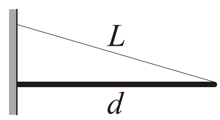
FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. kolo zimnej časti 19. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2003/2004
termín príchodu riešení
7. 4. 2004

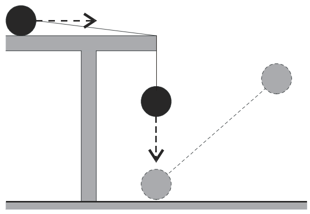
www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
`riesenia@fks.sk`
`info@fks.sk`

B–2.1 Visí na nitke (5 bodov)
Niť dĺžky $L = 1$ m zanedbateľnej hmotnosti pridržiava tyč dĺžky $d = 60$ cm a hmotnosti $M = 4$ kg pri stene tak, ako na obrázku. Tyč je pritom o stenu iba opretá a je na ňu kolmá. Zistite, pri akej najmenšej hodnote koeficientu trenia medzi tyčou a stenou je uvedená situácia možná.



B–2.2 Padajúce spojené guličky (5 bodov)
Máme dve rovnaké guličky hmotnosti m, ktoré sú spojené nehmotnou niťou dĺžky h. Sú položené na stole tak, že jedna gulička prevísa cez stôl spolu s tretinou dĺžky nite. Výška stola je h. Po uvoľnení sa sústava dá do pohybu, prevísajúca gulička nepružne narazí na zem (prilepí sa) a druhá gulička spadne zo stola. V akej výške sa bude druhá gulička nachádzať, keď sa niť opäť napne?



B–2.3 V prúde je sila (5 bodov)
Vezmite pohár a naplňte ho v umývadle prúdom vody s prietokom 1 liter/10 s. Odhadnite veľkosť sily, ktorou pôsobí prúd vody na pohár. Všetky potrebné údaje zmerajte.

B–2.4 Tehla na pedál (5 bodov)
Naši poslanci už dávnejšie schválili zvýšenie maximálnej povolenej rýchlosti v obci z 50 na 60 km/h. Odhadnite, ako tým vzrástla brzdná dráha áut.

Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo zimnej časti 19. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2003/2004
termín príchodu riešení
5. 5. 2004

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
`riesenia@fks.sk`
`info@fks.sk`

B–3.1 Gravitačná úloha (4 body)
Polomer planéty Jupiter je asi R = 71800 km. Štvrtá Jupiterova družica Kalisto je od stredu planéty vzdialená približne 26R a jej obežná doba je T = 16,7 dňa. Určite gravitačné zrýchlenie na povrchu Jupitera.

B–3.2 Trabantovica (5 bodov)
Po diaľnici uháňajú dva trabanty rýchlosťou 100 km/h. Zrazu si jeden z nich povie tak už dosť a zvýši rýchlosť na 200 km/h. Akú zmenu kinetickej energie pri tom pozoruje vodič druhého trabanta, akú pozoruje človek stojaci na zemi a akú ujo, ktorý celú situáciu s nadhľadom pozoruje zo Slnka? Ktorý pozoruje skutočnú zmenu kinetickej energie a prečo? Koľko benzínu naozaj minul trabant pri zrýchlení?

B–3.3 Veselé prasa (6 bodov)
Prasa si hovie na ideálnej niti dĺžky l a je mu dobre (viď obrázok). V jednom okamihu chytíme horný koniec nite a začneme ho ťahať:

a) v smere šípky rýchlosťou veľkosti v,
b) v smere šípky so zrýchlením a.

V ťahaní pokračujeme donekonečna. Zrátajte maximálnu výšku, do ktorej sa prasa počas svojho pohybu dostane! Prasa aproximujte hmotným bodom.

B–3.4 Maťkove guličky (5 bodov)
Maťko má dve guličky a potrebuje sa ich zbaviť. Za najrozumnejší spôsob považuje hodiť ich spodným susedom, preto prevŕta podlahu a pustí prvú guličku hmotnosti 2m do diery. Počká čas t a pustí do diery z rovnakého miesta aj druhú guľku s hmotnosťou m. Do akej výšky vyletí druhá gulička po prvom odraze? Vráti sa Maťkovi alebo nie? Vzdialenosť podláh je H. Všetky zrážky považujte za dokonale pružné a rozmery guličiek zanedbajte.

Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

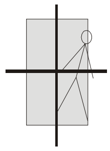
vzorové riešenia 1. série
B – kategória (mladší)
18. ročník
zimný semester
školský rok 2002/2003

www. .sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

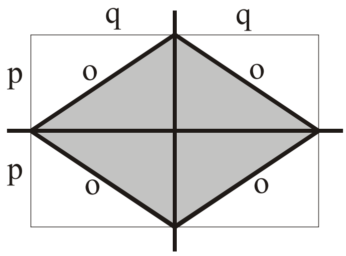
B – 1.1 Skúška dospelosti (opravoval Škrek)

V divokom africkom kmeni Fukoso musí mladý junák podstúpiť nasledovnú skúšku, aby sa stal dospelým lovcom: večer si položí dosku hmotnosti M na dve pevné vodorovné klady tak ako na obrázku (klady podopierajú dosku presne v osiach súmernosti). Na takto položenej doske musí stráviť noc. Ak z dosky spadne všetci ho vysmejú a on odchádza hanebne uhynúť do púšte. Kde na doske môže mať nádejný levozabíjač hmotnosti m *svoje ťažisko aby sa doska pod ním nepreklopila?*

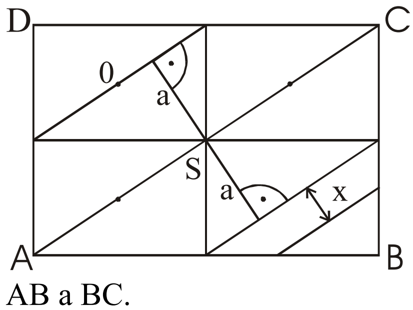


Nad krajnou už staročia patriacu najdivokejšiemu kmeňu Afriky Fukoso sa zotmelo. Divoké zvery sa uložili spať a ešte divokejšie šelmy sa tešili na romantický nočný lov. Mladý Juro sa ich ale nebál. Mal pred sebou oveľa dôležitejšiu úlohu. Dnes je jeho veľká noc. Ak obstojí v skúške dospelosti, čaká ho obdiv, sláva a určite nejeden pohľad od prekrásnych Fukosiek. Ak neuspeje čaká ho len smrť v hanbe a osamelosti. Priblížil sa ku krížu s klád ktorý si pri včerajšom rituáli sám urobil. Na kladách už bola prichystaná obdĺžniková doska o rozmeroch $2p$ x $2q$ tak ako na obrázku.

Juro začal premýšľať. Tá doska je predsa dosť ťažká. Ak by hmotnosť dosky M bola väčšia ako jeho vlastná hmotnosť m, tak by sa po doske mohol rozvaľovať koľko chcel. Skusmo opáčil roh dosky. Pod tlakom jeho nohy sa doska okamžite naklonila. Juro si povzdychol. Nemal si dať takú ťažkú večeru. Toto bude dlhá noc. Juro ale nestrácal nádej. Zobral drievko a urobil si náčrt do slnkom vyprahnutej zeme (obr. 1).



Ak sa položí do kosoštvorca tvoreného štyrmi možnými osami otáčania o určite sa nepreklopí, lebo klady vykompenzujú jeho moment sily. Ale Juro ako človek slobodný a slobodomyseľný chcel vedieť, pokiaľ až siahajú jeho hranice, ako ďaleko za os otáčania sa môže položiť. Položil si x ako maximálnu vzdialenosť svojho ťažiska od osi otáčania o v smere von z dosky a vzdialenosť a ako vzdialenosť ťažiska celej dosky (tj. jej stredu) od o. Vedel, že v krajnom prípade sa moment jeho sily okolo osi o musí rovnať momentu sily dosky okolo o. Juro si uvedomil, že jedna osmina dosky pôsobí vzhľadom na vybranú os o opačným smerom momentu sily ako ostatok dosky. To by mohlo znamenať problém. Juro si prekreslil obrázok (obr. 2) a označil si na ňom všetky význačné body a vzdialenosti: ABCD – vrcholy dosky, S – stred dosky, A_1,B_1 – stredy strán AB a BC.



