$ – celkovú záťaž. pri pohybe. Rozdiel medzi $2T$ a $g(m + M)$ je hľadané odľahčenie.

Z oboch postupov sme získali nie len hľadané odľahčenie, ale aj zrýchlenie oboch telies. Na dopočítanie času si teda stačí zapísať $s = 1/2at^2$ a je to, čas trvania cirkusu (za toto skvelé slovné spojenie vďačím Vladimírovi Božovi) je asi 5,4 s.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii zimného semestra 21. ročníka

Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	B-1.5	Σ	Σ
1. Batmendiynová	Kristína	kv.	G T. Vansovej	5,0	5,0	5,0	5,0	-		20,00
Boža	Vladimír	2 C	G Poprad Tatarku	-	5,0	5,0	5,0	5,0		20,00
Branický	Juraj			-	5,0	5,0	5,0	5,0		20,00
Fecko	Miroslav	kv. A	G Pankúchova	5,0	5,0	5,0	5,0	-		20,00
Tureková	Katarína	2 F	G BB Tajovského	-	5,0	5,0	5,0	5,0		20,00
6. Bogár	Ján	9 D	9. ZŠ L. Novomeského	5,0	5,0	5,0	4,0	-		19,38
7. Vendel	Dávid			5,0	5,0	5,0	1,5	4,0	-1	18,38
8. Kubina	Filip			-	4,5	5,0	4,5	3,0		18,02
9. Zatkálík	Michal	sx.	G sv. Františka	-	4,0	5,0	4,0	5,0		18,00
10. Rybák	Matúš	sx.	OG Kukučínova	-	5,0	5,0	4,0	3,0		17,00
Rohál'	Branislav	2 B	G Považská Bystrica	-	4,5	2,5	5,0	4,0		16,00
12. Opavský	Ján	1 A	G Želiezovce	5,0	-	4,0	-	5,0		15,68
13. Bakula	Andrej	1 A	G Želiezovce	4,5	-	4,0	-	5,0		15,26
Demčáková	Ivona	1 A	G Želiezovce	4,5	-	4,0	-	5,0		15,26
15. Hudák	Jozef	2 B	G LS Bardejov	-	5,0	4,0	5,0	1,0		15,00
16. Vano	Jakub	1 D	G Prešov J A Raymana	5,0	2,0	5,0	2,0	-	-1	14,68
17. Konečný	Lukáš	sx.	G Piešťany	-	4,0	5,0	2,0	2,5		13,50
18. Boško	Lukáš	1 B	G Považská Bystrica	3,5	5,0	3,0	-	-		13,46
19. Jursa	Jakub	kv. A	G KE Alejová	5,0	5,0	1,0	-	-		12,98
20. Točená	Rozália			-	5,0	3,5	5,0	5,0	-6	12,50
Hojčka	Michal	kv. D	G Partizánske	5,0	4,0	1,5	-	-		12,50
22. Kuzma	Tomáš	kv. A	G KE Alejová	5,0	5,0	-	-	-		12,00
Ondáč	Peter	2 C	G Humenné	-	4,5	0,5	5,0	2,0		12,00
24. Černeková	Alžbeta	1 E	G Považská Bystrica	3,0	5,0	-	1,5	1,0		11,50
25. Baxová	Katarína	1 E	G LŠ Trenčín	5,0	2,0	0,5	1,5	-		10,98
26. Petrucha	Michal	2 A	G BA Metodova	5,0	-	4,5	5,0	1,0		10,50
27. Kerul'	Lukáš	sx. A	OG BA Tilgnerova	-	4,8	4,0	1,0	-		9,80

28. Tóth	Štefan	2 A	G Revúca	-	5,0	0,5	0,5	3,0	9,00
29. Baxová	Jana	9 C	ZŠ Dlhé Hory, Trenčín	4,5	2,0	-	-	-	8,26
30. Matejovičová	Lenka	sx.	G BA Grösslingova	-	-	5,0	2,0	-	7,00
31. Koreňová	Nikola	2 E	G PH Michalovce	-	5,0	0,5	1,0	-	6,50
	Suchá	1 F	G VPT Martin	2,0	1,0	0,5	-	1,5	6,50
33. Labant	Tomáš	2 Ag	Gym. Kráľovnej pokoja	-	4,0	5,0	2,0	2,5	-8 5,50
	Šafárik	2 A	G Revúca	-	-	3,0	1,0	1,5	5,50
35. Vanya	Peter	kv.	G LŠ Trenčín	3,5	-	0,5	-	-	5,28
36. Kobza	Vladimír	2 F	G BB Tajovského	-	-	0,5	2,0	1,5	4,00
	Nagy	2 C	G KE STA	-	4,5	0,5	-	-	-1 4,00
38. Nemčeková	Ivana			2,0	-	0,5	0,5	-	-1 3,02
39. Pažický	Martin	1 C	G BA J. Hronca	2,0	2,0	0,5	0,0	1,0	-5 2,10
40. Kunová	Miroslava			-	-	0,5	-	-	0,70
41. Purgatová	Hana	2 B	G Skalica	-	-	2,0	1,0	-	-8 -5,00

§ E = mc² (1.časť)

Vyzeralo to ako súdna sieň. Vpredu bol vyvýšený pult z masívneho dreva, ktorý vyzeral ako pult sudcu. Napravo bolo ohradené sedadlo, ktoré vyzeralo ako sedadlo pre svedka. Boli tam dva stoly. Rozhodne vyzerali ako stoly pre obhajobu a obžalobu. Na boku stála lavica. Vyzerala ako lavica pre porotu a tí, čo v nej sedeli, vyzerali ako porotcovia. A ten v talári a parochni vpredu vyzeral ako sudca. Okrem toho vyzeral aj trochu ako človek, aj keď iba v príhodnom svetle a z určitého uhla...

