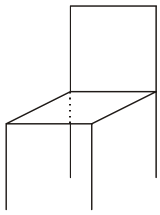
FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. kolo letnej časti 20. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2004/2005
termín príchodu riešení
6. 4. 2005

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

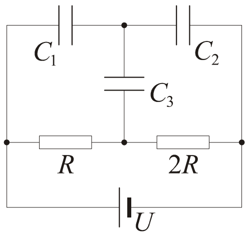
B–2.1 Stolička (5 bodov)
Justína sedí v škole na stoličke, ktorá je pozváraná z jedenástich rovnakých železných trubiek dĺžky $L = 30$ cm (pozri obrázok). Celková hmotnosť stoličky je $m = 5$ kg (hmotnosť opierky a dosky, na ktorej sa sedí, je zanedbateľná). Justína si všimla, že zatiaľ čo prázdna stolička sa dá dozadu vychýliť o istý uhol α (tak, aby sa po pustení vrátila do pôvodnej polohy), keď sa na nej hojdá ona sama, môže sa vychýliť najviac o 11°. Zistite, aká je veľkosť uhla α. Koľko váži Justína? Pri výpočte predpokladajte, že pri sedení sa Justínino ťažisko nachádza presne nad ťažiskom stoličky vo vzdialenosti $h = 30$ cm od neho. Pri nakláňaní sa poloha Justíny a stoličky vôbec nemení, t.j. „sedí ako pribitá“.



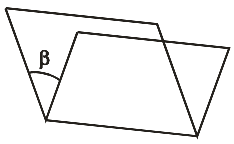
Komentár: vzdialenosti

B–2.2 Presýpacie hodiny (5 bodov)
Asi všetci poznáte presýpacie hodiny, dva spojené duté kužele, piesok vnútri. Položme ich na váhy, pričom piesok je v hornej časti a je nejakým spôsobom zastavený, t.j. nesype sa. Popíšte, čo budú váhy ukazovať, ak piesok pustíme. Zaujíma nás všetko, čo sa s váhami bude diať od okamihu, keď piesok uvoľníme, až do okamihu, keď do dolnej časti hodín dopadne posledné zrnko piesku.

B–2.3 Kondíky (5 bodov)
V schéme je zakreslený elektrický obvod, ktorým vďaka ideálnemu zdroju s napätím U preteká prúd. Aké veľké je pritom napätie na kondenzátore s kapacitou C_1?



B–2.4 Žľab (5 bodov)
Ak vezmeme dva dlhé obdĺžniky a jednou stranou ich priložíme k sebe, dostaneme žľab, ako na obrázku. Predstavte si, že do takéhoto žľabu umiestnime plnú guličku (s hmotnosťou m polomerom r a momentom zotrvačnosti $I = 2/5mr^2$). Žľab nahneme tak, aby úsečka, kde sa obdĺžniky spájajú, zvierala s vodorovnou rovinou uhol α. Pritom ho však držíme rovno, teda tak, aby obidva obdĺžniky zvierali so zvislicou rovnaký uhol. S akým zrýchlením sa bude pohybovať gulička? Predpokladajte, že nič neprešmykuje a gulička sa celá zmestí do žľabu.



Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

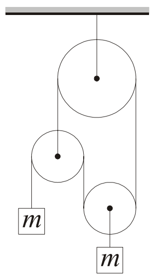
3. kolo letnej časti 20. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2004/2005
termín príchodu riešení
27. 4. 2005

www.fks.sk

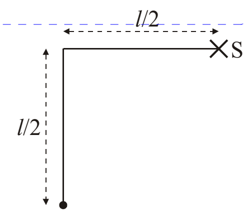
FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
`riesenia@fks.sk`
`info@fks.sk`

B–3.1 Sauna (4 body)
Keď chceš pomôcť svojmu zdraviu, oddaj telo saunovaniu. Ako je teda možné, že v saune je bežná teplota okolo 65°C a človek sa aj tak neuvarí (je známe, že štruktúra niektorých bielkovín sa porušuje už pri teplote 60°C). Tiež ste si mohli všimnúť, že keď sa snažíte ochladiť ovievaním, vylejete na výhrevné teleso trocha vody, prípadne sa chytíte nejakého predmetu, zažijete pocit intenzívnej horúčosti. Prečo?

B–3.2 Kladky (6 bodov)
Na obrázku je sústava kladiek, ktoré sa môžu otáčať bez trenia a pri výpočte ich môžeme považovať za nehmotné. Aké bude zrýchlenie závaží s hmotnosťami *m*, ak ich necháme voľne sa pohybovať?

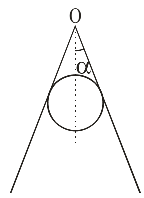


B–3.3 Kmit sem, kmit tam... (5 bodov)
Na nehmotnom, dokonale nepružnom, ale pevnom vlákne s jedným koncom upevneným v bode *S* visí hmotný bod. Stred vlákna chytíme a zdvihneme na úroveň bodu *S*, tak aby bolo napnuté a aby bol voľne visiaci hmotný bod v pokoji. Potom vlákno pustíme a necháme všetko na pokoji. Po krátkom čase bude sústava kmitať ako obyčajné matematické kyvadlo. Nájdite maximálnu uhlovú výchylku týchto kmitov.



Komentár: obrázok3!!!!

B–3.4 Guľa pod tlakom (5 bodov)
Majme dve paličky, ktoré sú kĺbovo spojené s bodom O. Strčíme medzi ne guľu tak, aby situácia bola symetrická a každá palička sa odklonila od zvislice o uhol α. Aký musí byť koeficient trenia, aby gulička ostala pevne zaseknutá?



Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
B – kategória (mladší)
20. ročník
letný semester
školský rok 2004/2005

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B – 1.1 (P)otočný problém (opravoval Juro)

Predstavte si, že stojíte na ľade. Ľad je úžasne hladký a trenie medzi ním a vami je úplne nulové. Ste otočení priamo na východ, potrebujete sa však otočiť priamo na sever. Ako to spravíte? Dá sa to vôbec? Na pomoc si nemôžete zobrať nič, máte k dispozícií len sami seba. Vedeli by ste sa nejakým spôsobom posunúť aj o jeden meter dopredu?

Na začiatok vám poviem toľko, že je možné otočiť sa o ľubovoľný uhol. Ak chcete vedieť ako, musíte dočítať tento vzorák až do konca, takže dobrú chuť!

Najprv sa pokúsme zistiť, či je možné posunúť sa o jeden meter niektorým smerom. Všetci z vás už zrejme videli rovnicu $\vec{F} = m\vec{a}$. Podľa nej má sila a zrýchlenie rovnaký smer a pre ich veľkosti platí $F = ma$. Pokiaľ nerátame len s jedným hmotným bodom, ale zložitejším telesom, označuje $\vec{F}$ výslednicu všetkých síl pôsobiacich na teleso a $\vec{a}$ zrýchlenie ťažiska. Keďže jediná sila, ktorá na človeka na ľade pôsobí, je gravitačná a táto má nulovú vodorovnú zložku, je $\vec{a} = 0$ v hociktorom čase. Preto nie je možný pohyb nikam. Nebude nám fungovať ani úvaha typu: zdvihneme jednu nohu, posunieme ju o meter a potom presunieme na ňu celú svoju hmotnosť. Akonáhle by sme sa totiž pokúsili hýbať s vlastným ťažiskom, vyzeralo by to ako prekračovanie na mieste. Podobne „zvalenie sa na zem v plnej svojej výške“ nám neostáva než odsúdiť ako trápny a bolestivý pokus – nohy podkĺznu, človek sa rozčapí na zemi a keď zastaví krvácanie z hlavy a zmeria polohu ťažiska, zistí, že to s ním vo vodorovnom smere ani len necuklo.

A teraz môžeme prejsť k tej dôležitejšej a náročnejšej otázke – ako je to s otáčaním. Predstavte si, že človek stojaci na ľade drží ťažkú kovovú obruč. Obruč drží vodorovne a to tak, aby on stál v jej vnútri, čo najlepšie v strede. Teraz obruč roztočí (tak aby bola stále vodorovná a on v jej strede). Je intuitívne, že pri snahe točiť obručou to začne človekom točiť v opačnom smere. Udržať obruč vo svojom pohybe asi nebude jednoduché, to nás ale netrápi, my skúmame princíp tohto mechanizmu. Nakoniec, keď sa človek otočí o požadovaný uhol, zastaví obruč, čo zároveň zastaví aj jeho. A je to.

Väčšina ľudí sa nenarodila v Hirošime a preto im z boku nevyrastá krásna veľká kovová obruč ako stvorená na otáčanie. Normálnemu človeku však stačí zdvihnúť ruku nad hlavu a začať pästou opisovať vodorovné kruhy tak aby on bol približne v ich strede. A je to, aj bez obruče.

Za nemožnosť posuvného pohybu ťažiska bol vlastne zodpovedný zákon zachovania hybnosti. (podľa neho musí ťažisko vo vodorovnom smere stáť) Čosi podobné existuje aj pre otáčavý pohyb – zákon zachovania momentu hybnosti. Tento zákon zachovania asi nepoznáte, intuitívne sme ho však použili a to hneď dvakrát – najprv sme usúdili, že keď začneme točiť obručou, roztočí sa aj človek, potom, že keď obruč zastavíme, zastaví sa aj človek.