Juro si všimol že trojuholníky dosky A_1B_1S a A_1BB_1 vzhľadom na os o si navzájom vykompenzujú momenty síl lebo sú rovnaké, takže ich môžeme s radosťou ignorovať. Ako však vypočítať moment sily okolo o zbytku dosky? Platí, že výsledný moment sily je súčtom všetkých momentov síl. Juro si rozložil pozostalý útvar na obdĺžniky o stranách p x q a každý nazval podľa rohu dosky, ktorý mu prislúchal. Všetky tri obdĺžniky mali rovnakú hmotnosť $M/4$. Z obrázku mu bolo hneď jasné, že vzdialenosť ťažísk obdĺžnikov A a C od o je rovnaká a rovná a, a vzdialenosť ťažiska obdĺžnika D je rovná $2a$. Z toho vyplýva, že moment sily, ktorým pôsobí ostatok dosky je

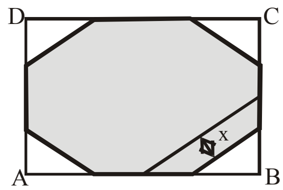
$$M_d = \frac{M}{4} g2a + 2\left(\frac{M}{4} ga\right) = Mga\,,$$

kde g je gravitačné zrýchlenie. Juro sa plesol po čele. Veď to mohol vedieť hneď, že moment otáčania hocijakého telesa okolo ľubovolnej osi je vzdialenosť jeho ťažiska od osi otáčania aj keď je os vo vnútri telesa. No a dosadením do pôvodnej rovnice o rovnosti momentov síl na oboch stranách Jurko dostal

$$mgx = Mga\,, \quad \text{a teda} \quad x = \frac{M}{m} a\,,$$

pričom pre výpočet a použil rovnosť obsahu trojuholníka A_1BB_1

$$\frac{pq}{2} = a\frac{\sqrt{p^2+q^2}}{2}, \quad \text{a teda} \quad a = \frac{pq}{\sqrt{p^2+q^2}}\,.$$



Toto potvrdzovalo jeho prvotnú úvahu, že ak je ľahší alebo rovnako hmotný ako doska, tak sa môže položiť hocikam v rámci dosky (lebo pomer hmotností $M/m \geq 1$ a $x \leq a$ aby ležalo v rámci dosky). Vzhľadom na symetriu úlohy Juro dospel k výsledku zahrnujúc všetky štyri osi pomerne rýchlo. Oblasť do ktorej sa môže uložiť si zaznačil na obrázok.

Juro, znavený týmto heroickým výkonom, rýchlo vyhupol na dosku a zaspal. Snívalo sa mu o bojoch s legendárnym kmeňom Efemefi obývajúcim neprebádané oblasti Mills Valley.

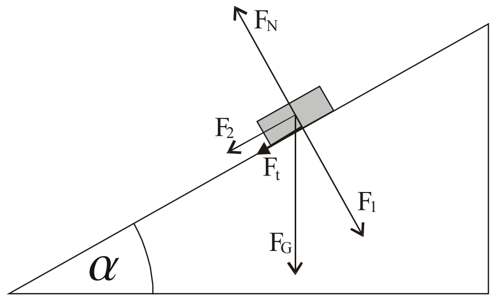
B – 1.2 Ja som z toho puk... (opravovala Saša)

Puk vystrelíme po naklonenej rovine so sklonom α nejakou rýchlosťou. Po chvíli sa vráti späť do pôvodnej polohy, pričom čas výstupu bol k krát menší ako čas zostupu. Aký je koeficient trenia medzi pukom a naklonenou rovinou?

Ahojte! Poďme rovno na vzoráčik, čo vy na to?

Majme naklonenú rovinu, po ktorej („z úpätia“) vystrelíme puk nejakou začiatočnou rýchlosťou, označme si ju v. Po čase t_1 puk vo vzdialenosti s zastane a začne sa pomaly kĺzať smerom dole po naklonenej rovine, až po čase t_2 zíde naspäť do pôvodnej polohy a teda prejde opäť dráhu s. Je dôležité si uvedomiť, čo spôsobí to, že puk po vystrelení zastane a potom sa opätovne začne kĺzať dole. Áno, áno, správne. Sú to sily, ktoré pôsobia v smere a proti smeru pohybu nášho telesa – puku. Takže ostáva nám, pre mnohých to najzložitejšie, správne určiť sily, ktoré pôsobia na naše teleso.

1) <u>Pohyb puku po naklonenej rovine smerom hore</u>



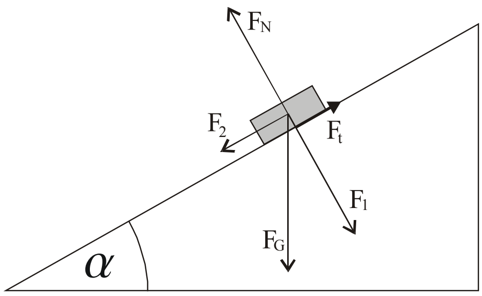
Na teleso pôsobia nasledovné sily. Tiažová sila F_G, ktorej zložka $F_2 = F_G.\sin\alpha$ pôsobí proti smeru pohybu puku a zložka $F_1 = F_G.\cos\,\alpha$, tzv. prítlačná sila, ktorou pôsobí teleso na podložku. Táto sila podľa zákona akcie a reakcie vyvolá rovnako veľkú silu F_N, ktorou pôsobí podložka na teleso v smere kolmom na podložku. Nás však zaujímajú sily v smere a proti smeru pohybu telesa. Okrem už spomínanej sily F_2 ako zložky tiažovej sily, na teleso pôsobí ešte aj trecia sila, ktorá pôsobí taktiež proti smeru pohybu telesa a ktorej veľkosť závisí od nášho hľadaného koeficientu trenia f a od prítlačnej sily F_1. Pre túto treciu silu máme teda $F_t = fF_1 = fF_G.\cos\,\alpha$. Ak to teda dáme dokopy, tak na naše teleso pôsobí proti smeru jeho pohybu celková sila $F_t + F_2 = F_G\,(f\cos\,\alpha + \sin\,\alpha)$. Táto výsledná sila vyvoláva spomalenie telesa a_1, teda platí (pohybová rovnica pre náš puk)

$$ma_1 = mg\,(f\cos\alpha + \sin\alpha),$$

z čoho ľahko určíme spomalenie

$$a_1 = g\,(f\cos\alpha + \sin\alpha).$$

2) Pohyb puku po naklonenej rovine smerom dole



Analogicky odvodíme aj pre tento pohyb výslednú silu, ktorá pôsobí na puk kĺžuci sa smerom dole po naklonenej rovine. Zložky tiažovej sily sú opäť také isté, rozdiel je v tom, že sila F_2 tentoraz pôsobí v smere pohybu telesa a trecia sila F_t proti smeru pohybu telesa. Tu je dobré uvedomiť si, že na to, aby sa teleso vôbec pohybovalo dole, musí byť $F_2 > F_t$. Ale my podľa zadania vieme, že puk skĺzol dole, takže zrejme je táto podmienka splnená. Vyjadríme si teraz celkovú silu pôsobiacu na puk v smere jeho pohybu, z čoho následne odvodíme a_2 – zrýchlenie, ktoré má puk pri pohybe dole naklonenou rovinou.

Celková sila je teda $F_2 - F_t = F_G\,(\sin\alpha - f\cos\alpha)$, ktorá udeľuje telesu zrýchlenie a teda platí pohybová rovnica

$$ma_2 = mg\,(\sin\alpha - f\cos\alpha),$$

z čoho zrýchlenie

$$a_2 = g\,(\sin\alpha - f\cos\alpha).$$

Teraz si stačí uvedomiť, že pohyby, ktoré puk konal sú rovnomerne spomalený a rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb, keďže spomalenie (zrýchlenie) je po celej dráhe konštantné (predpokladáme, že koeficient trenia je na celej naklonenej rovine rovnaký). Ďalej vieme, že puk prešiel rovnakú dráhu aj spomaleným aj zrýchleným pohybom. Tak nie je nič ľahšie na svete, ako dať tieto dve dráhy do rovnosti. Na vyjadrenie dráhy nám pomôžu vzorčeky pre spomalený a zrýchlený pohyb.