Pravoslav Prestrelil nevedel, ako sa ocitol na tomto mieste. Nevedel ani, kde toto miesto je a či vôbec existuje. Vyzeralo to ako súdna sieň. Nie obyčajná súdna sieň. Toto bol sám pravzor súdnych siení. Nech si predstavíte akúkoľvek súdnu sieň, táto ju obsahovala. Vyžarovala takú koncentrovanú súdnosieňovitosť, že súdne siene z amerických seriálov vyzerali popri nej ako detské ihrisko. Pravoslav Prestrelil si uvedomil, že sem akosi nepatrí. Bol tu totiž jediným objektom, ktorý nebol dokonalý... S úžasom však zistil, že sedí na mieste obžalovaného, z čoho vyplýva, že by bolo fajn zistiť, čo sa deje. Tá vec v talári naňho uprela pohľad, až sa mu chlpy na rukách postavili do pozoru. Položila mu nejakú otázku, ktorej síce celkom nerozumel, ale chcel na ňu odpovedať podľa najlepšieho vedomia a svedomia. (Keď ste v dokonalej súdnej sieni, nezdržíte sa) Otvoril ústa, keď vtom s pocitom nejasnej urážky zistil, že tá otázka nebola adresovaná jemu, ale jeho podvedomiu a to už na ňu odpovedá. V priebehu procesu akosi vyrozumel, že prekročil maximálnu povolenú rýchlosť, ale nechápal, prečo z toho robia takú drámu, akoby niekoho zabil. A ako vlastne mohol prekročiť povolenú rýchlosť, keď ani nemá auto, to bola druhá záhada. Jeho podvedomie pravdepodobne poznalo odpoveď na obe otázky, ale to sa s ním odmietalo baviť. Nie žeby sa on niekedy bavil s ním, práve teraz zistil, že ho má, ale aj tak ho to dosť iritovalo. No nič, bude si to musieť ujasniť sám. Čože to len robil predoslú noc? Pamätal si nejaký pochybný podnik... Teda, až taký pochybný asi nebol, keďže si ho pamätal. Tie skutočne pochybné podniky si človek väčšinou nepamätá a tak môže spraviť tú chybu, že tam príde zas. Potom tam bola nejaká myšlienka, ktorá sa mu zdala veľmi zaujímavá, ale teraz si na ňu vôbec nemohol spomenúť. Hej, a nejaký týpek s dlhými vlasmi a bradou. A pravdepodobne v tom bol aj balík peňazí. To si síce nepamätal, ale keď sa vynorí podobný týpek, vždy sú v tom peniaze... Vtedy zacítil, že ho niekto vyčítavo sleduje. Dost často ho niekto vyčítavo sledoval počnúc jeho psom, babičkami v električke, cez starých známych z daňového úradu až po učiteľa na strednej, ktorý sa ho snažil naučiť fyziku a tak si vypestoval akúsi zvláštnu senzitivitu na vyčítavé... Moment! Fyzika! To chcel ten bradatý týpek! Teda, tvrdil, že je teoretický fyzik a na niečo prišiel a chcel robiť nejaký experiment...

„Ehm, ehm!“ Aha, fajn, vráťme sa teda k vyčítavým pohľadom. Tento bol skutočne zvláštny, taký nezvyčajne iný... To bude asi tým, že sa naňho upieral z vnútornej strany jeho lebky:

„Á, takže pán si spomenul! Pekne si nám zavaril, dúfam, že je ti to jasné a koľkokrát ťa mám ťahať z bryndy há? A kým nie je zle, ani si na mňa nespomenieš!“

„Tak moment, ty si kto? Moje podvedomie? Tak už sa so mnou rozprávaš?“

„Nie, Červená Čiapočka! Jasné, že som tvoje podvedomie! Čo myslíš, čo robí tých 90% tvojho mozgu, ktoré nepoužívaš?“

„Aha! Takže ty si vlastne šetrič!“

„Koho tu nazývaš šetričom, ty vedľajší produkt evolúcie?! Keby si dal na mňa a nešiel s tým fyzikom, tak tu vôbec nie sme!“

„No dobre, tak môžeš mi konečne povedať, prečo tu vlastne sme?“

Jeho podvedomie si však len pohrdlivo odfrklo a odmietalo sa ďalej baviť. Vtedy ho však nejaká neviditeľná sila zdvihla zo sedadla a rozľahol sa hromový hlas:

(pokračovanie nabudúce)

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

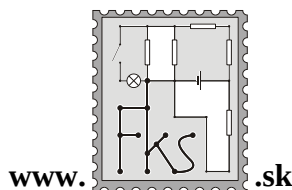
vzorové riešenia 1. série

A – kategória (starší)

21. ročník

zimný semester

školský rok 2005/2006



FKS, KZDF FMFI UK

Mlynská dolina

842 48 Bratislava

riesenia@gmail.com

info@fks.sk

A-1.1 Vysávač (opravoval Martin)

Človek je multifunkčné zariadenie, v prípade núdze vie aj vysávať. Odmerajte čo najpresnejšie, aký najväčší podtlak¹⁾ ste schopní dosiahnuť vo svojich ústach.