Môže vás zaraziť, že posunúť sa nedá ale otočiť hej. Vyplýva to z vlastností geometrie tohto sveta a problém má skôr filozofický charakter. A na záver - na podobnom princípe sa otáčajú mačky pri páde. V tom tkvie ich fenomenálna schopnosť dopadnúť na nohy a neobiť si hlavu.

B – 1.2 Bublinky (opravoval Fajo)

Vezmite pohár a napustite doň horúcu vodu. Ak máte kvalitnú horúcu vodu ako ja, v pohári sa urobia malé bublinky, ktoré pomaly stúpajú nahor. Odhadnite ich priemer! Môžete pritom skúsiť použiť Stokesov vzorec pre odporovú silu.

Nazdar banda! Opäť ste sa prejavili ako skúsení experimentátori a mnohým z vás sa podarilo skĺbiť teóriu s praktickou realizáciou takmer k úplnej dokonalosti. Pre tých menej úspešnejších je tu vzorák.

Takže vezmime pohár a napustime doň horúcu vodu. Prečo horúcu? Lebo z horúcej vody sa lepšie uvoľňuje rozpustený vzduch. Je to tým, že to v nej viac žije – molekuly poletujú rýchlejšie vďaka tepelnému pohybu, a tak sa aj bublinky tvoria rýchlejšie (úloha pre trpezlivých: zopakujte pokus s vodou s teplotou okolo nuly). Alternatívne môžeme použiť aj nejaké bublinkové pitivo, napríklad kofolu, minerálku alebo iné inštinkt nasledujúce tekutiny. Tie sú ale zväčša nepriehľadné a ich bublinky majú rozmanité veľkosti, čo sa odzrkadlí na (ne)presnosti merania.

Na spodku pohára vznikne malá bublinka. Poďme si objasniť jej strastiplnú životnú púť až po vyslobodzujúce splynutie s atmosférou. Hneď od začiatku na ňu pôsobia dve sily: gravitačná F_g smerom dole a vztlaková F_{vz} smerom hore. Bublinka má oveľa menšiu hustotu ako voda, preto vztlaková sila poľahky zvíťazí. Bublinka sa odlepí od dna a začne sa pohybovať smerom k hladine. Keďže výsledná sila $F_{vz} - F_g$ nie je rovná nule, bude bublinka zrýchľovať:

$$F_{vz} - F_g = V\rho_v g - mg = V\rho_v g - V\rho_b g = 4\pi r^3(\rho_v - \rho_b)g/3,$$

kde $V = 4\pi r^3/3$, m, ρ_b sú objem, hmotnosť a hustota bublinky; ρ_v hustota vody a g gravitačné zrýchlenie. Tento radostný stav ale nepotrvá dlho, pretože pri pohybe začne bublinku spomaľovať okolité prostredie odporovou silou F_o. Tá pôsobí proti smeru pohybu, teda dolu. Našťastie, bublinka je malá, pekne guľatá, a pre také už dávno objavil nejaký Stokes, že:

$$F_o = 6\pi r\eta v,$$

kde 6 je číslo[1)], π je pí, r je polomer guličky, $\eta = 10^{-3}$ Nsm^{-2} dynamická viskozita vody (pri teplote 20°C) a v je rýchlosť guličky. Vidíme, že odporová sila narastá priamo úmerne so zväčšujúcou sa rýchlosťou. Bublinka teda zrýchľuje, až kým sa nevyrovná odporová sila F_o výslednici vztlakovej a gravitačnej sily $F_{vz} - F_g$. Potom sa už bublinka pohybuje len rovnomerne rýchlosťou v.

$$F_o = F_{vz} - F_g,$$
$$6\pi r\eta v = 4\pi r^3(\rho_v - \rho_b)g/3.$$

Čo nám hovorí táto rovnica? Že ak vieme tú rýchlosť v (všetko ostatné nájdeme v tabuľkách), nie je problém určiť polomer r. Po drobných cvikoch dostaneme výsledný vzťah:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v}{2(\rho_v - \rho_b)g}} \approx \sqrt{\frac{9\eta v}{2\rho_v g}}.$$

Posledná úprava spočívala v tom, že hustota vody $\rho_v = 1000$ kgm^{-3} je oveľa väčšia ako hustota vzduchu $\rho_b = 1{,}3$ kgm^{-3}. Preto môžeme ρ_b prakticky zanedbať.

Toľko teoretický pokec a poďme na samotný experiment. Ten sa bude celý točiť okolo merania spomínanej rýchlosti v. Fakt je, že bublinkina rýchlosť sa ustáli skoro hneď ako sa odlepí od dna. Preto nie je veľkou chybou, ak považujeme rýchlosť bublinky počas celého pohybu pohárom za konštantnú. Potom nám už nič nebráni povedať, že

$$v = l/t,$$

kde l je výška vody v pohári a t čas, za ktorý bublinka vypláva na povrch. Kvôli väčšej presnosti času t je lepšie meranie viacnásobnekrát zopakovať a použiť priemernú hodnotu. Tiež by sa dalo použiť hlbší pohár alebo inú nádobu, kde bublinky cestujú dlhšie. Poslednou otázkou ostáva, či sa nemení nejako radikálne polomer bublinky r v závislosti od hĺbky. Odpoveď je, že nie. Na bublinku tlačí atmosféra tlakom p_a a aj kvapalina hydrostatickým tlakom p_h. Rozdiel tlakov v bublinke v rôznych hĺbkach je daný len rozdielom hydrostatických tlakov. Tento rozdiel je ale veľmi malý (pri malých hĺbkach) oproti atmosferickému tlaku. No a ako to vlastne vyšlo? V horúcej vode môžu vznikať bublinky rôznych druhov a veľkostí s prislúchajúcimi rýchlosťami. Tie najmenšie sa pohybujú rýchlosťou okolo $v = 1\ \mathrm{cms}^{-1}$, čo zodpovedá priemeru zhruba $d = 0{,}07$ mm. Tie najväčšie letia okolo $10\ \mathrm{cms}^{-1}$, z čoho dostaneme priemer $d = 0{,}2$ mm.

Vaše hodnoty priemerov sa pohybovali zhruba v tomto rozmedzí, ale všetko to záviselo od toho, na akú bublinku ste upriamili svoju pozornosť. Preto som ani tak neprihliadal na presnú hodnotu priemeru d, ale na to, aký ste použili postup výpočtu a či ste meranie vôbec urobili.

1) napr. 6 bodiek = ...

B-1.3 Duck Tales (opravil Robo, vzorák Tomáš)

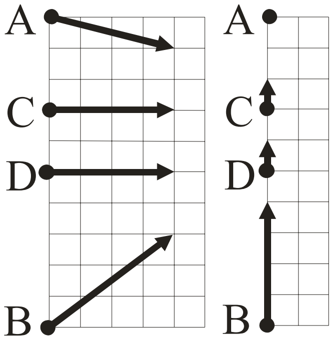
Na obrovskooooom jazere plávajú štyri kačičky s poetickými menami A, B, C, D. Kačičky sú pokazené, preto dokážu plávať iba rovnomerne priamočiaro konštantnou rýchlosťou. Z ich osobných zápiskov sme sa dozvedeli, že: A sa stretla s B, C aj D (nie nutne naraz). Podobne B sa stretla s A, C, aj D. Stretli sa aj C a D? Skúste čo najjednoduchšie popísať usporiadania, pri ktorých sa C a D nemusia stretnúť (opakujeme, nemusia).

** Podotýkame, že všetky príklady vo FKS sú originály. Pokiaľ máte pocit, že ste už podobný príklad riešili, jedná sa o halucinácie. A potom, aj tak ho nikto nemal dobre…*

Ahojte! Tento vzorák bude pedagogický bonbónik. Najprv vás všetkých strašne zotriem, prečo ste to nespravili lepšie. Potom vás motivačne trochu pochválim. Pomaly prejdeme k riešeniu. Dokážeme si, že kačičky C a D sa musia stretnúť VŽDY. Následne sa nad dôkazom zamyslíme a opravíme v ňom niekoľko chýb (nebudú veľké). Tak analyzujeme niekoľko špecifických pozícií, pri ktorých sa kachny stretnúť nemuseli. Avšak skôr, než začneme hocičo robiť, treba si vyjasniť, čo je to kačka. Kačka vyzerá takto:

Tie vaše riešenia, nič moc. Vlastne, neboli až také zlé. Zamyslime sa, čo vidí kačička A. Presnejšie, prenesme sa do sústavy pevne spojenej s touto kačičkou. Prenesenie sa do sústavy spojenej s A znamená k všetkým rýchlostným vektorom pripočítať opačný vektor rýchlosti A. Preto aj v tejto sústave všetky kačky plávajú rovnomerne priamočiaro a (špeciálne) A stojí. Dráhy kačiek B,C,D budú teda priamky prechádzajúce bodom A (na začiatku má A pocit, že stojí a B,C,D sa rútia rovno na ňu). To vieme z faktu, že A sa stretla s B,C,D, muselo sa tak teda stať v bode, kde A celý čas stojí. Navyše vieme, že B sa stretla s C. Ich dráhy, to sú nejaké priamky prechádzajúce cez A. © Ak sa teda majú stretnúť musí sa tak stať v tomto bode. To znamená, že A,B,C sa stretli všetky tri naraz v bode A. Vieme tiež, že B sa stretla s D. podobnou úvahou ako predtým dospejeme k tomu, že sa tak mohlo stať jedine v bode A. Preto sa všetky štyri kačky stretli naraz v bode A. Tým pádom sa C a D nutne museli stretnúť.