- rovnomerne spomalený pohyb so začiatočnou rýchlosťou v a konečnou rýchlosťou 0

  Platí

  $$s = vt_1 - \tfrac{1}{2}\,a_1t_1^2 \quad \text{a} \quad v - a_1t_1 = 0,$$

  z čoho máme $s = \tfrac{1}{2}\,a_1t_1^2$.

- rovnomerne zrýchlený pohyb s nulovou začiatočnou rýchlosťou

  $$s = \tfrac{1}{2}\,a_2t_2^2.$$

Využijúc poslednú informáciu zo zadania a to „čas výstupu bol k-krát menší ako čas zostupu“, čo po správnom preložení do matematického zápisu vraví $t_2 = kt_1$, môžeme obe vyjadrenia tej istej dráhy položiť do rovnosti, dosadiť vypočítané spomalenie a zrýchlenie a začať upravovať. Dostaneme tak

$$\tfrac{1}{2}\,a_1t_1^2 = \tfrac{1}{2}\,a_2t_2^2,$$

$$g\,(f\cos\alpha + \sin\alpha)\,t_1^2 = g\,(\sin\alpha - f\cos\alpha)k^2t_1^2,$$

$$f\cos\alpha\,(k^2 + 1) = \sin\alpha\,(k^2-1).$$

Z toho máme pre hľadaný koeficient trenia f výsledný vzťah

$$f = tg\alpha\frac{k^2-1}{k^2+1}.$$

Okrem tohto najčastejšieho postupu sa vo vašich riešeniach objavilo aj zopár pekných riešení, pri ktorom sa využil zákon zachovania energie, čo tiež viedlo k správnemu výsledku. Častou chybou v riešeniach bolo zlé rozkladanie síl, či určenie výslednej sily. Okrem toho sa zopár „šťastlivcov“ nedopracovalo k úplne správnemu riešeniu kvôli zlému matematickému zápisu vetičky „čas výstupu bol k-krát menší ako čas zostupu“ a tieto časy dali do opačného pomeru. Ak si práve búchaš hlavu o múr, ako si mohol spraviť takúto nešťastnú chybu práve ty, poteším ťa, nebol si sám:)

Čo teraz? No vychutnávajme posledné mrznúce dni a poďme sa šmýkať po naklonených rovinách. Len pozor, aby ste niekomu neposlúžili ako puk...

B – 1.3 Papagáj (opravovala Myška)

Vo vzduchotesne uzavretej krabici sedí papagáj. Krabica je položená na ideálnych váhach. V jednom okamihu papagáj vzlietne, aby sa uistil, že horná časť krabice je rovnako nudná ako dolná. Ako sa zmení hodnota na váhach, ak sa papagáj „vznáša" vo vzduchu na mieste? Svoju odpoveď zdôvodnite.

Rozjímaním nad týmto príkladom ste sa, milí naši riešitelia, rozdelili na dva nepriateľské tábory. Jeden z nich tvrdil, že váhy budú ukazovať rovnakú hodnotu. Ten druhý si bol istý, že krabica s poletujúcim papagájom bude ľahšia ako krabica s papagájom sediacim. My v tejto chvíli dávame slávnostne za pravdu prvej skupinke a pokúsime sa teóriu nezmenenej hmotnosti nejako vierohodne zdôvodniť.

Prvé zdôvodnenie, ktoré predkladáme, vychádza priamo z 2. Newtonovho pohybového zákona. Pozeráme sa vlastne na sústavu niekoľkých predmetov – papagája, krabice a vzduchu. Na každý z predmetov pôsobí gravitačná sila. Ťažisko sústavy sa nachádza v pokoji. Preto tu musí existovať rovnako veľká opačná sila. Bodka. Ak sa vám zdá takto uvažovať divné, uvedomte si, že každý predmet s ktorým bežne rátame ako s kusom solídneho „fluida" sa v skutočnosti skladá z množstva kmitajúcich, pohybujúcich a interagujúcich molekúl. Čo tak predstaviť si papagája ako „ozaj veľkú molekulu" ktorá mávaním krídel interaguje s okolím?

V prípade papagája má však zmysel uvažovať aj inak – pozrieť sa priamo na to, čo sa vnútri deje. Papagáj sedel v krabici a váhy ukazovali jeho hmotnosť, hmotnosť krabice a hmotnosť vzduchu v nej. To bolo jasné všetkým z vás. Potom sa však papagáj vydal na prieskum a vznešene sa vznášal vo vzduchu. V tej chvíli sa začali diať naozaj čudesné veci...

Na papagája stále pôsobila gravitačná sila F_g. Či sedel, alebo si lietal. Keďže stav „vznášania sa" je definovaný ako stav rovnovážny, gravitačná sila musela byť nejako vykompenzovaná. Z uvedeného vyplýva, že na pestrofarebného okrídlenca pôsobila v týchto momentoch aj iná sila – označme si ju F_o. F_o je sila veľkosti F_g smerujúca proti gravitačnej sile (teda nahor).

Odkiaľ sa však takáto sila mohla vziať? Keďže papagáj bol v krabici sám, asi si ju aj sám musel vyrobiť. A vyrobil si ju tým, že mával krídlami. Pri mávaní je jeho jedinou snahou tlačiť vzduch smerom dole (pod seba). Vzduch tlačí smerom na podložku a reakciou na túto silu vzniká záhadná sila F_o, ktorá pôsobí proti tiaži lietajúceho tvora.

Čo teda budú ukazovať váhy? Papagáj tlačil pod seba vzduch a ten narážal na dno krabice. Tento vzduch bude na dno krabice tlačiť presne silou F_o. Prečo? Mávaním krídel dostávajú molekuly vzduchu nejaký moment hybnosti v smere nadol. Tento moment hybnosti sa „prenáša" cez zrážky molekúl. Môže sa napríklad rozdeliť na niekoľko menších momentov. Nakoniec ale všetky budú absorbované krabicou. Preto sila „vetra" na krabicu je presne F_o. A keďže veľkosť F_o sa rovná veľkosti F_g, váhy budú opäť ukazovať hmotnosť vzduchu, krabice a papagája.

Ak ale chceme byť dôslední, tak musíme podotknúť, že váhy nebudú počas papagájovej výpravy celkom ustálené. V dôsledku toho, že papagáj máva krídlami, budú ukazovať z času na čas hodnoty väčšie i menšie ako tá naša očakávaná. (ťažisko sústavy sa trošku pohne) Hoci plný počet bodov dostali aj tí, ktorí sa tomuto problému nevenovali, je chvályhodné, že niektorí ste sa o ňom vo svojich riešeniach zmienili.

Mnohých z vás ešte trápil osud papagája v uzatvorenej krabici. Je zrejmé, že ak si vydýcha všetok vzduch, nemusí skončiť úplne slávne. To je – samozrejme – pravda. Všetkým by som preto chcela odkázať, že pri riešení úloh FKS treba v budúcnosti aj v myšlienkových pokusoch dávať pozor na bezpečnosť a zdravie experimentálnych zvierat a nenechať ich (ani teoreticky :-) zomrieť…

B – 1.4 Niečo vo vzduchu (opravovala Rebro)

Vo vzduchu sa vznáša bublina naplnená héliom. Zistite, či je ťažšia jej mydlová stena, alebo hélium vnútri uzavreté!

Zdravím všetky bublinky a bublinkov. Tak ako to vlastne je? Čo je ťažšie, kilo železa alebo kilo peria? Príklad sa dal riešiť zložito, zložitejšie a ešte zložitejšie.