¹⁾ UPOZORNENIE: Dlhodobý podtlak spôsobuje pľasový opar. Cieľom tejto úlohy nie je zápis do Guinnessovej knihy rekordov, preto hodnotíme skôr prevedenie a počet spôsobov ako dosiahnuť výsledok.

Čaute Jankovia, Aničky, Ivky, Kati, Nikolka, Janka, Martinkovia, Rózka, Mirkovia, Kubkovia, Robkovia, Tomáškovia a iní tubasi....

Ako sa vám páčil tento príklad? Kto má ešte trvalé následky? Ja som si dnes pri meraní skoro amputoval ústnu dutinu. No ale poďme k príkladu. Najprv sa zamyslime nad tým, čo považujeme za rozumný výsledok a aký výsledok očakávame ešte pred tým ako začneme merať. Každému by malo byť jasné, že podtlak (rozdiel medzi tlakmi von a dnu) v našich ústach by mal byť menší ako jedna atmosféra a podľa mňa je celkom prirodzené očakávať že to bude menej ako 50% atmosferického tlaku. A takisto to bude asi aj viac ako 5% atmosferického tlaku. Toto sú také prvé odhady, ktoré by nám mali povedať, že čo od experimentu máme očakávať. No a teraz si poďme povedať už niečo o jednotlivých spôsoboch merania.

Medzi vašimi riešeniami sa vyskytovali hlavne tieto dva druhy merania. Rozoberieme si každý z nich zvlášť:

a) Meranie pomocou hadičky: Zobrali ste si nejakú dlhú priesvitnú hadičku, ponorili ste ju do vody a snažili ste sa vysať vodu čo najvyššie. A podľa výšky vodného stĺpca ste určili tlak vo vašich ústach. Podľa mňa dosť komplikované riešenie, hlavne že si musíte zháňať dlhú priesvitnú hadičku a musíte ju mať počas merania narovnanú.

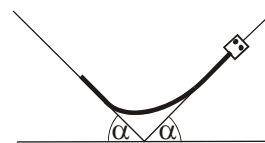
b) Najjednoduchší systém merania pri ktorom sa nemusíte trápiť, že akú hadičku použiť, je použiť obyčajný pohár alebo šálku a prisť si ju k ústam. Tak napr. ja som použil svoju keramickú šálku na čajík na ktorú som si nalepil pár útržkov lepiacej pásky (aby som si spravil niečo začo môžem tú šálku ťahať). Prisal som si šálku k ústam a cucal a cucal vzduch až kým som si nepovedal, že „chlapče, to stačí, ublížiš si ak budeš pokračovať ďalej“. Potom som si na to držadlo z lepiacej pásky pripol silomer a povedal Peťovi aby poriadne zatiahol (šak sa nebudem kaličiť hádam sám, ne?). No a namerali sme takto že moje ústa vydržia maximálne 60 N (t.j. 6 kg). Šálka mala priemer 7 cm a z tadiaľ dostaneme výsledný tlak ako

$$p = \frac{F}{S} = \frac{60 \text{ N}}{\pi(3,5)^2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = \frac{60 \text{ N}}{38 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \doteq 16000 \text{ Pa}.$$

Čo je celkom pekný výsledok- dokážeme ústami znížiť tlak v nejakom systéme na 84%, podtlak teda robí 16%.

A-1.2 Unavený červík (opravoval Juro)

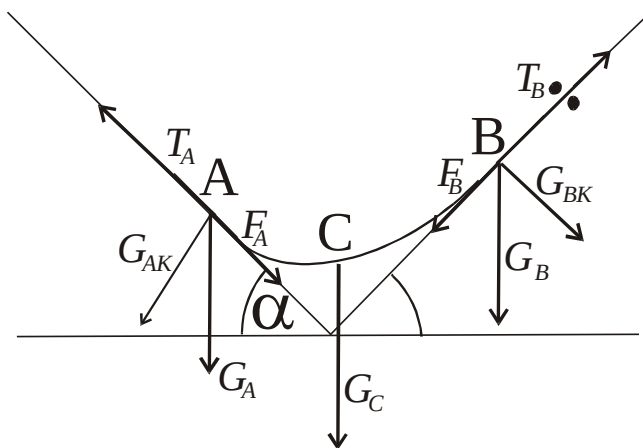
Červíček Liero sa jedného krásneho dňa dostal do veľkej šlamastiky. Uviazol v žľabe z dvoch naklonených rovín so sklonom α . Ako sa snažil, tak sa snažil, nepodarilo sa mu vyšplhať sa zo žľabu. Po čase sa tak unavil, že zaspal. A tak si ležal a chrápal



v žľabe ako na obrázku. Aká najmenšia časť dokonale ohybného červíka môže byť v kontakte so žľabom, aby sa červík nešmýkal nadol? Koeficient trenia je f , dĺžka červíka l , jeho hmotnosť je rovnomerne rozložená na jeho dĺžke.

Ahojte. Takže červík... no kuknime sa na neho lepšie. Na začiatok si zavedme veľmi užitočnú veličinu, ktorá lepšie charakterizuje červíka ako jeho hmotnosť, a to jeho dĺžkovú hustotu λ . To je taká veličina, že keď ňou vynásobíme dĺžku nejakej časti červíka, dostaneme hmotnosť tejto časti. Aby to platilo aj pre celého červíka, musí $\lambda = m/L$. Ako to spí ten červík? On tak trochu visí a trochu je v kontakte so žľabom. Aby sme vedeli, o čom hovoríme, označme si jeho časti A, B, C tak ako na obrázku, postupne dĺžky a , b , c .