Kde je problém? Samozrejme, je to veta hneď za © (ako clamstvo). V drvivej väčšine prípadov je táto veta pravdivá, čo však keď dve priamky z predchádzajúcej vety (dráhy B a C) budú totožné? (pozor, to neznamená, že kačičky idú totožne, oni môžu ísť napr. po tej istej dráhe ale rôznymi rýchlosťami). Vtedy máme problém. Napríklad: B a C idú po jednej priamke a stretnú sa mimo A. Rýchlejšia B predbehne C. Ďalej v A sa stretnú A,B,D (naraz). Na záver C sa stretne s A v čase keď už B, D budú zahoramizadolami. Tým sme vyhoveli podmienkam úlohy, ale C a D sa nestretli. Podobný problém nastáva, ak dráhy B a D sú



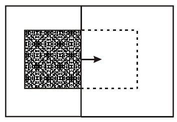
totožné. Je dobré si uvedomiť, že aj keď dráhy dvoch kačičiek pôvodne neboli totožné, ba ani len rovnobežné, pri prechode do sústavy spojenej s A sa totožnými môžu stať a naopak. Tento jav si za chvíľu ilustrujeme na príklade.

Zhrňme teda naše poznatky – aby sme boli schopní popísať usporiadania kačíc pri ktorých nedôjde k stretu C, D použijeme sústavu spojenú s kačkou A. Dráhy kačiek B, C, D sú nejaké priamky prechádzajúce A. Vo všeobecnom prípade sú tieto 3 priamky rôznobežné a všetky kačky sa stretávajú v A. V konkrétnych hnus-prípadoch môžu byť dráhy B a C alebo B a D totožné, vtedy sa kačky stretnúť nemusia. O tom či sa stretnú rozhoduje fakt, či sa kačky s totožnou dráhou stretnú v A alebo mimo. Špeciálnym prípadom je, keď všetky tri dráhy B,C,D sú totožné. Jedine vtedy môže nastať usporiadanie, kedy sa naraz nestretávajú viac ako 2 kačky naraz, preto si situácia zaslúži obrázok. Na ľavom obrázku sú kačky z pevnej sústavy, (všetky dvojice okrem C, D sa zjavne stretnú) na pravom je situácia z pohľadu A (B,C,D sa rútia po jednej priamke na ňu.)

Keďže otázka nebola formulovaná úplne presne, mali ste len popísať nejaké situácie, hodnotili sme podľa nášho úsudku. Body sme dávali podľa toho, k čomu sa vám podarilo dospieť. Na to, že pomôže voľba vhodnej vzťažnej sústavy, ste väčšinou neprišli. Je fajn si túto fintu zapamätať, často vám ušetrí hodne roboty. A na záver – ak chcete demonštrovať, že kačky sa nestretnú, nestačí len sugestívne načmárať pár čiar a povedať že áááá je to. Treba samozrejme dať kačkám vhodné rýchlosti, tak, aby sa kačky vhodne stretli/nestretli.

B – 1.4 Koberec (opravoval Paľo)

Stojíte v miestnosti, v ktorej je na zemi položený štvorcový koberec so stranou dĺžky $l = 2$ m a hmotnosťou $m = 6$ kg. Jeho koeficient trenia o podlahu je f. Koberec je umiestnený jednou stranou hneď pri dverách do druhej izby – začneme ho tam teda vodorovne ťahať. V tejto druhej izbe máme plávajúcu podlahu, koberec sa preto pohybuje po dlážke bez trenia. Akú prácu vykonáte pri premiestnení koberca?



Teším sa, že ste sa toľkí odhodlali riešiť tento milý príkladík, ktorý by bol úplne jednoduchý, keby koeficient trenia medzi kobercom a podlahou bol v obidvoch izbách rovnaký.

Ale ako je to v našom prípade? Môžeme jednoducho nahliadnuť, že kým je celý koberec v prvej izbe, musíme ho ťahať so silou

$$F_0 = mgfl,$$

a keď je už celý v druhej izbe, tak trecia sila bude rovná nule (t.j. sila, ktorou budeme ťahať koberec, bude tiež nulová $F_L = 0$). Už asi tušíte, že sila počas presúvania koberca nebude konštantná. A to je asi to najdôležitejšie v riešení celej úlohy.

Teraz sa pokúsme vyjadriť v silu v závislosti od posunutia, ktorú si označíme s (posunutie je tá vzdialenosť, o koľko som už koberec posunul, t.j. koľko metrov z koberca je už v druhej izbe). Trecia sila pôsobiaca na koberec má veľkosť rovnajúcu sa súčinu fgm_1, kde m_1 je hmotnosť tej časti koberca, ktorá je v prvej izbe (to, čo je v druhej izbe nás už nezaujíma). Pri posunutí s je v prvej izbe $(l - s)/l$ - tá časť koberca, ktorá má hmotnosť $m(l - s)/l$. A už sme aj našli funkciu našej sily:

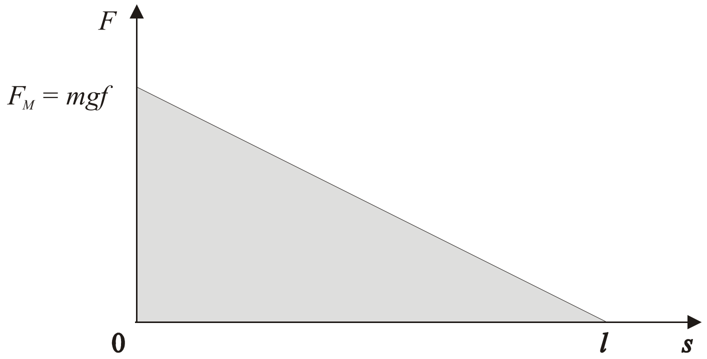
$$F = fgm(l - s)/l.$$

Vidíme, že sila klesá priamo úmerne v závislosti od posunutia. Teraz už len stačí spraviť si graf $F = f(s)$ a uvedomiť si, že práca je vlastne obsah plochy pod našou priamkou (Vo všeobecnosti platí, že práca je obsah plochy pod krivkou funkcie $F = f(s)$). Z obrázku vidíme, že v našom prípade je to vlastne obsah trojuholníka, ktorý môžeme ľahko vyrátať:

$$W = S = lmgf/2,$$

čo je v našom prípade už samotný výsledok (ak dosadíme číselné hodnoty, tak $W = 58{,}56.f$ J). Ten istý výsledok dostávame, ak uvážime, že $mgf/2$ je akási priemerná sila, ktorou koberec musíme ťahať.

Komentár: Kokos, toto je co



Tak to by bolo asi všetko. Táto úloha patrí medzi ľahšie, ale je veľmi hodnotná tým, že nám môže pomôcť pochopiť, aký je rozdiel, keď chceme vyrátať prácu vykonanú konštantnou alebo premenlivou silou a ako jednoducho si môžeme pomôcť aj v zdanlivo ťažšej situácii.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii letného semestra 20. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	☠	Σ
1.	Bzdušek	Tomáš	sx. A	G Piešťany	5,0	5,0	6,0	4,0		20,00
2.	Berta	Peter	2 A	G Veľké Kapušany	2,5	5,0	6,0	3,0		16,50
3.	Danko	Juraj	2 A	G Piešťany	2,5	5,0	5,0	3,5		16,00
4.	Rybák	Matúš	kv.	OG Kukučínova	3,5	5,0	3,5	2,5		15,70
5.	Malik	Tomáš	kv.	1SG BA Bajkalská	5,0	5,0	2,0	2,5		15,70
6.	Bogár	Ondrej	2 E	G ĽŠ Trenčín	1,5	4,0	6,0	4,0		15,50
7.	Fecko	Stanislav	sx. A	G Pankúchova	5,0	5,0	4,5	0,8		15,30
8.	Hreha	Ján	2	G Liptovský Hrádok	2,0	4,5	3,0	4,0		13,50
9.	Sudolský	Michal	2 F	G BB Tajovského	4,5	5,0	2,0	2,0		13,50
10.	Galica	Tomáš	sx.	G Spišská Stará Ves	1,5	5,0	2,0	4,0		12,50
	Pavlíček	Tomáš	2 C	SPŠE Piešťany	1,5	5,0	1,5	3,5		11,50
12.	Koreňová	Nikola	1 E	G PH Michalovce	2,5	2,5	2,5	2,0		11,00
13.	Boža	Vladimír	1 C	G Poprad Tatarku	3,5	4,0	3,0	4,0	-5	10,70
14.	Nagy	Jakub	1 C	G sv. Tomáša Akvinského	3,5	3,0	2,0	–		9,97
15.	Salaj	Michal	2 A	G Snina	5,0	5,0	1,0	1,5	-5	7,50
16.	Keruľ	Lukáš	kv. A	OG BA Tilgnerova	1,0	3,5	1,5	1,0	-1	7,37
17.	Rolníková	Zlatka	kv.	G Skalica	1,5	1,0	1,0	2,5		7,26
18.	Švihorík	Róbert	sx.	G Nitra Párovská	3,5	1,0	–	1,8		6,30
19.	Čelko	Pavol	sx.	G Považská Bystrica	1,0	–	1,0	4,0		6,00
20.	Alankina	Júlia	kv.	G Dunajská Streda	2,5	-	1,0	0,5		4,96
21.	Šnajderová	Lucia	sx. A	OG Varšavská 1, Žilina	4,0	0,5	–	0,5	-1	4,00
22.	Baxová	Katarína	9 C	ZŠ Dlhé Hory, Trenčín	1,0	-	-	0,5		1,92