Poďme na ten ľahký spôsob. V prvom rade si bolo treba uvedomiť, aké všetky informácie nám ponúka krátke, ale obsahom bohaté, zadanie. Narážam na to, že bublina sa nám vznáša vo vzduchu, čo znamená, že sily na ňu pôsobiace sú v rovnováhe. Nuž a aké to sily nám pôsobia na bublinku? Ako všetko okolo nás aj bublinu priťahuje k sebe Zem, t.j. pôsobí na ňu príťažlivá tiažová sila. Každý z nás asi počul aj o Archimedovi a ten tu má tiež prsty. Pretože však vzduch má oveľa menšiu hustotu ako voda a my, jeho účinky na sebe nepozorujeme. V prípade bublinky už jeho vplyv však zanedbateľný nie je. Urobíme tu jedno priblíženie (zanedbanie). Keď si predstavíte bublinu, všetci mi dáte za pravdu, že hrúbka jej steny je zanedbateľná oproti polomeru. Pre to ju zanedbáme a tvárime sa, že celý objem bubliny je vyplnený héliom. Ešte nejaké tie rovničky, tiažová sila sa nám rovná vztlakovej a teda

$$(m_{bs} + m_{He})g = V_b \rho_{vz} g, \qquad (1)$$

kde m_{bs} je hmotnosť bublinovej steny, m_{He} hmotnosť hélia, V_b objem bubliny, ρ_{vz} je hustota vzduchu. Vyjadrime si teraz m_{bs}, pričom dosadíme, že

$$m_{He} = V_b \rho_{He} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{He} \text{ a dostaneme: } m_{bs} = V_b(\rho_{vz} - \rho_{He}).$$

Dajme teraz do pomeru hmotnosť steny bubliny a hélia. Pokrátime objem bubliny a máme

$$\frac{m_{bs}}{m_{He}} = \frac{\rho_{vz} - \rho_{He}}{\rho_{He}} = \frac{\rho_{vz}}{\rho_{He}} - 1. \qquad (2)$$

Z tabuliek si viem zistiť hustotu vzduchu i hélia. Ak by bol výraz na pravej strane rovnice menši ako 1, t.j. zlomok by bol menší ako 2, bolo by ťažšie hélium. My však vieme, že hustota vzduchu je asi 7,2 krát väčšia ako hustota hélia, a teda hmotnosť steny bubliny je asi 6,2 krát väčšia ako hélia. Niekoľko z vás neuvažovalo pomer, ale hľadali aký vzťah je medzi hmotnosťami. Bolo nutné tiež urobiť podobnú úvahu, čo je väčšie, čo je kladné....

Poďme na ten zložitejší spôsob. Ten spočíva v tom, že nezanedbáme objem steny bubliny, resp. tvárime sa, že bublina má nejakú hrúbku h a polomer gule, v ktorej je hélium je r, t.j. celá bublina má polomer $r+h$. Budeme vychádzať zo vzťahu (1), ale $V_b = 4\pi(r + h)^3/3$, ďalej sa zmení $m_{He} = 4\pi r^3 \rho_{He}/3$. Vyjadrime si teraz pomer hmotností ako v (2)

$$\frac{m_{bs}}{m_{He}} = \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\rho_{vz}\left(r+h\right)^3 - \rho_{He} r^3\right)}{\frac{4}{3}\pi\rho_{He} r^3} = \frac{\rho_{vz}}{\rho_{He}} \cdot \frac{\left(r+h\right)^3}{r^3} - 1. \qquad (3)$$

Podobne môžeme aj analyzovať výraz na pravej strane. Vieme, že h je veľmi malé, takže druhý zlomok bude skoro 1, ale čitateľ bude vždy o trooošku väčší, takže druhý zlomok bude aspoň 1, ak nie viac. Čo platí pre prvý zlomok, t.j. pomer hustôt sme si už povedali. Preto môžeme zasa prehlásiť, že súčin zlomkov je väčší ako 2, hmotnosť steny bubliny je väčšia.

A čo sa týka najzložitejšieho spôsobu... Viacerí z vás sa zamýšľali nad tým, že v takej bubline je trošku iný tlak, t.j. hélium bude mať inú hustotu... Keď však budeme uvažovať takú normálnu bublinu, tento efekt bude zanedbateľný, pretože čím väčšia bublina, tým je tlak menší. Nedá mi nespomenúť Jakuba Imrišku, ktorý spočítal, že bublina, v ktorej by hélium bolo ťažšie ako jej stena, by mala polomer 600 nm, čo on za bublinu nepovažuje a úprimne povedané ani ja. A prečo, alebo odkiaľ to vie? Pozrime sa na vzťah (2), ak by pomer hustôt bol menší ako 2, t.j. $\rho_{vz} = 2\rho_{He}$ a menej, bola by $m_{He} > m_{bs}$. Zo stavovej rovnice si vieme odvodiť hustotu plynu v závislosti od jeho tlaku (aj teploty...). Pretlak bude spôsobený kapilárnym tlakom. Vzorec preň sa dá nájsť – a vyjde nám polomer. Ale to vám dávam za d.ú. Skúste si to, návod máte.

A úplne na záver ešte jeden spôsob. Veľa z vás si odhadlo aj hustotu mydlovej steny, tvárili ste sa, že je to voda (čo zhruba aj sedí) no a potom ste buď odhadli aj hrúbku steny a priamo hmotnosti spočítali, alebo natvrdo dosadili do vzťahu pre všetky tri hustoty. Mne sa viac páči riešenie vyššie spomínané, je to však vec vkusu. Teším sa na ďalšiu sériu.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii letného semestra 19. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	☠	Σ
1.	Bzdušek	Tomáš	kv. A	G Piešťany	5.0	5.0	5.0	5.0		20.00
	Imriška	Jakub	2 A	G BA J. Hronca	5.0	5.0	5.0	5.0		20.00
3.	Škrovinová	Katarína	sx.	G Nitra Párovská	5.0	4.0	5.0	5.0		19.00
4.	Berta	Peter	1 A	G Veľké Kapušany	5.0	5.0	3.0	5.0		18.54
	Fecko	Stanislav	kv. A	G Pankúchova	4.0	4.0	5.0	5.0		18.54
6.	Fačkovec	Boris	kv. A	G Piešťany	3.0	4.5	5.0	5.0		18.16
7.	Kaniansky	Miroslav	sx. A	G Piaristické Nitra	5.0	3.0	5.0	5.0		18.00
	Piterka	Tomáš	sx. A	G Piaristické Nitra	5.0	3.0	5.0	5.0		18.00
9.	Bogár	Ondrej	1 E	G ĽŠ Trenčín	3.0	4.0	5.0	5.0		17.77
10.	Takács	Michal	2 F	G BB Tajovského	5.0	5.0	2.5	5.0		17.50
11.	Komorovský	Marek	sx.	G Dubnica nad Váhom	5.0	4.0	5.0	3.0		17.00
12.	Zámečník	Peter	2 D	G MRŠ NMV	3.0	5.0	5.0	3.5		16.50
13.	Pôbišová	Zuzana	2 F	G BB Tajovského	4.0	4.5	2.5	5.0		16.00
14.	Štolcová	Jana	sx.	G Nitra Párovská	5.0	5.0	4.5	5.0	-5	14.50
15.	Perešíni	Peter	2 F	G BB Tajovského	4.0	5.0	5.0	5.0	-5	14.00
16.	Hrdá	Marcela	sx.	G Turčianske Teplice	4.0	5.0	5.0	5.0	-6	13.00
17.	Foltin	Miroslav	2 C	G Jána Hollého	3.0	4.0	0.5	5.0		12.50
18.	Molčány	Dušan	2 B	SPŠS BA Feinorovo nábr.	3.0	3.5	4.5	5.0	-5	11.00
19.	Kravec	Martin	2 A	G PH Michalovce	4.0	5.0	0.5	1.0		10.50
20.	Gál	Dárius	2		4.0	2.0	1.0	2.5		9.50
	Harmincová	Zuzana			4.0	2.5	1.0	2.0		9.50
22.	Beran	Jakub			4.0	2.0	1.0	2.0		9.00
23.	Vrbjárová	Michaela	1 A	G BST Lučenec	2.0	–	4.0	1.0		8.37
24.	Hergelová	Beáta	2 B	G BST Lučenec	3.0	5.0	3.0	4.0	-7	8.00
25.	Přikrylová	Veronika	kv. A	OG ZA Varšavská cesta	2.0	0.5	1.0	3.0		7.82
26.	Melicher	Radoslav	2 A	G BST Lučenec	3.0	2.0	0.5	2.0		7.50
27.	Dojčák	Lukáš	2 C	G PH Michalovce	–	3.5	3.5	–		7.00
	Uchytilová	Vendula	2 A	G J.K.Tyla	1.0	3.0	0.5	2.5		7.00
29.	Ďurčík	Miroslav	2 C	G BST Lučenec	1.0	2.0	0.5	3.0		6.50
	Mikuláš	Ján	sx.	G BST Lučenec	2.0	3.5	4.5	1.5	-5	6.50
	Regec	Mário	2 A	G PH Michalovce	3.0	4.0	2.5	2.0	-5	6.50
	Šomodiová	Kristína	2 A	G Piešťany	2.0	1.0	3.0	0.5		6.50
	Švihorík	Róbert	kv.	G Nitra Párovská	4.0	3.0	3.0	–	-5	6.50
34.	Híreš	Michal	3 F	G VPT Martin	2.0	0.5	2.5	1.0		6.00
35.	Pašuth	Ondrej	2 A	G PH Michalovce	1.0	5.0	4.5	1.0	-6	5.50
36.	Nagy	Jakub	9 C	ZŠ Požiarnicka 3	1.0	0.5	0.5	2.0		4.96
37.	Malčická	Martina	sx.	G Banská Štiavnica	1.0	1.0	0.5	1.5		4.00