Aké sily pôsobia na červíka? Tak v prvom rade všade prítomná gravitácia, ktorá pôsobí na každú časť patričnou silou G_A , G_B , G_C . Sily G_A a G_B si rozložíme na zložky v smere naklonenej roviny a kolmo na naklonenú rovinu, ktoré si označíme postupne F_A a G_{AK} , resp. G_{BK} a F_B . Kolmú zložku na oboch stranách vykompenzuje reakcia žľabu, takže z tiaže zostáva iba rovnobežná zložka. Ale po tej kolmej zložke predsa len niečo zostane, a to trecia sila, ktorá pôsobí hore naklonenou rovinou. Sily T a F (na oboch stranách) sa zložia (zloženinu označíme S) a pôsobia na časť C, ktorá vďaka nim ostane v pokoji. Poďme dať



týmto rozpustilým kecom trochu formy.

$$G_C = c\lambda g,$$

$$G_{AK} = a\lambda g \cos \alpha, F_A = a\lambda g \sin \alpha,$$

$$S_A = T_A - F_A = a\lambda g f \cos \alpha - a\lambda g \sin \alpha = a\lambda g (f \cos \alpha - \sin \alpha),$$

kde T_A je trecia sila a S_A je výsledná sila pôsobiaca na časť A. Pre časť B platí séria takých istých rovníc, ibaže s b a B.

(pozor, prichádza pointa) Podľa zadania je červík v pokoji, takže sily, ktoré na neho pôsobia musia byť v **rovnováhe**. Rozložme si ich do zvislého a vodorovného smeru a napíšme podmienky rovnováhy. Za kladný smer zvolíme doprava a nahor. Dostávame

$$S_B \cos \alpha - S_A \cos \alpha = 0$$

$$S_B \sin \alpha + S_A \sin \alpha - G_C = 0$$

Vidíme, že musí platiť $S_A = S_B = S$. Tu sa na chvíľu zastavme, hoc sme sa pekne rozbehli. Z tejto podmienky nevyhnutne nevyplýva podmienka $a = b$. Môže sa stať, že na obe sily nebude pôsobiť trecia sila v svojej plnej sile, ale dlhšiu časť bude ťahať nahor menej, ako by mohla. To však ale znamená, že dlhšia časť je zbytočne dlhá a vhodným prerozdelením dĺžky červíka, by sme boli schopní ešte zväčšiť C. Preto maximálne C znamená $a = b$. Toto mnohí z vás odbili moc rýchlo a takmer nik nespomenul, že $a = b$ je podmienka minimálnej kontaktnej dĺžky.

Keď už máme napísané podmienky, nič nám nebráni dorátať, čo potrebujeme. Pre jednoduchosť označme $a = b = x$.

$$2S \sin \alpha = G_C$$

$$2x\lambda g (f \cos \alpha - \sin \alpha) \sin \alpha = (l - 2x)\lambda g$$

$$2x = \frac{l}{(f \cos \alpha - \sin \alpha) \sin \alpha + 1} = \frac{l}{(f \sin \alpha + \cos \alpha) \cos \alpha}$$

Tu sa ale naše snaženie nekončí. Treba si všimnúť, že hoc vzorec vyzerá pekne, má v sebe muchy. Konkrétne by pokojne mohol vyhodiť $2x$ väčšie ako l . A to sa nejako prieči našej

fyzikálnej intuícii. Ono vtedy by koeficient trenia bol taký malý, že trecia sila by nedokázala udržať ani časti A a B, nie to ešte časť C, takže vtedy červík nebude prevísať nikdy. Z podmienky $\text{menovateľ} < 1$ dostávame $f < \text{tg}\alpha$. Všimnite si, že presne vtedy by výsledná sila S bola záporná.

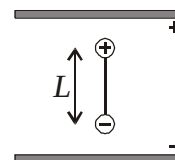
Ďalším zaujímavým výsledkom (ktorý je ale nad rámec tejto úlohy) je fakt, že body, v ktorých sa časti A, B odliepajú od roviny majú rovnakú výšku. Obrázok, aký bol v zadaní je teda iba snaha o pomýlenie riešiteľa. Dôkaz že je tomu ozať tak nechávame na iniciatívnych-férových z vás.

Nechajme už chudáka umoreného červíka na pokoji a poďme sa radšej pozrieť na vaše trápenie s jeho spánkom. Takže výpočty ako také neboli až také zlé. Sem tam ušlo nejaké znamienko, nejaký sínus, ale to sa stáva. Horšie bolo to, že ste často počítali, ale veľmi málo ste pri tom rozmýšľali o tom, čo počítate. Rozkladali ste hlava nehlava, upravovali, upravovali, došli k výsledku, podčiarkli a koniec. Ozať veľmi málo z vás sa zamyslelo nad tým, k čomu ste došli a kde na ceste boli úskalía a nie úplne jasné miesta. Preto som sa nastrhával mimoriadne veľa. Málo, ale často.

Tak už nechajme na pokoji aj vás, chudákov riešiteľov. Však prázdniny boli dlhé a chvíľu to trvá, kým sa človek rozchýbe. Však lovek je taký. Ovek je taký ... Irena ... A treba začať po malých dávkach. Tak sa majte krásne. Do skakaveňá.