Mráz ma štípe v tvári,
zima telo kvári.
Vietor besne zavýja,
umrzne mi celý Ja.
V duši mi však rastie
nekonečné šťastie.
Prečo tento protiklad?
Mám päť bodov za príklad.
Je to zázrak, zjavenie?
Čo mám chybné videnie?
Hm, vidím, že zjavne nie,
veď mám správne riešenie!

Toľko úryvok z eposu FKSelanky.

Ahojte mládež,
vonku povieva príjemný severák, zubaté slniečko sa len rozpačito usmieva a snehu stále pribúda. Veru tak, konečne k nám zavítala jar. A keď sa jar nachýli k letu, pomaly tu máme sústredko. To bude tentokrát (POZOR ZMENA!) **2.6. – 9.6.2005 v Oravskej Lesnej**.

No a ešte máme pre vás informáciu ohľadom jednej medzinárodnej fyzikálnej súťaže pre mladých ľudí, ktorí chcú vyskúšať svoje schopnosti a zručnosti. Kliknite na stránku http://www.wyp2005.at/glob2-talent.htm (alebo http://sfs.savba.sk/) a nájdete odkaz na súťaž *Physics talent search* v rámci Svetového roku fyziky.

P.S.: Cítite sa umelecky nedocenení? Chýba vám priestor na realizáciu? Uznávame, že sme uvedeným krátkym dielkom nasadili latku riadne vysoko, ale ak máte nutkanie, napíšte nám.

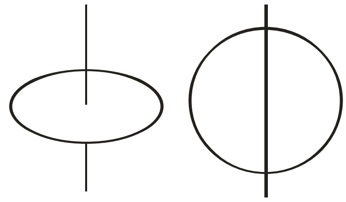
FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. kolo letnej časti 20. ročníka
A – kategória (staršia)
školský rok 2004/2005
termín príchodu riešení
6. 4. 2005

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A–2.1 P(a)lacka (5 bodov)
Majme kruh vyrezaný z homogénneho materiálu s hmotnosťou m a polomerom r. Jeho moment zotrvačnosti vzhľadom na os, ktorá prechádza stredom a je kolmá na rovinu kruhu, je $1/2mr^2$ (vľavo). Aký je moment zotrvačnosti vzhľadom na os, ktorá prechádza stredom a leží v rovine kruhu (vpravo)? Skúste úlohu vyriešiť bez použitia integrálov.

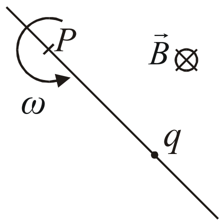


A–2.2 Rádio jádia (5 bodov)
Jadro rádia ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$, ktoré je v pokoji, sa rozpadá na jadro radónu ${}^{222}_{86}\mathrm{Rn}$ a časticu ${}^{4}_{2}\alpha$ (jadro ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$). Vypočítajte akou rýchlosťou sa bude pohybovať častica ${}^{4}_{2}\alpha$ dostatočne dlho po zrážke, keď už môžeme zanedbať vzájomné pôsobenie s ${}^{222}_{86}\mathrm{Rn}$. Všetky rýchlosti sú malé v porovnaní s rýchlosťou svetla. Pokojové energie sú v tabuľke.

$m_{\mathrm{Ra}}c^2$	212253,339 MeV
$m_{\mathrm{Rn}}c^2$	208490,339 MeV
$m_{\alpha}c^2$	3758,132 MeV

A–2.3 PolE na osi (5 bodov)
Vypočítajte veľkosť intenzity E elektrického poľa na osi prstenca s polomerom r nabitého rovnomerne rozmiestneným nábojom Q vo vzdialenosti x od jeho stredu.

A–2.4 Priame kmity (5 bodov)
V medzihviezdnom priestore sa nachádza priamka p ktorá sa otáča okolo svojho bodu P konštantnou uhlovou rýchlosťou veľkosti ω. Celé sa to nachádza v homogénnom magnetickom poli kolmom na rovinu pohybu priamky s indukciou B. Po priamke sa môže bez trenia pohybovať bodový náboj Q s hmotnosťou m. Vedci po dlhom skúmaní zistili, že za istých okolností koná tento náboj harmonické kmity po priamke p s rovnovážnou polohou v bode P. Čo musí spĺňať náboj Q, aby k tomuto javu došlo a aká je perióda týchto kmitov?



Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

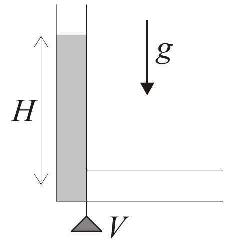
FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo letnej časti 20. ročníka
A – kategória (starší)
školský rok 2004/2005
termín príchodu riešení
27. 4. 2005

www. Fks **.sk**

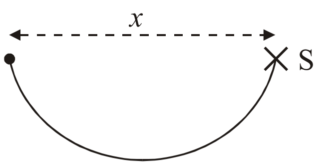
FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A–3.1 Trubka (5 bodov)
Zvislá trubica je naplnená vodou do výšky H, v spodnej časti je uzavretá ventilom V a ústi do dlhej vodorovnej trubice (táto je na začiatku prázdna). V čase $t = 0$ ventil otvoríme. Ako závisí rýchlosť klesajúcej hladiny od výšky vody ostávajúcej v zvislej trubici h? Ako sa mení zrýchlenie klesajúcej hladiny s časom t? Pri riešení môžete pokladať polomery trubíc za malé v porovnaní so začiatočnou výškou vody H.

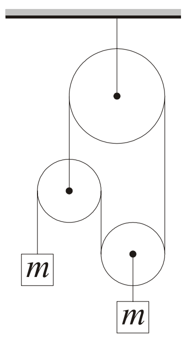


A–3.2 Doska levitation (5 bodov)
Majme sklenenú dosku s hmotnosťou m, na ktorú začneme kolmo svietiť laserom. Koeficient odrazu pri dopade svetla na rozhranie vákuum-sklo, sklo-vákuum je v oboch prípadoch rovný α. Aký je výkon lasera P, aby sa doska v Zemskom gravitačnom poli nehýbala? Doska je vodorovná a svietime rovno do jej ťažiska.

A–3.3 Jednoduchá perióda (5 bodov)
Na nehmotnom, dokonale pružnom, ale nekonečne tuhom vlákne s dĺžkou l, visí hmotný bod, zatiaľ čo druhý koniec vlákna je upevnený v bode S. Hmotný bod zdvihneme do tej istej výšky, v akej sa nachádza bod S a necháme ho voľne padať z vodorovnej vzdialenosti x od S. Nájdite také x rôzne od l, pre ktoré bude náš hmotný bod konať čo najjednoduchší periodický pohyb a vypočítajte jeho periódu.



A–3.4 Kladky (5 bodov)
Na obrázku je sústava kladiek, ktoré sa môžu otáčať bez trenia a pri výpočte ich môžeme považovať za nehmotné. Aké bude zrýchlenie závaží s hmotnosťami m, ak ich necháme voľne sa pohybovať?



Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
A – kategória (starší)
20. ročník
letný semester
školský rok 2004/2005

www. Fks .sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

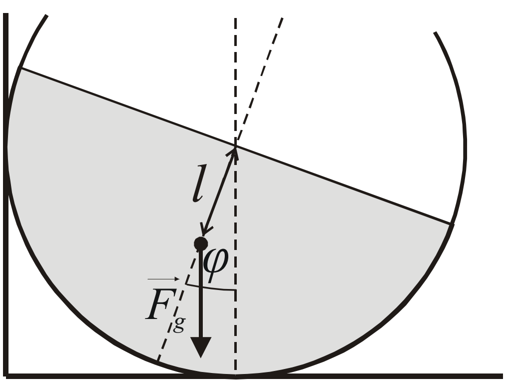
A – 1.1 Nerozhodný valec (opravoval Peťo)

Po vodorovnej podložke sa malou rýchlosťou bez prešmykovania kotúľa nealkoholická fľaša (valec) so zanedbateľnou hmotnosťou a tenkými stenami, v ktorej je presne do polovice jej objemu naliata voda. Zrazu narazí do zvislej steny. Fľaša chvíľu postojí pri stene a potom sa začne kotúľať späť. Prečo je to tak? Popíšte okamih, kedy sa fľaša opäť rozbehne!