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. kolo letnej časti 19. ročníka
A – kategória (starší)
školský rok 2003/2004
termín príchodu riešení
7. 4. 2004

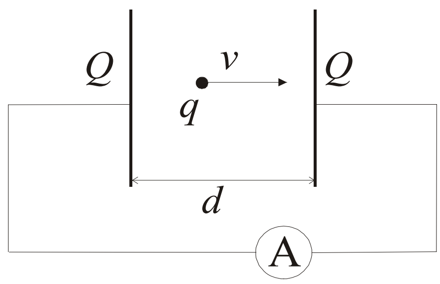
www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A–2.1 Nepresný čas (5 bodov)
Mnoho ľudí dnes rozpráva o roztápaní ľadovcov. Málokto však vie, ako to ohrozí švajčiarskych výrobcov hodiniek...
Predpokladajte, že v najbližších rokoch sa roztopí toľko polárneho ľadu, že hladina oceánov stúpne o jeden meter. Odhadnite, ako to ovplyvní dĺžku pozemského dňa!

A–2.2 Vodná planéta (5 bodov)
Vedci objavili zaujímavú novú planétu. Má tvar gule s polomerom R = 6400 km. Celý jej povrch je pokrytý oceánom z obyčajnej vody s hĺbkou H = 15 km. Vedci zistili, že zrýchlenie voľne padajúceho telesa zostáva nezmenené po ponorení do oceánu do rôznych hĺbok. Určte na základe týchto údajov zrýchlenie voľne padajúceho telesa na povrchu planéty, t.j. tesne nad vodnou hladinou. Odporové a vztlakové sily neuvažujte.

A–2.3 Náboj (6 bodov)
Predstavme si situáciu (pozri obrázok): dve rovnobežné kovové dosky kondenzátora (vzdialenosť d) sú vodivo spojené vodičom s ideálnym ampérmetrom. Na začiatku sú dosky nabité rovnakým nábojom Q. V čase t_0 z jednej dosky vytrhneme guličku s nábojom q (q je omnoho menší ako Q) a budeme ju ťahať k druhej doske konštantnou rýchlosťou v kolmou na dosky. Zistite a vysvetlite, aký priebeh prúdu $I(t)$ nameriame na ampérmetri.



A–2.4 Mystické plnidlo (4 body)
Predstavte si nasledujúce zariadenie (budeme ho volať plnidlo). Do plnidla stále priteká voda. Nejaký čas, povedzme 10 minút, sa plnidlo touto vodou plní. Potom naraz v priebehu krátkej chvíle všetka voda vytečie z plnidla von a proces sa opakuje od začiatku, t.j. zase sa 10 minút plní.. Ale pozor! O plnidle vám prezradím, že neobsahuje žiadnu pohyblivú súčiastku (teda, že žiadna súčiastka ani jej časť nemení svoju polohu). Je možné takéto plnidlo skonštruovať? Ak áno, ako?

Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

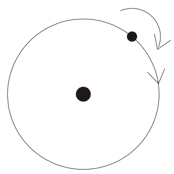
FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo letnej časti 19. ročníka
A – kategória (starší)
školský rok 2003/2004
termín príchodu riešení
5. 5. 2004

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A–3.1 Dobre sa pozrite (5 bodov)
Ak na slnečnú sústavu nakukneme zhora, vidíme Zem obiehať okolo Slnka. Ak sa pozrieme lepšie, všimneme si aj to, že sa zároveň otáča. Tieto dva pohyby môžu mať smer rovnaký (ako na obrázku), alebo opačný. Pozorovaním (z povrchu Zeme prirodzene) zistite, ktorá z týchto možností je správna. Pomôcka: všimnite si pohyb hviezd a Slnka.



A–3.2 Generačný skok (5 bodov)
Čosi visí vo vzduchu. A sú to 2 vrtuľníky. Otec a syn. Sú úplne rovnakí, vyrobení z rovnakých materiálov. Jediný rozdiel je v tom, že syn je presne polovičná kópia otca (formálne, syn je podobný s otcom s koeficientom ½). Oba vrtuľníky točia vrtuľami akurát tak, aby sa udržali na jednom mieste vo vzduchu. Aký je pomer uhlových rýchlostí, ktorými točia svoje vrtule? Aký je pomer výkonov, ktoré na vznášanie sa vynakladajú?

A–3.3 Neexperimentálka (5 bodov)
Aká je minimálna hustota kvapaliny, v ktorej je ešte schopný plávať človek? Uvažujte, že človek pláva rýchlosťou 2 $\mathrm{ms^{-1}}$.

A–3.4 Krv (5 bodov)
Keď chceme vedieť, koľko krvi má daná osoba, a radi by sme to zistiť bez ujmy na jej zdraví, dá sa to aj takto: Do jej krvného obehu vstrekneme tekutinu s objemom V_1 = 10 cm^3 obsahujúcu rádioaktívne atómy ^{24}Na s aktivitou A_1 = 2500 s^{-1}. Jeho polčas rozpadu je T = 15 hod. Po čase t = 10 hod odoberieme vzorku krvi s objemom V_2 = 4 cm^3 a aktivitou A_2 = 1 s^{-1}. Aké množstvo krvi obsahuje naša osoba?

Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
A – kategória (staršia)
19. ročník
letný semester
školský rok 2003/2004

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 1.1 Ťahanica na *N*-tú (opravoval Čermo)

Na dostatočne dlhom vodorovnom stole je položených N kvádrov o hmotnosti m, ktoré sú navzájom spojené pružinami s rovnakou tuhosťou k, pričom posledný je spojený pomocou kladky s visiacim závažím o hmotnosti M (na obrázku). Na začiatku sú pružiny nenatiahnuté. O koľko sa zväčší vzdialenosť krajných kvádrov, keď sa sústava ustáli v rovnomerne zrýchlenom pohybe? Trenie medzi kvádrami a podložkou je zanedbateľne malé.

Čafte, no aj keď to podľa zadania vyzerá dosť odstrašujúco, na riešenie problému v skutočnosti stačí správne odpovedať na dve otázky:

a) Akým zrýchlením sa sústava pohybuje?
b) Aké veľké sú sily pôsobiace na pružiny?

Takže pekne po poriadku. Pretože je sústava v ustálenom stave, budú sa všetky závažia pohybovať s rovnakým zrýchlením. Podľa Newtonovho pohybového zákona potom platí

$$Nma + Ma = Mg. \qquad (1)$$

Odpoveď na druhú otázku taktiež priamo vyplýva z predpokladu, že sa každý kvádrik pohybuje rovnakým zrýchlením → na každý pôsobí rovnako veľká výsledná sila. Ak označíme silu, ktorou je napínaná i-ta pružina F_i a jej predĺženie x_i, platí: $F_i = kx_i$. Výsledná sila pôsobiaca na i-ty kvádrik je potom $F_i - F_{i-1}$. Preto máme

$$F_i - F_{i-1} = ma. \qquad (2)$$

Zjavne na prvé závažie (od konca) pôsobí iba jedna pružina, čo nám umožňuje priamo vypočítať jej predĺženie

$$x_1 = \frac{ma}{k}$$

Dosadením do (2) dostávame podmienku pre jednotlivé predĺženia

$$x_i = \frac{ma}{k} i \qquad i = \{1,2,...,n-1\}.$$

Sčítaním týchto $n - 1$ rovníc dostaneme celkové predĺženie Δx

$$\Delta x = \frac{N(N-1)}{2}\frac{ma}{k}.$$

Dosadením rovnice (1)

$$\Delta x = \frac{N(N-1)}{2k}\frac{mM}{Nm+M} g.$$

HOWGH.