A-1.3 Stalo sa v kondenzátore (opravoval Juro, vzorák Peťo a Tomáš)

Vo veľkom kondenzátore je intenzita elektrického poľa E . Okrem intenzity je v ňom však ešte čosi: náboje na paličke (pozri obrázok). Veľkosť nábojov je $+Q$ a $-Q$, ich hmotnosť je m . Palička má dĺžku L a je nehmotná (ale dokonale pevná). Neznámy zlomyselník umiestnil paličku do kondenzátora tak, že kladný náboj je blízko kladne nabitej dosky a naopak, záporný náboj je pri záporne nabitej. Takáto poloha je rovnovážna, no vratká. Iný neznámy zlomyselník paličku máličko pootočil a tá sa potom začala ďalej otáčať sama. Čím je spôsobený tento jej otáčavý pohyb? Akú najväčšiu rýchlosť pri ňom náboje dosiahnu? (Ich vplyv na náboj na platniach kondenzátora zanedbajte.)



Pohyb nábojov je samozrejme spôsobený ich priťahovaním sa k opačným platniam kondenzátora než sú dané. Náboje získajú najväčšiu rýchlosť presne vtedy, keď sa palička otočí oproti pôvodnej polohe o 180° . Zdôvodnenie necháme na záver, najprv zrátame, aké veľké rýchlosti to vlastne budú.

Homogénne pole E v kondenzátore si môžeme predstaviť podobne ako homogénne pole Zeme. Ako napovedal hint, úlohu začneme riešiť prirovnaniami elektrického a gravitačného homogénneho poľa. Ak na zemi zmením svoju výšku o Δh , potenciálna energia sa mi zmení o $mg\Delta h$ a potenciál o $g\Delta h$. Nezáleží pritom, či som sa pohyboval len zvislo nahor (v smere g) alebo som pritom aj nejako klúčkoval do strán. Navlas rovnako to funguje aj v kondenzátore. Tu sa náboj $+Q$ posunie v smere E o L , jeho potenciál sa teda zmení o $-LE$ a potenciálna energia o $-LEQ$. (posúvame sa v smere E a teda potenciálna energia klesá) Podobne náboj $-Q$ sa pohybuje v smere E o vzdialenosť $-L$ z čoho dostávame takú istú zmenu potenciálnej energie. Na záver prichádza zákon zachovania energie, ktorým to celé doklepáme. Ak označíme veľkosť rýchlosti nábojov v (situácia je symetrická takže si vystačíme s jedným písmenom) máme $\frac{1}{2}mv^2 = LEQ$, a teda

$$v = \sqrt{\frac{2EQL}{m}}.$$

Z tohto postupu vyplýva, prečo práve v tejto polohe bude maximálna rýchlosť nábojov - práve v tejto polohe sa záporný náboj najviac priblíži ku kladnej doske a naopak, na svoj pohyb majú teda najviac energie.

A-1.4 Bájka (opravoval Škrek)

Stretli sa v jedno ráno lev, človek a blcha. Lev vyzval ostatných, nech si idú zapretekáť v skákaní, kto vyskočí vyššie. Lev, ako kráľ zvierat veril, že vyhrá a ako prvý vyskočil do výšky jeden meter. Človek sa zasmial, že pre jeho um to nie je žiaden problém, ale čuduj sa svete, vyskočil tiež do výšky jeden meter. Napokon prišiel rad na blchu. Tá nechala leva aj človeka v úžase, keď vyskočila tiež jeden meter.

Ponaučenie : Bieli (a) levy nevedia skákať.

Zdôvodnite výsledok tohto príbehu, teda prečo všetky zvieratá, bez ohľadu na ich veľkosť, môžu vyskočiť (zvýšiť svoje ťažisko) o približne jeden meter.

Ahojte pupuliatka moje. Aby ste si nemysleli že vás tu budeme dáko šetriť tak začneme pekne zhurta. Chytíme si nejaké zvieratko (napríklad človek, blcha, lev alebo v poslednom čase stále populárnejšia chrípka). Ak je to ryba alebo vták, prípadne nemá nohy, má krídla alebo z iného dôvodu odmieta skákať, zastrelíme a vyberieme ďalšie. Túto selekciu robíme pre to, že naozaj nemá zmysel rozmýšľať nad tým, ako vysoko vyskočí veľryba. Ďalej predpokladajme že zvieratká ktoré prešli naším výberom, majú zhruba rovnakú hustotu (prakticky nám už ostali iba cicavce, nejaký fačkovec, blcha a pán hlavný vedúci, takže táto aproximácia má zmysel). Pridelme každému zvieratku nejaký lineárny (akože veľkosť) rozmer že L . To je taký všeobecný parameter pre dané zvieratko. Ak máme napríklad zvieratko s lineárnym rozmerom l a druhé zvieratko s lineárnym rozmerom kl , tak vieme že: zvieratko 2 je k -krát vyššie, k -krát širšie, k -krát hlbšie (hmm no veď viete ako to myslím). A tak by sme mohli pokračovať ďalej. Inými slovami som chcel vyňadriť túto myšlienku takto: každá lineárna vzdialenosť (tj vzdialenosť merateľná pravítkom) je vo zvieratku priamo úmerná L a pre všetky zvieratká úmerná rovnako (aj keď každé zvieratko má iné L). To je veľmi podstatné. Lebo v skutočnosti to vôbec nieje pravda, ale ako hrubá aproximácia to postačí¹. Aby som bol úplne korektný tak vám prezradím, že vlastne rátame s modelom zvieratok, ktoré sú čo do tvaru úplne rovnaké, odlišujú sa len veľkosťou (napríklad všetky sú guľičky, len s rozdielnym polomerom).