Dva body navyše pre odvážnych: Vypočítajte, ako dlho valec čaká pri stene, ak má polomer r*, výšku* h *a na začiatku sa pohybuje malou rýchlosťou* v*. Voda v jeho vnútri však medzičasom stuhla na ľadový polvalec, ktorý má rovnaký objem ako pôvodná voda (zanedbávame rozťažnosť). Jeho hustota je* ρ *a po stenách fľaše sa šmýka s nulovým trením. Vzdialenosť ťažiska polkruhu od stredu pôvodného kruhu s polomerom* r *je* 4r / 3π .

Ahojte. Mnohí z vás si správne uvedomili, že za zdržanie fľaše je zodpovedná zotrvačnosť vody, poďme sa teda spolu poriadne pozrieť ako a prečo.

V ideálnom prípade je počas rovnomerného pohybu trenie medzi stenou valca a vodou pomerne malé, takže väčšina vody si otáčanie vôbec nevšíma a hladina kvapaliny je vodorovná. Keď rozbehnutý valec narazí do steny, zastaví sa, čo však neplatí pre vodu v jeho vnútri. Tá bude strácať svoju hybnosť postupne. V okamihu, keď sa valec zastaví, vode neostane nič iné, len sa prispôsobiť okolnostiam - natlačí sa na ľavú stenu valca, v dôsledku čoho sa celá masa vody trochu nakloní. Počas nakláňania sa zmenšuje hybnosť vody vo vodorovnom smere (uvedomiť si prečo, ako pomôcku si namiesto vody predstavte ľad). Z toho vyplýva, že stena pôsobí na



fľašu silou (jediná vodorovná sila pôsobiaca na valec je reakcia steny). Aby to bolo možné, musí sa fľaša steny dotýkať a pri tom stráví časť (polovicu, ako uvidíme neskôr) čakania. Počas tohto deja sa premieňala kinetická energia vody na potenciálnu, lebo so spomínaným naklonením hladiny súvisí aj zvýšenie polohy ťažiska sústavy. Za druhú polovicu času je zodpovedný presne opačný proces, lebo kvapalina v naklonenej rovine príliš dlho nevydrží, bude sa chcieť vyrovnať. Pritom však získava nejakú rýchlosť (klesá poloha ťažiska, potenciálna energia sa premieňa na kinetickú), tentoraz však opačným smerom. V okamihu, keď ťažisko prestáva zrýchľovať, sa valec odlepí od steny – to je presne vtedy, keď sa hladina stane opäť vodorovnou (rozmysliet). Tu mnohí spravili chybu – voda sa nenakloní ďalej, ako za vodorovnú polohu. Mnohí z vás si zobrali skutočnú fľašu s vodou a pokúšali sa tento jav pozorovať, na čom nie je nič zlé, až na to, že v zadaní sa nehovorí o celkom skutočnej fľaši. Kývavý pohyb fľaše po odraze je napríklad spôsobený nezanedbateľnou hmotnosťou fľaše a rozvlnením vodnej hladiny, ktoré by bolo zanedbateľné, keby rýchlosť v bola dostatočne malá. Takisto úvahy o tom, kedy sa voda „preklopí" (ako škôlkar-kaskadér na hojdačke), sú kvôli malosti v scestné.

Pokúsme sa teraz vypočítať, aký dlhý je čas čakania pre kus ľadu, ktorým sme nahradili vodu iba preto, aby sme sa nemuseli zaoberať vlnami a nerovnosťou hladiny. Keď zamrznutý polvalec narazí na stenu, jediný pohyb, ktorý bude môcť v najbližších okamihoch vykonávať, je otáčavý pohyb okolo osi valca. Na výpočet si stačilo uvedomiť, že polvalec sa bude správať ako fyzikálne kyvadlo. Hľadaný čas T je potom rovný polovici doby kmitu takéhoto kyvadla. Nech moment zotrvačnosti polvalca vzhľadom na os fľaše je J a jeho hmotnosť m. Moment zotrvačnosti valca (na stred) je $mr^2/2$ (čo nájdete v MFChT). Pre moment zotrvačnosti polvalca platí ten istý vzorec (neodpadávajte prekvapením). Ak totiž rozrežeme valec na 2 polvalce, tieto budú mať polovičnú hmotnosť, ale aj polovičný moment zotrvačnosti, ktorý presne dostaneme, keď do vzorca tú polovičnú hmotnosť dosadíme. Použitím tabuľkového vzťahu pre periódu fyzikálneho kyvadla dostaneme

$$T = \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}},$$

kde $l = 4r/3\pi$ je vzdialenosť ťažiska od osi otáčania, z čoho po úprave

$$T = \pi \sqrt{\frac{3\pi r}{8g}}.$$

Pokiaľ máme sklerózu v pokročilom štádiu a vzorec si nepamätáme, stačí, keď zapíšeme celkovú energiu rozbehnutého polvalca a urobíme analógiu s energiou harmonického oscilátora. Dostávame, prekvapivo, ten istý výsledok. Čas, ktorý sa fľaša bude dotýkať steny je rovný

$$\pi \sqrt{\frac{3\pi r}{8g}}.$$

A - 1.2 Rýchlosť svetla (opravovala Baša)

Rýchlosť svetla vo vákuu je sympatická známa veličina, čo ale robí také svetlo v potravinárskom oleji? Zožeň si stopky a skús túto hodnotu čo najpresnejšie zmerať. Uvítame aj odhad chýb, ktorých si sa dopustil.

Väčšina z vás prišla na to, že existuje niečo ako index lomu a Snellov zákon, v ktorom vystupuje hľadaná rýchlosť svetla a nejaké tie uhly, čiže celkom merateľné veličiny. Tí, ktorí na to neprišli, hold smola, tie stopky boli na oklamanie nepriateľa a medzi nami, dosť veľká blbosť na to, aby ste si to všimli...

Ako viete, svetlo v oleji trošku spomaľuje. Vieme, že pomer rýchlostí svetla vo vákuu a v oleji je rovnaký ako index lomu oleja (index lomu vzduchu je 1). Stačí nám teda zistiť, aký index lomu má náš olej a skoro sme vyhrali. Na to nám je dobrý už spomenutý Snellov zákon, ktorý udáva vzťah medzi indexom lomu a uhlami, pod akými svetlo prechádza rozhraním:

$$n_1/n_2 = \sin\alpha_2/\sin\alpha_1.$$

Len ako zmerať uhly?

Väčšina z vás si vybrala celkom jednoduchý spôsob, a to tak, že vzala dva uhlomery a merala uhol nad a pod hladinou. Aj tak sa dá, ale nemusí to byť celkom presné. Jednoduchšie je zmerať, o koľko sa vám taký lúč pri prechode olejom posunie. Zistíte si napríklad, kam lúč dopadne ak v nádobe nie je olej, a kam dopadne ak tam ten olej je. Stačí si pokus pekne nakresliť a zistiť, ktorý uhol je ktorý.

Treba si však uvedomiť, že svetelnému lúču nestojí v ceste len olej, ale aj nádoba. Ak ste merali uhly, bolo to v pohode, pretože nádoba uhol láme pri vstupe do nej (myslím tým ten kúsok umelej hmoty alebo skla, z ktorého je nádoba zhotovená), ale aj pri výstupe, takže konečný uhol zostáva zachovaný. Ak ste však merali posunutie lúča, mohli vám vzniknúť rôzne odchýlky, pretože aj vo fľaši sa lúč o čosi posunie. Pokiaľ však použijeme tenkú umelohmotnú fľašu a volíme rozumný uhol dopadu, posunutie spôsobené fľašou je zanedbateľné…

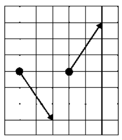
Celkom zaujímavé by mohlo byť ešte použitie úplného odrazu svetla tak, že by ste svietili na hladinu oleja zo spodku, teda z oleja... Stačilo by vám odmerať jeden uhol – ten, pri ktorom nastane úplný odraz - a tým by sa chyba merania zmenšila. Ale verím, že nikomu sa nechcelo pchať do oleja tie úbohé ukazovátka…

Takže k bodovaniu: Pri experimentoch je potrebné spomenúť, akej chyby ste sa kde mohli dopustiť a tým približne určiť presnosť, s akou ste pracovali. Dobré je tiež ukázať ako strašne ste sa nad experimentom zapotili, a preto ak už nameráte nejaké hodnoty, nebojte sa ich zverejniť. To je pri experimentálnych úlohách dobrý zvyk.. A samozrejme, vždy ma potešil nákres vášho meracieho zariadenia, lebo pochopiť z textu, čo vlastne ste robili, bolo občas celkom náročné...