A – 1.2 Niečo (opravoval Matúš)

Na okraji stola je položené malé niečo. Trochu do toho drcneme (fyzikálne: udelíme „tomu“ nejaký impulz) a malé niečo sa dá do pohybu, pričom presne po dvoch sekundách dosiahne okraj stola vzdialený jeden meter. Zistite, či má malé niečo kolieska.

Niektorí z vás založili riešenie na slovách „trochu do toho drcneme“, ktorých úlohou bolo objasniť fyzikálnejšie spojenie „dodáme tomu nejaký impulz“. Potom uvažovali, či rýchlosť cca 6 m/s tomuto zodpovedá, či to nie je príliš silné drcnutie. Tu však narážame na problém. Do ľahkého predmetu stačí strčiť slabo a získa to značnú rýchlosť! (Jano Lalinský dokonca zistil, že podobnými drcnutiami získala minca rýchlosť 6 m/s a nožnice ani nie 1 m/s.) Nuž a aké ťažké je „niečo“? To v zadaní nebolo povedané! Preto nechajme toto hranie so slovíčkami a nájdime naozaj fyzikálne riešenie. Detektívka môže začať…

Načo vymysleli ľudia koleso? No predsa na to, aby nemuseli prekonávať veľké šmykové, ale iba menšie valivé trenie. Ak teda môžeme nejako rozlíšiť niečo s kolieskami od niečoho bez koliesok, tak podľa veľkosti koeficientu trenia medzi niečím a podložkou. Označme ho f. Pri pohybe po podložke pôsobí na teleso brzdná trecia sila veľkosti

$$F_T = f \cdot F_N = mgf.$$

Tu sme F_N označili prítlačnú silu medzi podložkou a niečím (rovnú mg). Takejto veľkej sile trenia zodpovedá spomalenie telesa veľkosti $a = F_T/m = gf$.

Nuž a teraz nám už nič nebráni napísať povestnú rovnicu pre rovnomerne spomalený pohyb. Ak označíme počiatočnú rýchlosť niečoho ako v_0, pre dráhu s prejdenú za čas t platí

$$s(t) = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 = v_0 t - \frac{1}{2}fgt^2.$$

Okrem toho ešte vieme, že rýchlosť čohosi sa s časom mení ako

$$v(t) = v_0 - at = v_0 - fgt.$$

Podľa zadania vieme, že niečo prejde za dve sekundy jeden meter. To znamená, že pre $t = 2$ s je $s = 1$ m. Podľa hore napísaných rovníc

$$1 = 2v_0 - 2fg,$$
$$v(2) = v_0 - 2fg.$$

A teraz prichádzajú problémy. Z prvej rovnice je jasné, že nech si navolíme ľubovoľnú hodnotu trenia f, pre nejakú štartovaciu rýchlosť v_0 bude rovnosť splnená, na ten druhý koniec stola sa za dve sekundy dostaneme. Napríklad pre $f = 0{,}6$ je $v_0 = 6{,}5$ m/s (pre jednoduchosť počítame s $g = 10$ m/s^2). No a keď môže byť f hocijaké, tak tie kolieska neodhalíme. Alebo?

Veru veru, na niečo sme zabudli. Skúsme napríklad pre už spomínané $f = 0{,}6$ vypočítať rýchlosť po dvoch sekundách. Rovnicu na to máme, dosadením dostaneme $v(2) = -5{,}5$ m/s. Tak. Tam je pes zakopaný. Čo znamená záporná rýchlosť? Že teleso sa už vracia. Teda že už raz prebehlo za okraj stola a teraz, po dvoch sekundách mieri naspäť. To je nezmysel, hneď kvôli dvom veciam. Predstava telesa, ktoré vybehne za okraj stola a potom sa vráti späť je prijateľná akurát tak v kreslenej rozprávke (spomeňte si na Toma a Jerryho!).

Druhá námietka spočíva v tom, že ak by aj hneď za okrajom stola bol nejaký druhý stôl a teleso by sa bez vyrušenia šmýkalo ďalej po ňom, mali by sme problém. Jeho pohyb by sa spomaľoval, až by nakoniec teleso zastalo. Nezačalo by sa teda vracať tak, ako to slepo predpovedala naša rovnica. To preto, lebo my sme do nej dosadili spomalenie a konštantné a od ničoho nezávislé. Trecia sila však nie je taká. Vždy pôsobí proti smeru pohybu, občas teda mení smer. Preto nám rovnica predpovedala niečo nezmyselné.

Keď už vieme, čo je vo veci, je zvyšok úlohy ľahký. Zjavne nesmie byť rýchlosť niečoho v čase $t = 2$ s záporná, teda

$$v(2) = v_0 - 2gf \geq 0 \quad \Rightarrow \quad v_0 \geq 2gf.$$

Ak vyjadríme v_0 z rovnice pre prejdenú dráhu, dostaneme

$$v_0 = \frac{1+2gf}{2}.$$

Spojením posledných dvoch vzťahov máme

$$\frac{1+2gf}{2} \geq 2gf \quad \Rightarrow \quad 1 \geq 2gf.$$

Hodnota koeficientu trenia f teda nesmie presiahnuť $1/2g = 0{,}05$. Pri pohľade do tabuliek je jasné, že koeficienty šmykového trenia medzi bežnými látkami sú omnoho väčšie. Napríklad aj taká guma na ľade má hodnoty 0,1–0,2, bežný kov na dreve okolo 0,5. Na základe toho všetkého sa dá malé niečo podozrievať, že má kolieska. A to je všetko, milý Watson...

A – 1.3 Koleso, koleso, okolesilo si sa (opravoval Juro)

Odmerajte hmotnosť predného kolesa bicykla bez jeho odmontovania. Skúste vymyslieť čo najviac rôznych spôsobov a jeden zrealizujte. Ťažké? Trochu pomôžeme: Čo tak zmerať moment zotrvačnosti?

Ahojte cyklisti. Verím, že ste využili príležitosť a dali ste si po zimnej prestávke do poriadku svojich dvojkolesových tátošov. Zima a pár mesiacov v pivnici im určite neurobilo dobre. Hádam si každý z vás poľahky zohnal bicykel a s elánom sa pustil do riešenia úlohy.

Vo vašich riešeniach sa našlo mnoho zaujímavých nápadov, ako „odvážiť" koleso. Ako bolo naznačené v zadaní, veľmi schodnou cestou sa ukázalo meranie momentu zotrvačnosti kolesa, z ktorého potom určíme hmotnosť. Najjednoduchší spôsob bol dodať kolesu známe množstvo energie a využiť vzťah

$$E = \frac{1}{2} J \omega^2 .$$

Energiu dodáme najľahšie tak, že na obvod kolesa namotáme motúz a na jeho koniec upevníme závažie. Ak potom necháme závažie padať, napr. zo stola dole, potenciálna energia závažia sa premení na kinetickú energiu závažia a rotačnú energiu kolesa.

Kolesu sa dala energia aj odobrať, napríklad trením, a využiť to isté. Iný prístup cez moment zotrvačnosti je popísaný podrobnejšie o pár riadkov nižšie. Medzi neuskutočnenými experimentmi sa našlo veľa ozaj zaujímavých. Od otáčania kolesa v magnetickom poli až po váženie podobného kolesa či podobného bicykla bez predného kolesa. Najviac sa mi však páčila myšlienka odhadnúť tepelnú kapacitu kolesa a dodať mu známe množstvo tepelnej energie. Stačí už len odmerať rozdiel teplôt a je to. Až na to, že tento postup je realizovateľný asi ako vypustenie sondy na obežnú dráhu Pluta, je to ozaj pecka.