Teraz k samotnému skákaniu. Zvieratko, s hmotnosťou m , počas odrazu pôsobí po dráhe d silou F (povedzme že konštantnou, v princípe je to úplne jedno ale pre jednoduchosť) a v momente straty dotyku s matičkou zemou má rýchlosť v spojenú s kinetickou energiou. Zo zákona zachovania energie vieme že

$$mv^2 / 2 = Fd ,$$

a teda

$$v = \sqrt{\frac{2Fd}{m}} .$$

Výška výskoku (zmeny polohy ťažiska!!) závisí iba od nadobudnutej rýchlosti (lebo v homogénnom gravitačnom poli zeme majú všetky telesá približne veľmi podobné, až temer rovnaké, zrýchlenie g), a to si každý na domácu úlohu dopočíta, že

$$\Delta h = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} .$$

Chceme ukázať že táto rýchlosť nezávisí od rozmerov zvierat'a. Tak pome na to.

Podme sa zaoberať parametrami zvierat'a. Predpokladajme že každé zviera keď strčím do kocky o strane L (jej lineárny rozmer), tak zaberá k_1 -časť objemu kocky, pričom pre všetky zvieratá je to k_1 rovnaké (úplne presne to platí pre náš model, otázkou ostáva do akej miery je náš model pravdivý). To znamená že objem zvierat'a sa rovná

$$V = k_1 L^3 \approx L^3$$

Vlnitými rovnítkami budeme označovať priamu úmernosť. Tieto rovnítky nám teda ušetria písanie konštánt, ktoré nie sú pre danú úvahu dôležité. Pokračujeme ďalej:

$$m = V\rho = \rho k_1 L^3 \approx L^3 .$$

¹ V skutočnosti, dôvod prečo sú si niektoré organizmy takto matematicky podobné pravdepodobne súvisí s tým že evolúcia za podobných podmienok dospeje k podobným riešeniam, ale ktorého vie, možno to je úplne inak.

Tým som chcel len dospieť k tomu že hmotnosť príšery je úmerná L^3 . Podobnou analógiou dospejeme k tomu že F – sila ktorou je schopné pôsobiť je úmerná prierezu svalovej hmoty (iná miera pre počet svalových buniek, čím väčší prierez svalu tým viac svalových buniek schopných sťahovania sa tam je a tým pádom aj väčšou silou je živočích schopný pôsobiť), no a prierez svalovej hmoty je úmerný L^2 (lebo prierez je plocha) teda

$$F \approx L^2.$$

A následne dospejeme rovnako k tomu že dĺžka d (prakticky dĺžka nohy) je lineárne úmerná L
 $d \approx L$.

Keď to teraz nabúšime do nášho vzorca pre rýchlosť v dostávame

$$v \approx \sqrt{\frac{L^2 L}{L^3}} \approx 1 = \text{nejaká_hlúpa_konštanta},$$

a teda v sa rovná *nejaká_hlúpa_konštanta* ktorá nezávisí od zvieraťa. Paráda ale veď to sme chceli nie? Prečo je to práve výskok vysoký približne 1 m to je skôr filozofická ako praktická otázka a závisí od mnohých konštánt. A teraz hor sa do kritiky nášho problému.

Takže prečo je náš model dobrý (zlý)? Nespornou výhodou nášho modelu je to že ho vieme porátať. A je pomerne presný pre organizmy ktoré skáču na rovnakom princípe (napríklad všetky suchozemské cicavce). Problém je v tom že výnimky sa vždy nájdu a preto napríklad slon, žirafa a hroch nebudú asi dobrými skokanmi, lebo to v živote nepotrebovali a svoj skokanský komplex kompenzujú dlhým chobotom prípadne krkom alebo totálnym nezájmom o veci nad hlavou. Ďalším prípadom je blcha ktorá skáče úplne inak. Najprv hromadí potenciálnu energiu v kvázi pružinkách čo má na nohách a potom to vypustí.

Takže prečo taký výnimočný skokan ako blcha nevyskočí meter ale iba do nejakých povedzme 50 cm (údaje sú od 30 do 70cm). Je tomu tak lebo v našich úvahách sme neuvažovali odpor vzduchu. Odporová sila závisí od plochy ktorá je odporu nastavená a táto plocha rastie rádovo dosť pomaly a to L^2 zatiaľ čo hmotnosť oveľa rýchlejšie a to s L^3 . To znamená že blcha má vzhľadom na svoju maličkú hmotnosť obrovskú plochu (v porovnaní s človekom ktorý má plochu o málo väčšiu ale hmotnosť oveľa väčšiu a teda náraz molekuly vzduchu nevníma ako útok na vlastnú osobu (vlastne ho nevníma vôbec)) a blcha pociťuje tým pádom oveľa viac odpor vzduchu ako človek (inak povedané že blchu ľahšie odľúkne ako človeka, čo je už prirodzenejšie). Dobrým priblížením, ako si predstaviť blšie pocity pri skoku, je predstaviť si, že vzduch má zrazu k -krát väčšiu hustotu, kde k vyjadruje, koľko krát je človek väčší ako blcha.