To by bolo asi tak všetko, stačí si pamätať, že počet bodov stúpa s počtom spravených experimentov a vynaloženej snahy, teda aj s vysvetlením chýb, náčrtom obrázkov a nejakou tabuľkou, iba že by ste nás oslnili nejakým prevratným experimentom...

A – 1.3 Génius Kepler (opravoval Škrek)

Kepler objavil tri zákony pohybu planét. Tak, ako ich poznal on, sa dajú použiť iba vtedy, keď je obežnica omnoho ľahšia ako centrálne teleso. Čo ak máme zrátať periódu obehu dvoch hviezd s podobnými hmotnosťami (zľava doprava) M a 2M? Vyriešte túto úlohu za pomoci tých Keplerových zákonov, ktoré objavil samotný majster, a elementárnej fyziky. Dĺžka jedného dielika je l, rýchlosti hviezd v jednom okamihu sú také ako na obrázku (jeden dielik odpovedá rýchlosti v*). Pritom platí* $\kappa M = 24lv^2$.



Helou hviezdy, tak ako? Rotujete? Počkajte, hneď vám zrátam periódu. Tak sa na to pozrieme, najprv teda zákony súdruha Keplera:

1. *Planéty obiehajú okolo Slnka po elipsách s malou výstrednosťou, pričom Slnko sa nachodí v ich spoločnom ohnisku.*
2. *Plochy opísané sprievodičom tejže planéty, vzťahujúcim sa na stred Slnka v ľubovolných dvoch rovnakých časových intervaloch sú rovnaké. (Tento zákon sa dá prepísať do reči matematiky takto: v.r.sinα = konšt. kde v je rýchlosť obežnice, r je sprievodič a α uhol medzi nimi)*
3. *Druhé mocniny obežných dôb planét pri ich obiehaní okolo Slnka sú úmerné tretím mocninám veľkých poloosí ich eliptických dráh.*

Zdroj : D. Ilkovič, Fyzika, SVTL BA 1957, 808 strán, 481 obrázkov, 45 tabuliek, str. 96

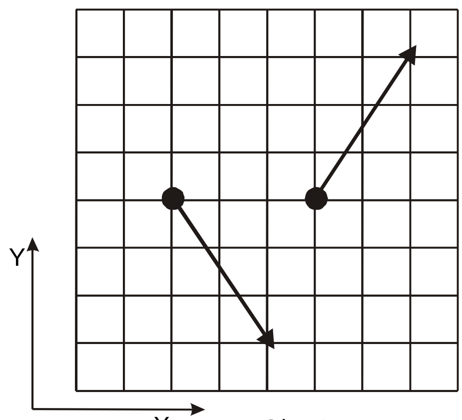
Kepler predpokladal, že stred Slnka je totožný s ťažiskom slnečnej sústavy a ten sa nehýbe. To nás vedie k tomu, aby sme sa venovali najprv ťažisku našej dvojhviezdy.

Označme si rýchlosť prvej hviezdy v_1, druhej v_2 a ťažiska v_t. Pričom v_1 a v_2 vieme odčítať z obrázka 1, kde jeden dielik zodpovedá vzdialenosti l a rýchlosti v. Po zavedení súradnicovej sústavy ako na obrázku vieme že $\vec{v}_1 = (2v\,,-3v)$ a $\vec{v}_2 = (2v\,,3v)$. Zo zákona zachovania hybnosti vieme, že

$$M\vec{v}_1 + 2M\vec{v}_2 = (M + 2M)\vec{v}_t\,,$$

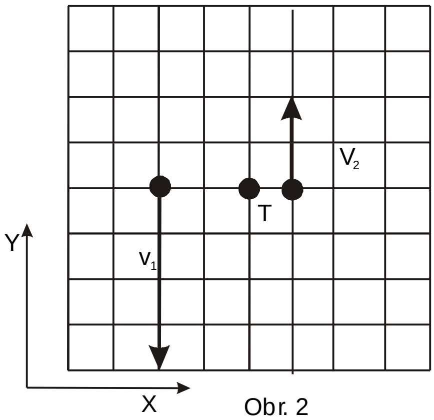
a teda že

$$\vec{v}_t = \frac{M(\vec{v}_1 + 2\vec{v}_2)}{3M} = (2v\,,v).$$



Obr. 1

Pohybujúce ťažisko nám nevyhovuje, ale tento problém sa dá ľahko vyriešiť. Zvolíme si pozorovateľa, ktorý sa bude pohybovať s ťažiskom. Takýto pozorovateľ vníma rýchlosti hviezd v'_1, v'_2 a v'_t, kde $v'_1 = v_1 - v_t = (0\,,-4v)$, $v'_2 = v_2 - v_t = (0\,,2v)$ a $v'_t = v_t - v_t = 0$. Super, takže ťažisko sa nehýbe. Ale kde je? Aha, už ho vidím, je na spojnici oboch hviezd v dvoch tretinách ich vzájomnej vzdialenosti bližšie k druhej (ťažšej) hviezde. Pre lepšiu orientáciu kuk na obr. 2. Na obe hviezdy pôsobí gravitačná sila veľkosti



Obr. 2

$$F_g = \kappa \frac{2M^2}{x^2},$$

kde κ je gravitačná konštanta a x vzájomná vzdialenosť hviezd. Teraz vymažeme z priestoru hviezdneho hviezdu č.1 (tú ľahšiu, ťažšia sa horšie gumuje) a namiesto nej prišpendlíme do ťažiska hviezdu plachtiacich hrozienok s hmotnosťou $M/9$, ktorá je známa tým že sa v našej vzťažnej sústave nepohybuje. Aká bude gravitačná sila pôsobiaca na druhú hviezdu? Ich vzájomná vzdialenosť je teraz $x/3$, a teda

$$F_g' = \kappa \frac{2M.M/9}{(x/3)^2} = \kappa \frac{2M^2}{x^2},$$

čo je napodiv to isté, ako keď sme tam mali obe hviezdy. Paráda, takže zabudneme na prvú hviezdu a už máme známu úlohu o jednej nepohyblivej hviezde s hmotnosťou $M/9$ a jej obežnici s hmotnosťou $2M$, ktorej máme vyrátať periódu obehu podľa Keplerových zákonov.

Platí zákon zachovania mechanickej energie a zákon zachovania momentu hybnosti (čo je druhý Keplerov zákon v ružovom). Celková mechanická energia sústavy E_0 je súčtom potenciálnej a kinetickej energie v hociktorom čase (takže napríklad aj vo východzej situácií). Nulový potenciál gravitačného poľa hviezdy plachtiacich hrozienok (familiárne hviezda č.3) môžeme voliť v nekonečne, a tak máme:

$$E_0 = E_K + E_P,$$

$$E_k = \frac{1}{2} 2M\vec{v}_2'^2 = M\vec{v}_2'^2 = 4M\vec{v}^2,$$

$$E_p = -\kappa \frac{2M.M/9}{x/3} = -\kappa \frac{2M^2}{3x} = -\kappa \frac{2M^2}{9l},$$

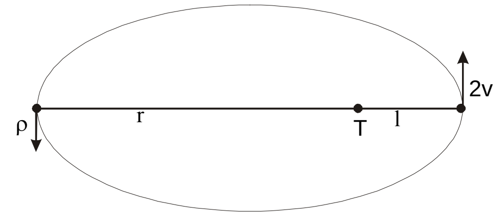
kde $x/3$ je vzdialenosť hviezdy č.2 od hviezdy č.3 a x vzdialenosť hviezd č.1 a č.2. Podľa obr.2 platí $x/3 = l$. Na rad prichádza mnohými diskutovaná a kritizovaná hviezdna podmienka

$$\kappa M = 24lv^2.$$

Je taká preto, aby nám vyšli pekné čísla. Ak to pekne všetko sčítame, dostaneme

$$E_0 = 4Mv^2 - \frac{48lv^2M}{9l} = \frac{12}{3}Mv^2 - \frac{16}{3}Mv^2 = -\frac{4}{3}Mv^2.$$

Ak máme zistiť periódu obehu z 3. Keplerovho zákona, čo aj plánujeme, potrebujeme zistiť dĺžku hlavnej poloosi elipsy, po ktorej hviezda č.2 obieha okolo hviezdy č.3. Keď sa pozrieme na zadanú situáciu v našej sústave, vidíme, že rýchlosť hviezdy č.2 je kolmá na spojnicu hviezd 2 a 3. Takáto situácia môže nastať iba ak je obežnica v perihéliu alebo apohéliu (najbližšie alebo najďalej). Predpokladajme, že sa jedná o perihélium. Súčet vzdialeností hviezd 2 a 3 v perihéliu a aféliu je rovný presne dvojnásobku hlavnej poloosi elipsy, po ktorej 2. hviezda obieha. O5 kuk na obr. 3. V prípade perihélia vieme, že $x = l$ a $|v'_2| = 2v$ v aféliu si označíme vzdialenosť ako r a rýchlosť ako ρ (kuk na obr. 3). Z 2. Keplerovho zákona :