Ja som zvolil veľmi jednoduchý spôsob merania, ktorý si vybralo aj veľa z vás. Na ráfik kolesa som pripevnil závažie a celé som to nechal kmitať ako fyzikálne kyvadlo. Vieme, že pre periódu jeho kmitov platí vzťah

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m g a}} , \tag{1}$$

kde I je moment zotrvačnosti celého telesa vzhľadom na os otáčania, m jeho hmotnosť a a je vzdialenosť ťažiska telesa od osi otáčania. Koleso stotožníme s tenkou obručou s polomerom R a hmotnosťou M. Závažie bolo pripevnené k „obruči" vo vzdialenosti l od stredu a malo hmotnosť m. Ťažisko takéhoto telesa je vo vzdialenosti

$$a = \frac{m}{m+M} l \qquad (2)$$

od stredu obruče. Moment zotrvačnosti nášho telesa vzhľadom na os obruče je súčtom momentu zotrvačnosti vzhľadom na túto os obruče a závažia, ktoré zjednodušíme na hmotný bod. Na základe vzťahov pre momenty zotrvačnosti hmotného bodu a obruče

$$I = I_{závažia} + I_{obručb} = ml^2 + MR^2 . \qquad (3)$$

Zo vzťahov 1, 2 a 3 potom dostávame vzťah pre hmotnosť obruče

$$M = \frac{g}{4\pi^2}\frac{m l T^2}{R^2} - \frac{m l^2}{R^2} . \qquad (4)$$

Meral som hmotnosť plne nafúkaného 26 palcového kolesa z horského bicykla zloženého z častí od rôznych výrobcov. Vzdialenosť vonkajšej hrany ráfiku od stredu kolesa R = 30 cm. Ako závažie som použil časti menšej činky, ktorých vzdialenosť od stredu kolesa bola l = 35 cm. Uskutočnil som 3 krát po 5 meraní s rôznou hmotnosťou závaží. Po dosadení nameraných hodnôt mi vyšla hmotnosť celého kolesa 1,39 kg.

Aká bola nepresnosť môjho merania a čo ju spôsobilo? Pri výpočte som urobil niekoľko zjednodušení, ktoré skresľujú výsledok. Zanedbal som trenie v oske kolesa (ktoré nebolo až tak veľké, lebo som predtým koleso poriadne namazal), závažie som pokladal za hmotný bod a predstava kolesa ako tenkej obruče tiež nebola dobrá. Z hry úplne vyradila časť kolesa v blízkosti osi otáčania.

Ako som chyboval pri samotnom meraní? Dĺžkové údaje som meral relatívne presne a meranie času sa dá spresniť tým, že odmeriame čas trvania niekoľkých kmitov. Dalo by sa teda predpokladať, že výsledok 1,39 kg bude celkom odpovedať realite.

Niet nič jednoduchšieho, ako presvedčiť sa o jeho skutočnej hmotnosti. Kladiem ho na váhu a s hrôzou zisťujem, že jeho hmotnosť je takmer presne 1,72 kg. To je však mimo aj toho najširšieho intervalu, ktorý určujú moje merania. Studený pot mi zalieva tvár. Ako pozriem účastníkom do tváre? Kde sa stala chyba?

Našťastie mám aj pre toto rozumné vysvetlenie. Ako som už spomínal, vo výsledku nie je zarátaná hmotnosť strednej časti kolesa, náboja. Na internete som sa dozvedel, že ten na predné koleso má podľa výrobcu a kvality hmotnosť od 250 do 350 g. Hmotnosť kolesa bez náboja je teda asi 1,4 kg, čo naopak (prekvapujúco) dobre sedí s mojim meraním.

Pri hodnotení som dával dôraz na experimentálnu časť riešenia. Dôležitá bola diskusia o presnosti výsledku a prekvapilo ma, koľkí z vás koleso po experimente neodmontovali a neodvážili. Málo kto tiež uviedol, aký mal pred sebou bicykel. Určite uznáte, že cestný bicykel, horský a BMX-ka budú mať inak ťažké kolesá.

Šťastlivo ste sa dočítali až na koniec vzoráku. Verím, že ste si pri meraní užili aspoň toľko srandy ako ja a nezašpinili pri ňom pol bytu ako ja. Na záver by som chcel poďakovať mojej sestre za pomoc pri experimente, ktorý spájal dve veci, ktoré nemá rada. Bicykel a fyziku. Majte sa krásne a veľa šťastia.

A – 1.4 Počúvaj smäd (opravoval Tomáš)

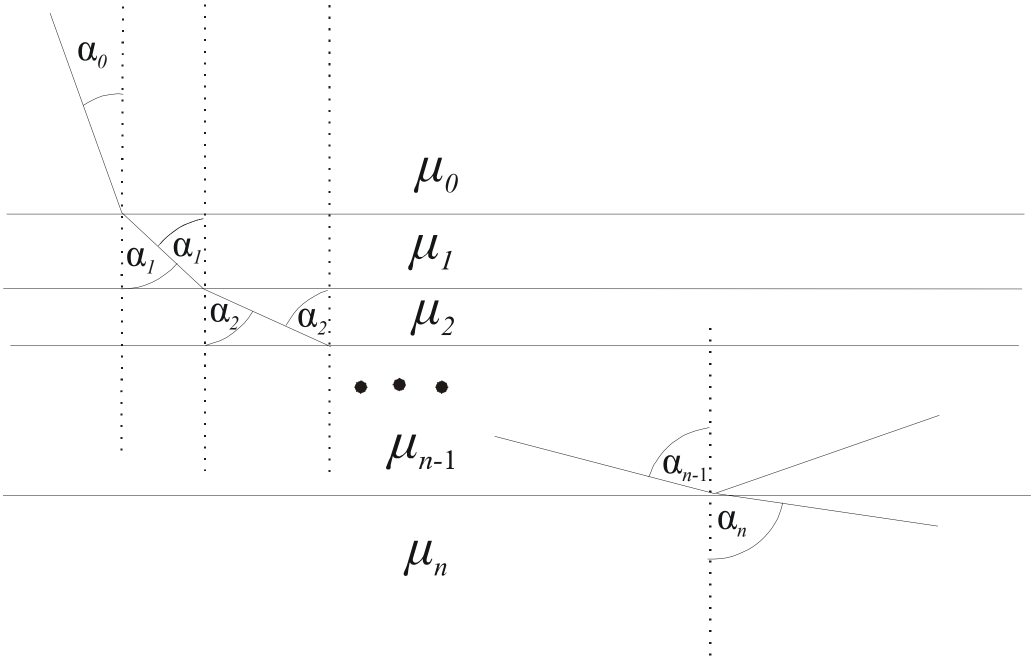
Len tak sa prechádzam so svojou ešte smädnejšou ťavou po púšti, keď tu, ľaľa, jazierko. Neprepadám radostnému idealizmu, som predsa fyzik a o fatamorgáne čosi viem… Viem, že jazero nie je nič iné ako obraz oblohy, ktorý vidím na piesku. Ako tento zákerný jav funguje? Vzduch tesne pri zemi má teplotu 70°C (s indexom lomu η_1 = 1,000235), vzduch vo výške mojich očí má teplotu 35°C (s indexom lomu η_2 = 1,000262). V akej vzdialenosti vidím jazero? (Okolo je rovina.) Ukážte, že vzdialenosť nezávisí od rozloženia teploty vzduchu medzi zemou a výškou očí.

Ako fatamorgána funguje, sme už v zadaní približne popísali. Lúč z neba vplyvom prostredia ohne svoj charakter tak, že skončí v oku – a navyše doň príde zdola, takže budí dojem „ľaľa voda". V celom vzoráku sa budeme na tento jav pozerať odzadu, t.j. lúč vyletí z oka, postupne sa láme na vzduchu až nakoniec narazí do slnka, modrej oblohy, alebo mŕtvoly v piesku. A farbu tohto objektu budeme v danom smere pozorovať. Nechám na vás, aby ste si rozmysleli, že tento pohľad na pohľad (pozeranie sa) je úplne korektný (oko síce nevysiela žiadne lúče, ale v tomto modeli uvidíme presne to, čo by sme mali vidieť). Zákerné fatamorgánové lúče sú práve tie, ktoré vyštartujú z oka pod dostatočne veľkým uhlom α (pozri α_0 na obrázku). Keďže takýto lúč prechádza do stále redšieho a redšieho prostredia, bude sa lomiť tak, že pôjde stále viacej rovnobežne so zemou. Nakoniec, keď pôjde dostatočne rovnobežne, nastane úplný odraz a lúč sa odrazí. Následne sa zase bude lámať trochu „dohora" – a nakoniec skončí v modrej oblohe. Naivné ľudské oko si myslí, že v smere ktorým vyslalo lúč sa ozaj nachádza čosi modré. A vysmädnutý pútnik rád uverí, že je to jazierko plné Spritu.