Ďalej som sa dočítal o rôznych rekordmanoch z ríše zvierat (dokonca o kengurách čo skáču 10 metrov, tak ak tie žili tak už dávno vymreli po meči). Problém je v tom že som sa nikde nedozvedel či sa o daný údaj zdvihlo ťažisko alebo sa meral najvrchnejší bod daného skokana (prípadne nejaký pevný bod zvieraťa ktorý sme si zvolili). Totiž ono keď zviera skáče, tak mení tvar. A keď mení tvar tak mení aj polohu ťažiska vzhľadom na seba. Napríklad keď máme k dispozícii dlhý chvost, stačí ho pri skoku nechať na zemi, alebo ním hodiť o zem, čo je účinnejšie, (prípadne ak máme žirafu stačí krkom mrštiť o zem ☺) a naše telo, okrem chvosta sa dostane ešte vyššie. Problém je však to že celkové ťažisko chvost + zvyšok sa až tak vysoko nedostane.

Ešte poznámka na premyslenie. Čo myslíte, keď človek – skokan na olympiáde preskočí tyčku, kadiaľ pôjde jeho ťažisko: a) nad tyčou b) pod tyčou? Poviem vám že pokiaľ chcete urobiť rekord v skoku do výšky, tak vaše ťažisko musí prejsť pod tyčou a vy nad ňou, dá sa to. Premyslieť. Športu zdar šilenci.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 1. sérii zimného semestra 21. ročníka

Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	Σ	Σ
1. Hrdá	Marcela	4 IB	G BA J. Hronca	5,0	5,0	5,0	5,0		20,00
2. Kucharík	Marcel	4 D	G MRŠ NMV	5,0	5,0	5,0	5,0		20,00
3. Fačkovec	Boris	se. A	G Piešťany	5,0	5,0	5,0	4,5		19,70
4. Imriška	Jakub	4 A	G BA J. Hronca	5,0	4,5	5,0	5,0		19,50
5. Gergely	Kajtár	ok.	G Hansa Selyeho VJM	4,0	4,5	5,0	5,0		18,50
6. Bzdušek	Tomáš	sp A	G Piešťany	5,0	4,5	5,0	2,5		18,02
7. Fecko	Stanislav	se. A	G Pankúchova	5,0	3,0	5,0	4,0		18,02
8. Takács	Michal	4 F	G BB Tajovského	5,0	4,0	5,0	3,0		17,00
9. Perešíni	Peter	4 F	G BB Tajovského	5,0	5,0	5,0	1,0		16,00
Zámečník	Peter	4 D	G MRŠ NMV	5,0	4,0	5,0	2,0		16,00
11. Bogár	Ondrej	3 E	G LŠ Trenčín	5,0	3,5	3,5	2,0		15,68
Škrovinová	Eva	sp	G Nitra Párovská	5,0	2,0	5,0	2,0		15,68
13. Mikuláš	Ján	ok.	G BST Lučenec	4,5	5,0	5,0	1,0		15,50
14. Szabadoš	Michal	sp	ŠpMNDaG	5,0	3,0	4,0	1,0		14,82
15. Hreha	Ján	3	G Liptovský Hrádok	5,0	3,0	3,5	1,0		14,38
16. Pôbišová	Zuzana	4 F	G BB Tajovského	4,0	2,5	2,5	5,0		14,00
17. Danko	Juraj	4	G Piešťany	2,0	4,0	5,0	2,5		13,50
Foltin	Miroslav	4 C	G Jána Hollého	5,0	2,0	5,0	1,5		13,50
Kaniansky	Miroslav	ok. A	G Piaristické Nitra	5,0	2,5	5,0	1,0		13,50
20. Kravec	Martin	4 A	G PH Michalovce	5,0	4,0	3,0	1,0		13,00
21. Genzor	Jozef	3 A	G sv. Františka	5,0	2,0	3,5	0,5		12,98
22. Magyarová	Katarína	se.	G BST Lučenec	5,0	1,5	2,0	1,5		12,00
23. Piterka	Tomáš	ok. A	G Piaristické Nitra	5,0	1,0	5,0	0,5		11,50
Sudolský	Michal	3 F	G BB Tajovského	0,0	3,0	5,0	1,5		11,50
25. Berta	Peter	3 A	G Veľké Kapušany	3,5	2,5	5,0	3,5	-6	10,10
26. Korch	Jakub	4 A	G Piaristické Nitra	5,0	3,0	5,0	1,0	-4	10,00
27. Salaj	Michal	3 A	G Snina	-	3,5	3,5	0,8		9,70
28. Basista	Peter	4 A	G PH Michalovce	5,0	4,5	-	-		9,50
29. Hergelová	Beáta	4 B	G BST Lučenec	4,0	4,0	5,0	1,0	-6	8,00
30. Švihorík	Róbert	sp	G Nitra Párovská	4,5	-	-	1,5		7,68
31. Pozník	Michal	3 B	G BA A. Einsteina	2,5	4,0	3,0	1,0	-5	7,50
32. Pálenkár	Michal	3 A	G BA A. Einsteina	2,5	1,0	1,5	0,8		7,45
33. Herman	Peter	3 B	G BA J. Hronca	-	-	3,5	1,5		6,50
34. Štolcová	Jana	ok.	G Párovská	4,0	3,5	5,0	2,0	-9	5,50
35. Pavlíček	Tomáš	2 C	SPŠE Piešťany	2,0	2,5	4,0	2,0	-8	4,50
36. Rehák	Matúš	sp	G Skalica	2,5	4,0	1,5	1,0	-8	2,98
37. Šinko	Martin	3 C	G BA A. Einsteina	2,0	2,0	1,5	0,0	-5	2,10
38. Kocun	Miroslav	3 A	G BA A. Einsteina	1,5	0,5	1,5	0,8	-5	0,65
39. Ľuptáková	Paula	4 F	G BB Tajovského	-	2,5	5,0	0,8	-8	0,30
40. Tinko	Ladislav	3 C	G BA A. Einsteina	2,0	1,0	1,0	0,5	-5	0,90
41. Miňo	Lukáš	4 E	G PH Michalovce	-	2,0	2,0	0,8	-8	-3,20