Obr. 3

$$2M\,2vl = 2M\rho r \Rightarrow \rho = 2vl/r. \qquad (1)$$

Zo zákona zachovania energie

$$M\rho^2 - \kappa \frac{2M^2}{9r} = E_0 = -\frac{4}{3}Mv^2. \qquad (2)$$

Dosadíme (1) do (2)

$$4Mv^2\frac{l^2}{r^2}-\kappa\frac{2M^2}{9r}=-\frac{4}{3}Mv^2,$$

prenásobíme r^2/M a dosadíme hviezdny vzorec $\kappa M = 24lv^2$

$$\frac{4}{3}v^2r^2-\frac{48}{9}v^2lr+4v^2l^2=0.$$

Upravíme to na

$$r^2-4lr+3l^2=0 \Rightarrow (r-l)(r-3l)=0.$$

Máme dva korene, pričom vzdialenosť $r_1 = l = x$ zodpovedá počiatočnému stavu a ide o perihélium, a tento stav sme už poznali predtým takže vzdialenosť $r_2 = r = 3l$ a zodpovedá apohéliu. Dvojnásobok poloosi je teda $r + x = 3l + l = 4l$. No a už konečne môžeme zrátať periódu. 3. Keplerov zákon nám prakticky vraví, že hviezdy s rovnako dlhou poloosou obiehajú za rovnaký čas okolo centrálneho telesa. Teda ak poznáme poloos, nezaujíma nás v prípade dĺžky obehu konkrétna trajektória, môžeme si vybrať hocakú (teda hocakú eliptickú) trajektóriu, ktorú vieme zrátať (môžeme aj takú čo nezrátame, ale o tom inokedy... napr. na skúške). Prirodzený výber je kružnica s priemerom $4l$, ktorú vieme pekne spočítať. Takže

$$F_g = F_d, \tag{3}$$

kde F_g je gravitačná sila a F_d je sila dostredivá pri rovnomernom pohybe po kružnici s polomerom $4l/2 = 2l$. Platí

$$F_g=\kappa\frac{2M.M/9}{(2l)^2} \quad \text{a} \quad F_d=2Mw^2 2l, \tag{4}$$

kde w je uhlová rýchlosť

$$w = 2\pi/T. \tag{5}$$

Spojením (3), (4) a (5) pre T dostaneme

$$T^2=\frac{288\pi^2l^3}{\kappa M}.$$

Opäť dosadíme náš zázračný vzorec $\kappa M = 24lv^2$ a odmocníme, potom dostaneme

$$T=\sqrt{12}\pi l/v.$$

Toto je perióda obehu hviezdy č.2 okolo ťažiska. Logicky ale musí platiť, že za rovnaký čas obehne aj prvá hviezda okolo ťažiska, lebo ťažisko je vždy medzi nimi a nehýbe sa. Takže tešíme sa, sme vo vytržení, ručičky sa nám trasú... No užili sme si svoj hviezdny okamih. Lúčim sa s vami pozdravom „*We are stardust*“.

A – 1.4 Ľahký kondík (opravoval dj ONY)

Kondenzátor s kapacitou C, to je vám vec! Jeho ladné rovnobežné dosky vzdialené d *a je medzi nimi vákuum. Medzi jeho dosky vložíme rovnobežne tretiu dosku hrúbky* l *(ostatné rozmery má také isté ako kondík). Ako ďaleko od stredu kondenzátora ju máme vložiť, aby bola výsledná kapacita sústavy čo najväčšia?*

Bonjour!

Ako je jasné z "výsledkovky", väčšina z vás nemala s týmto príkladom vážne problémy. No aj tak sa vám oplatí prečítať si tento vzorák, pretože okrem búšenia vzorcov snáď pochopíme aj fyziku skrytú za nimi.

Začneme so vzorcom $C = \varepsilon S/d$, čo je známy vzorec pre kapacitu kondenzátora. Ak teraz vložíme dovnútra tretiu dosku a táto bude vodivá, vytvoríme tým vlastne dva nové kondenzátory, ktoré sú zapojené za sebou, takže pre výslednú kapacitu platí

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2.$$

Ak medzera medzi ľavou doskou má veľkosť x, na pravú ostane $d - l - x$. Preto

$$1/C_1 = x/(\varepsilon S),\ \ 1/C_2 = (d - l - x)/(\varepsilon S).$$

Po dosadení dostávame

$$C = \varepsilon S/(d - l),$$

čo je hodnota nezávislá od x. Ďalším zaujímavým pozorovaním je, že pre $l = 0$ sa kapacita kondíka oproti pôvodnej nezmení. Môžeme teda povedať, že kondík si vôbec nevšimne, že mu do útrob strčili vodivú platňu, pokiaľ je táto dostatočne tenká. A čo ak je doska, ktorú do vnútra strčíme, z nevodivého materiálu? V tomto prípade sme vlastne namiesto jedného kondíka vytvorili 3 kondíky – medzera pred doskou, samotná doska, medzera za doskou. Kto má problém s tým, že strednému kondíku chýbajú kovové steny, nech si predstaví strednú dosku potiahnutú tenučkým plechom – vieme už, že toto nezmení vlastnosti kondíka (rozmyslieť). Po krátkom výpočte (sčítame prevrátené hodnoty všetkých troch kapacít) dostávame výslednú kapacitu zase raz ako nezávislú od x. Je teda úplne jedno, kam tretiu dosku vložíme.

Toto ste urobili skoro všetci a aj to stačí, ale kto ma chuť na čosi viac, resp. rozumieť, prečo je to tak, prečítajte si nasledujúci BONUS.

Keď privediem na nenabitú vodivú platňu, ktorá má plochu S, náboj Q, plocha sa nabije na plošnú hustotu $\sigma = Q/S$. Tento privedený náboj spôsobí, že sa potenciál φ dosky zvýši. Čím viac náboja privádzam, tým väčší potenciál (priamo úmerne) platňa má. Teda $Q = C\varphi$. Konštanta úmernosti je tzv. kapacita a závisí od geometrických a materiálových vlastností daného vodiča (platne). Takže kapacitu možno vyjadriť ako $C = Q/\varphi$.

Je známe, že elektrická intenzita pre nekonečne veľkú nabitú platňu nezávisí od vzdialenosti od tejto platne a dá sa vyjadriť ako $E = \sigma/2\varepsilon$, kde ε je permitivita prostredia (miesta, v ktorom určujem túto el. intenzitu). Keď priblížim k tejto platni druhú, nenabitú, indukuje sa na nej opačný náboj, ktorý vytvára rovnakú elektrickú intenzitu. Výsledná elektrická intenzita takejto sústavy (nápadne pripomínajúcej kondenzátor) je daná súčtom oboch intenzít. Teda

$$E = \sigma/\varepsilon. \tag{1}$$

Napätie medzi dvomi platňami je dané ako

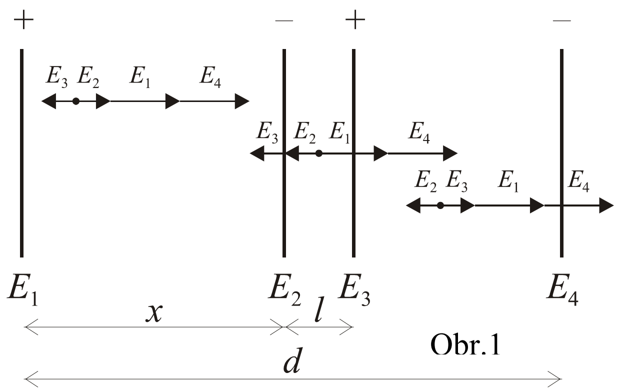
$$U = Ed \tag{2}$$

(d je vzdialenosť platní). Toto napätie je vlastne rozdiel potenciálov $U = \varphi - \varphi_0$. Pred nabitím je potenciál $\varphi_0 = 0$ a po nabití φ.

Takže kapacitu môžeme vyjadriť ako:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\sigma S}{Ed} = \frac{\varepsilon S}{d}. \tag{3}$$

V praxi sa nekonečné platne dosť ťažko konštruujú, takže uvažujeme platne (dosky) s plochou S. Využívať pre konečnú platňu vzorec (1) nás oprávňuje fakt, že ak sú platne oveľa bližšie k sebe ako sú ich rozmery, elektrické pole sa naozaj správa tak homogénne ako pri nekonečnej platni. Ostáva nám tomu uveriť, lebo matematický dôkaz je dosť náročný. Predstavte si, že ste chrobáčik na futbalovom ihrisku. Pre vás sa ihrisko javí ako nekonečná platňa. Ak by ste ale lietali kilometer nad ním, vôbec by sa nezdalo nekonečné.