Mechanizmus sme teda vysvetlili, ako však porátať niečo tak slizké a spojité, ako je práve to „postupné" ohýbanie lúča? Veľa z vás zvolilo intuitívny pštrosí prístup – akosi predpokladali, že na problém sa môžeme pozrieť tak, ako keby sa teplota vzduchu menila skokom, t.j. tesne pri zemi máme teplotu zeme, potom sa teplota naraz zmení. Takto tam máme iba jediné optické rozhranie. Lúč naň dopadá pod uhlom α a láme sa pod uhlom β, pričom

$$\sin\beta = (\eta_2/\eta_1)\sin\alpha.$$

Lúč sa odrazí vtedy, keď $\sin\beta > 1$, a teda $\alpha > \arcsin(\eta_1/\eta_2)$. Tento postup by bol úplne fajn, keby ste mali jednu informáciu navyše – že môžete predpokladať hocijaké rozloženie teploty vzduchu a vyjde to rovnako (vtedy môžem predpokladať moje švihlé schodovité rozvrstvenie vzduchu a rátať s ním). Čiže vtedy, keby ste vedeli práve to, čo ste mali dokázať. No a ako to teda malo vyzerať?



Budeme predpokladať, že lúč prechádza postupne cez n optických rozhraní, pričom i-te rozhranie oddeľuje vzduchy s indexmi lomu μ_i a μ_{i+1} (rozhrania číslujeme pekne od nuly, t.j. $\mu_0 = \eta_2$, $\mu_n = \eta_1$). Ďalej označíme α_i uhol, pod ktorým lúč dopadá na i-te rozhranie. Treba uvedomiť, že uhol lomu na i-tom rozhraní sa rovná uhlu dopadu na i+1 rozhraní. Preto máme: $\sin\alpha_{i+1} = (\mu_i/\mu_{i+1})\sin\alpha_i$. Čisto pre cvik zrátajme $\sin\alpha_1$, $\sin\alpha_2$:

$$\sin\alpha_3 / \sin\alpha_1 = (\mu_0/\mu_1)\sin\alpha_0,$$

$$\sin\alpha_2 = (\mu_1/\mu_2)\sin\alpha_1 = (\mu_0/\mu_2)\sin\alpha_0, \quad \sin\alpha_3 = (\mu_2/\mu_3)\sin\alpha_2 = (\mu_0/\mu_3)\sin\alpha_0.$$

Už je asi každému jasné, že smerujem k vzorčeku $\sin\alpha_n = (\mu_0/\mu_n)\sin\alpha_0$ (kompletný dôkaz by bol matematickou indukciou). Keďže posledné rozhranie má index $n - 1$, α_n je uhol lomu na poslednom rozhraní. Ak lúč prejde aj týmto rozhraním, definitívne to napikuje do piesku a žiadna fatamorgána sa nekoná. Aby sa to nestalo, musí nám vyjsť sin α_n > 1, toto je nesplniteľné pre žiadne α_n, a preto to signalizuje úplný odraz. Vtedy sa lúč od najspodnejšieho rozhrania odrazí a v jeho kariéristickom ohybe do neba mu už nič nezabráni. Zo sin α_n > 1 dostávame sin $\alpha_0 > \mu_n/\mu_0$, čo je presne ten výsledok, ktorý sme dostali pri uvažovaní skokového rozhrania.

Dorátať je to už jednoduché – dosadením zistíme α > 89,6°, teda pre všetky uhly väčšie ako táto hodnota budeme v danom mieste vidieť spásonosné jazero. A keďže mozog automaticky predpokladá, že jazero bude na úrovni okolitého terénu uvidíme ho vo vzdialenosti 230 m (pre 1,7 m vysokého dlháňa). V ideálnom prípade ho vidíme nekonečne veľké.

Na záver sa ostáva zamyslieť nad tým, čo sme to vlastne porátali. Problém spojitého lámania sa sme zamenili za rátanie lomu na n rozhraniach. Dôležité je to, že výsledok závisí iba od hodnôt μ_0 a μ_n. A preto, nech už sa teplota vzduchu mení akokoľvek zákerne, môžeme sa uvažovaním dostatočne veľkého n dostať k reálnemu prípadu s ľubovoľne veľkou presnosťou.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 1. sérii letného semestra 19. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	☠	Σ
1.	Ďurák	Michal	4 C	G BST Lučenec	5.0	4.0	5.0	6.0		20.00
	Maták	Peter	4 E	G VBN Prievidza	5.0	4.0	5.0	6.0		20.00
	Závodný	Jakub	ok.	G BA Grösslingova	5.0	4.0	5.0	6.0		20.00
4.	Šoltésová	Mária	4 B	G BA Grösslingova	5.0	3.0	5.0	6.0		19.00
5.	Lalinský	Ján	se. A	G Varšavská cesta	5.0	2.0	5.0	6.0		18.54
6.	Štolc	Miroslav	ok.	G Nitra Párovská	5.0	4.0	4.5	5.0		18.50
	Trubenová	Barbora	4 A	G BA J. Hronca	5.0	3.0	4.5	6.0		18.50
8.	Neilinger	Pavol	4 A	G Dunajská Streda	5.0	4.0	3.0	6.0		18.00
9.	Astaloš	Róbert	3 A	G Rimavská Sobota	2.5	4.0	4.0	6.0		17.37
	Simančík	František	se.	G BA Grösslingova	4.0	2.0	4.5	6.0		17.37
11.	Baník	Dušan	4 A	G Poprad Popr. nábr.	5.0	4.0	4.0	4.0		17.00
12.	Kysel	Róbert	4 A	G BB Š. Moyzesa	5.0	3.0	4.5	3.5		16.00
13.	Molnárová	Katarína	3 D	G KE Šrobárova	5.0	4.0	3.0	6.0	-3	15.54
14.	Lauko	Martin	ok. A	G JL Martin	1.0	3.5	4.5	6.0		15.00
	Mánik	Tomáš	4 C	G BST Lučenec	2.5	4.0	2.5	6.0		15.00
16.	Dzetkulič	Michal	3 A	G PH Michalovce	5.0	0.5	2.5	5.5		14.82
17.	Batmendijnová	Zuzana	ok.	G T. Vansovej	1.0	4.0	3.5	6.0		14.50
	Mikulík	Andrej	4 B	G BA Grösslingova	2.0	3.0	5.0	4.5		14.50
19.	Brutovská	Eva	ok.	G Kežmarok	2.0	1.5	5.0	5.5		14.00
20.	Kováč	Adrián	3 A	G PH Michalovce	1.5	0.5	4.5	6.0		13.91
21.	Glaus	Peter	4 A	G BA J. Hronca	5.0	2.0	4.0	3.5	-1	13.50
22.	Krššák	Martin	ok. A	G Piaristické Nitra	0.5	2.0	4.5	6.0		13.00
23.	Sasák	Róbert	3 D	SPŠE Piešťany	1.5	0.5	3.5	5.0		12.00
24.	Vojtko	Andrej	se. A	G Skalica	1.5	4.0	2.5	–		9.44
25.	Ruman	Ján	se.	G BA Grösslingova	4.0	2.0	3.0	3.5	-5	8.91
26.	Džunko	Ján	se.	G Spišská Stará Ves	0.5	2.5	1.5	2.5		8.37
27.	Rušin	Michal	se.	G Spišská Stará Ves	0.5	2.5	1.5	1.0		6.70
28.	Imriška	Jakub	2 A	G BA J. Hronca	5.0	–	–	–		6.13
29.	Šibík	Juraj	3 D	G Považská Bystrica	0.5	2.0	2.5	–	-1	5.13
30.	Kubová	Miška	3 A	G Vrbové	0.5	1.0	0.0	0.5	-2	0.54