Vyzeralo to ako súdna sieň. Vpredu bol vyvýšený pult z masívneho dreva, ktorý vyzeral ako pult sudcu. Napravo bolo ohradené sedadlo, ktoré vyzeralo ako sedadlo pre svedka. Boli tam dva stoly. Rozhodne vyzerali ako stoly pre obhajobu a obžalobu. Na boku stála lavica. Vyzerala ako lavica pre porotu a tí, čo v nej sedeli, vyzerali ako porotcovia. A ten v talári a parochni vpredu vyzeral ako sudca. Okrem toho vyzeral aj trochu ako človek, aj keď iba v príhodnom svetle a z určitého uhla...

Pravoslav Prestrelil nevedel, ako sa ocitol na tomto mieste. Nevedel ani, kde toto miesto je a či vôbec existuje. Vyzeralo to ako súdna sieň. Nie obyčajná súdna sieň. Toto bol sám pravzor súdnych siení. Nech si predstavíte akúkoľvek súdnu sieň, táto ju obsahovala. Vyžarovala takú koncentrovanú súdnosieňovitosť, že súdne siene z amerických seriálov vyzerali popri nej ako detské ihrisko. Pravoslav Prestrelil si uvedomil, že sem akosi nepatrí. Bol tu totiž jediným objektom, ktorý nebol dokonalý... S úžasom však zistil, že sedí na mieste obžalovaného, z čoho vyplýva, že by bolo fajn zistiť, čo sa deje. Tá vec v talári naňho uprela pohľad, až sa mu chlpy na rukách postavili do pozoru. Položila mu nejakú otázku, ktorej síce celkom nerozumel, ale chcel na ňu odpovedať podľa najlepšieho vedomia a svedomia. (Keď ste v dokonalej súdnej sieni, nezdržíte sa) Otvoril ústa, keď vtom s pocitom nejasnej urážky zistil, že tá otázka nebola adresovaná jemu, ale jeho podvedomiu a to už na ňu odpovedá. V priebehu procesu akosi vyrozumel, že prekročil maximálnu povolenú rýchlosť, ale nechápal, prečo z toho robia takú drámu, akoby niekoho zabil. A ako vlastne mohol prekročiť povolenú rýchlosť, keď ani nemá auto, to bola druhá záhada. Jeho podvedomie pravdepodobne poznalo odpoveď na obe otázky, ale to sa s ním odmietalo baviť. Nie žeby sa on niekedy bavil s ním, práve teraz zistil, že ho má, ale aj tak ho to dosť iritovalo. No nič, bude si to musieť ujasniť sám. Čože to len robil predošlú noc? Pamätal si nejaký pochybný podnik... Teda, až taký pochybný asi nebol, keďže si ho pamätal. Tie skutočne pochybné podniky si človek väčšinou nepamätá a tak môže spraviť tú chybu, že tam príde zas. Potom tam bola nejaká myšlienka, ktorá sa mu zdala veľmi zaujímavá, ale teraz si na ňu vôbec nemohol spomenúť. Hej, a nejaký týpek s dlhými vlasmi a bradou. A pravdepodobne v tom bol aj balík peňazí. To si síce nepamätal, ale keď sa vynorí podobný týpek, vždy sú v tom peniaze... Vtedy zacítil, že ho niekto vyčítavo sleduje. Dosť často ho niekto vyčítavo sledoval počnúc jeho psom, babičkami v električke, cez starých známych z daňového úradu až po učiteľa na strednej, ktorý sa ho snažil naučiť fyziku a tak si vypestoval akúsi zvláštnu senzitivitu na vyčítavé... Moment! Fyzika! To chcel ten bradatý týpek! Teda, tvrdil, že je teoretický fyzik a na niečo prišiel a chcel robiť nejaký experiment... „Ehm, ehm!“ Aha, fajn, vráťme sa teda k vyčítavým pohľadom. Tento bol skutočne zvláštny, taký nezvyčajne iný... To bude asi tým, že sa naňho upieral z vnútornej strany jeho lebky:

„Á, takže pán si spomenul! Pekne si nám zavaril, dúfam, že je ti to jasné a koľkokrát ťa mám ťahať z bryndy há? A kým nie je zle, ani si na mňa nespomenieš!“

„Tak moment, ty si kto? Moje podvedomie? Tak už sa so mnou rozprávaš?“

„Nie, Červená Čiapočka! Jasné, že som tvoje podvedomie! Čo myslíš, čo robí tých 90% tvojho mozgu, ktoré nepoužívaš?“

„Aha! Takže ty si vlastne šetrič!“

„Koho tu nazývaš šetričom, ty vedľajší produkt evolúcie?! Keby si dal na mňa a nešiel s tým fyzikom, tak tu vôbec nie sme!“

„No dobre, tak môžeš mi konečne povedať, prečo tu vlastne sme?“

Jeho podvedomie si však len pohrdlivo odfrklo a odmietalo sa ďalej baviť. Vtedy ho však nejaká neviditeľná sila zdvihla zo sedadla a rozľahol sa hromový hlas:

(pokračovanie nabudúce)