Obr.1

Pozrime sa teraz na obrázok 1. Intenzita E_1 je vytváraná ľavou platňou a intenzita E_4 pravou. Po vložení tretej dosky sa na jej stenách zhromažďujú príslušné náboje (pozri obr.1), a vytvárajú intenzity E_2 a E_3 (toto nie je celkom triviálny fakt, treba si to premyslieť). Ak by bola stredná doska vodivá, náboje by boli rovnaké ako na platniach kondenzátora. Skúsme to ale riešiť všeobecne. Pozrime sa, aká je výsledná intenzita v troch rôznych miestach. Správne smery elektrických intenzít určíme jednoducho z dohody, že elektrická intenzita smeruje von z kladne nabitej oblasti, resp. do záporne nabitej oblasti. Predpokladajme, že vložená doska má všade rovnakú relatívnu permitivitu ε_r. Potom sa zrejme obe jej strany nabijú na rovnaký náboj, a teda $E_2 = E_3$. Z tohoto faktu dostávame, že intenzita v oblasti 1 je rovnaká ako v oblasti 2. $E^1 = E^2 = E_1 + E_4$.

Vo vnútri tretej dosky to je $E^3 = E_1 + E_4 - E_2 - E_3$. Označme teraz vzdialenosť prvej a tretej dosky x. Potom celkové napätie medzi doskami 1 a 2 je súčtom napätí v jednotlivých oblastiach. Teda podľa (2) pre napätia môžeme napísať

$$U = (E_1 + E_4)x + (E_1 + E_4 - E_2 - E_3)l + (E_1 + E_4)(d - l - x) \tag{4}$$

$$U = (E_1 + E_4)(d - l) + (E_1 + E_4 - E_2 - E_3)l$$

Použijeme teraz vzťah (1) pre elektrickú intenzitu od dvoch platní.

$$U = \frac{\sigma}{\varepsilon}(d - l) + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon} - \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_r}\right)l, \tag{5}$$

teda

$$U = \frac{\sigma}{\varepsilon}\left[d - l\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_r}\right)\right]. \tag{6}$$

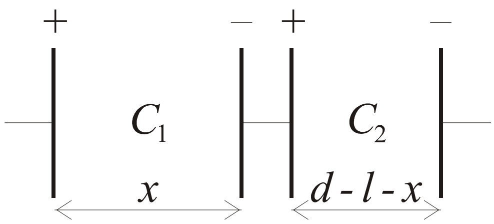
Výslednú kapacitu tejto sústavy určíme podľa (3) ako

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon S}{d - l\left(1 + \dfrac{1}{\varepsilon_r}\right)}. \tag{7}$$

Tu už vidíme, že kapacita závisí len od parametrov dosky a nie od jej umiestnenia. Maximálnu kapacitu preto dosiahneme v každej polohe. Takýmto štýlom uvažovala len Marcela H., za čo jej patrí pochvala. Ale čo ak bude tretia doska vodivá?

Relatívna permitivita materiálu je definovaná ako podiel vnútornej elektrickej intenzity (u nás je to $E_2 + E_3$) a celkovej elektrickej intenzity ($E_1 + E_2 + E_3 + E_4$). Ak je doska vodivá, celková elektrická intenzita je kompenzovaná vnútornou a tak permitivita ide do nekonečna. Preto $1/\varepsilon_r$ ide k nule. Z toho vyplýva, že pre vodivú dosku dostaneme vzťah

$$C = \varepsilon S/(d - l). \tag{8}$$



Stačilo samozrejme považovať dosku za vodivú, z čoho vyplynula rovnosť nábojov na stenách tretej dosky. Toto sme si mohli predstaviť ako sústavu dvoch kondenzátorov (viď obr.2). Pre výslednú kapacitu takejto sústavy C_v platí $1/C_v = 1/C_1 + 1/C_2$, t.j. $C_v = C_1C_2/(C_1 + C_2)$. Z toho po dosadení za $C_1 = \varepsilon S/x$ a $C_2 = \varepsilon S/(d - l - x)$ dostávame práve vzťah (8). Je to tiež veľmi pekný spôsob, ktorý použila väčšina z vás, ale prvý som uvádzal preto obšírne, aby ste sa viac vnorili do toho, ako to v tých kondíkoch vlastne behá.

A to by už snáď aj stačilo. Pekný koniec zimy.....

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 1. sérii letného semestra 20. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	☠	Σ
1.	Závodný	Jakub	ok.	G BA Grösslingova	6,0	5,0	5,0	4,0		20,00
2.	Bzdušek	Tomáš	sx. A	G Piešťany	6,0	5,0	4,5	4,0		19,65
3.	Hrdá	Marcela	3 IB	G BA J. Hronca	5,8	5,0	4,5	4,0		19,50
4.	Perešíni	Peter	3 F	G BB Tajovského	5,0	5,0	5,0	4,0		19,29
5.	Imriška	Jakub	3 A	G BA J. Hronca	5,0	4,5	5,0	4,0		18,92
6.	Dzetkulič	Michal	3 A	G PH Michalovce	6,0	4,0	4,0	4,0		18,54
	Mikuláš	Ján	se.	G BST Lučenec	5,0	4,5	2,5	4,0		16,96
8.	Foltin	Miroslav	3 C	G Jána Hollého	5,0	5,0	2,0	4,0		16,96
9.	Hergelová	Beáta	3 B	G BST Lučenec	3,8	4,5	2,5	4,0		15,95
10.	Petrík	Peter	4 IB	G BA J. Hronca	5,7	4,0	2,0	4,0		15,70

	Sasák	Róbert	4 D	SPŠE Piešťany	4,6	5,0	2,0	4,0		15,60
12.	Astaloš	Róbert	4 A	G Rimavská Sobota	4,0	5,0	2,5	4,0		15,50
13.	Zámečník	Peter	3 D	G MRŠ NMV	4,0	5,0	1,0	4,0		15,26
14.	Kravec	Martin	3 A	G PH Michalovce	5,0	5,0	–	4,0		15,26
	Pôbišová	Zuzana	3 F	G BB Tajovského	3,2	5,0	1,5	4,0		14,99
16.	Kaniansky	Miroslav	se. A	G Piaristické Nitra	4,2	5,0	–	4,0		14,55
17.	Veselovská	Lenka	se.	G M.M.Hodžu	3,0	5,0	1,0	4,0		14,37
18.	Sudolský	Michal	2 F	G BB Tajovského	4,0	5,0	–	4,0		14,37
	Komorovský	Marek	se.	G Dubnica n. Váhom	4,2	5,0	2,0	4,0	-2	14,29
20.	Svítková	Lucia	3 B	G VBN Prievidza	4,0	3,0	1,5	4,0		13,91
21.	Lalinský	Ján	3		5,8	0,1	2,5	4,0		13,81
22.	Šibík	Juraj	4 D	G Považská Bystrica	4,0	5,0	0,5	3,5		13,00
23.	Kuchárik	Marcel	3 D	G MRŠ NMV	4,5	2,5	–	4,0		12,49
24.	Obžerová	Gabriela	3 B	G VBN Prievidza	2,7	2,5	1,5	4,0		12,19
25.	Rušin	Michal	ok.	G Spišská Stará Ves	2,0	5,0	2,5	1,5		11,00
26.	Uchytilová	Vendula	3 A	G J.K.Tyla	2,5	3,5	1,5	2,0		11,00
27.	Korch	Jakub	7 A	G Piaristické Nitra	4,0	0,1	1,5	3,5		10,59
28.	Vojtko	Andrej	ok. A	G Skalica	4,5	4,0	–	1,5		10,00
29.	Ladecky	Martin	4 B	G VOZA	4,0	–	1,5	4,0		9,50
30.	Berta	Peter	2 A	G Veľké Kapušany	4,0	–	–	4,0		9,44
31.	Bachratá	Alenka	3 B	G VOZA	4,0	–	–	4,0		9,44
32.	Piják	Peter	4 B	G VOZA	5,5	–	–	3,5		9,00
33.	Petruchová	Zuzka	se.	G BA Grösslingova	4,0	–	–	0,5		8,37
34.	Švihranová	Ivana	3 C	OA Hrobákova 11	2,5	0,3	–	–		3,52

Mráz ma štípe v tvári,
zima telo kvári.
Vietor besne zavýja,
umrzne mi celý Ja.
V duši mi však rastie
nekonečné šťastie.
Prečo tento protiklad?
Mám päť bodov za príklad.
Je to zázrak, zjavenie?
Čo mám chybné videnie?
Hm, vidím, že zjavne nie,
veď mám správne riešenie!

Toľko úryvok z eposu FKSelanky.

Ahojte mládež,
vonku povieva príjemný severák, zubaté slniečko sa len rozpačito usmieva a snehu stále pribúda. Veru tak, konečne k nám zavítala jar. A keď sa jar nachýli k letu, pomaly tu máme sústredko. To bude tentokrát (POZOR ZMENA!) **2.6. – 9.6.2005 v Oravskej Lesnej**.

No a ešte máme pre vás informáciu ohľadom jednej medzinárodnej fyzikálnej súťaže pre mladých ľudí, ktorí chcú vyskúšať svoje schopnosti a zručnosti. Kliknite na stránku http://www.wyp2005.at/glob2-talent.htm (alebo http://sfs.savba.sk/) a nájdete odkaz na súťaž *Physics talent search* v rámci Svetového roku fyziky.

P.S.: Cítite sa umelecky nedocenení? Chýba vám priestor na realizáciu? Uznávame, že sme uvedeným krátkym dielkom nasadili latku riadne vysoko, ale ak máte nutkanie, napíšte nám.