FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo zimnej časti 19. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2003/2004
termín príchodu riešení
3. 12. 2003

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B–3.1 Hair (5 bodov)
Vzhľadom na veľmi populárny muzikál Vlasy, ktorý mal v týchto dňoch premiéru aj na Slovensku, Vás jeho producenti žiadajú o pomoc. Keďže herci sa pri svojich kreatívnych kúskoch často ťahajú za vlasy, chcú vedieť, koľko toho ešte vydržia. Odmerajte medzu pevnosti ľudského vlasu v ťahu.

B–3.2 Janove plyny (5 bodov)
V jedno studené októbrové ráno sa išiel Ján člnkovať na Dunaj a zbadal nevídanú vec. Slnko zubato svietilo a z vodnej hladiny stúpal hustý biely dym. Vysvetlite Janovo pozorovanie.

B–3.3 Iný svet (5bodov)
Za siedmimi horami, za siedmimi dolinami a troma riekami je hviezdna sústava veľmi podobná tej našej, slnečnej. Rozdiel je iba v tom, že všetky vzdialenosti a rozmery sú tam dvakrát väčšie, zatiaľ čo všetky hustoty sú tam štyrikrát menšie. Ako dlho trvá rok na tamojšej obdobe našej Zeme?

B–3.4 Rolling pencils (5 bodov)
Na naklonenej rovine je položená ceruzka, bežný model – šesťboký hranol. Položená je tak, že jej najdlhšia os je kolmá na smer sklonu roviny. Ak začneme pomaly zvyšovať sklon naklonenej roviny, tak sa ceruzka, ktorá bola pôvodne v pokoji, začne kotúľať bez šmýkania. Zistite, pri akom najmenšom koeficiente trenia je toto možné!

Tento seminár podporuje
KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 2. série
B – kategória (mladší)
19. ročník
zimný semester
školský rok 2003/2004

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B – 2.1 Iná doba (opravovala Rebro)

Predstavte si úžasnú vec. Na rovníku by sme mali beztiažový stav – len tak by si tam všetci poletovali. (Uvažujte čisto hypoteticky, jednoducho tam je beztiažový stav.) Ako dlho by trvali potom pozemské dni, uvažujúc naše meranie času ?

Zdravím všetkých utopistov. Nebolo by to krásne, mať na rovníku beztiaž, len tak si tam poletovať.... I keď minule som videla jeden dokument o kozmonautoch a isté bežné ľudské činnosti nie je až taká zábava vykonávať v beztiažovom stave (napr. ísť na WC).

Nuž ale poďme k príkladu. V prvom rade si bolo treba uvedomiť, čo to vlastne tá beztiaž je. Už z názvu je zrejmé, že necítite tiaž, inak povedané nič vás nikam neťahá, ešte inak povedané sily na vás pôsobiace sú v rovnováhe. A akéže to sily? V prvom rade tá, čo nás sprevádza celý život-gravitačná sila. Tá musí byť niečím kompenzovaná. Zem sa točí, a tak nám napadne ako druhá, odstredivá sila. Mimochodom, medzi odstredivou a gravitačnou silou je veľký rozdiel. Kým gravitačná je taká pekná, klasické vzájomné pôsobenie telies, odstredivá je sila fiktívna, ktorú si dodávame navyše, pretože máme neinerciálnu vzťažnú sústavu (je tu zrýchlenie, ktoré súvisí so zmenou smeru rýchlosti). A dodávame ju preto, aby sme mohli použiť prvý Newtonov zákon (pre náš prípad teleso zotrváva v pokoji, ak sily naň pôsobiace sú v rovnováhe).

Veľké upozornenie! To, že máme beztiažový stav, neznamená, že sme „vypli“ gravitáciu a odstredivá sila na nás ďalej pôsobí (takže odletíme preeeeeeč). Beztiažový stav je o tom, že sily na nás pôsobiace sú v rovnováhe (alebo, že na nás nepôsobí žiadna sila, ale to nie je náš prípad).

Tak, našli sme dve sily, ktoré navyše na rovníku pôsobia presne v opačných smeroch. Gravitačná smeruje do stredu, a ak Zem je guľa, potom je kolmá na povrch a odstredivá sila je kolmá na rotačnú os, čo znamená, že na rovníku je kolmá na povrch. Takže nemusíme nič sklápať a napíšeme si, že:

$$F_{\mathrm{g}} = F_{\mathrm{od}},$$

$$\kappa \frac{mM_Z}{{R_Z}^2} = \frac{mv^2}{R_Z}, \text{ z toho } v = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{R_Z}}.$$

Poznáme vzťah medzi uhlovou rýchlosťou a obvodovou: $\omega = v/R$. A vieme, že perióda súvisí s uhlovou rýchlosťou takto: $T = 2\pi/\omega$. Všetko podosadzujem a dostávam vzťah pre periódu:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{{R_Z}^3}{\kappa M_Z}}.$$

Ešte nejaké tie konkrétne hodnoty, ako $\kappa = 6{,}67.10^{-11}\,\mathrm{kg^{-1}m^3s^{-2}}$, $M_Z = 6.10^{24}$ kg,
$R = 6378.10^3$ m a dostávam, že $T = 5058$ s, t.j. 84,3 min, t.j. 1,405 hod. Samozrejme, že nejaké malé odchýlky tu sú, záleží nakoľko presne ste zadávali údaje. Viacerí z vás v riešení

využívali rôzne pomery medzi pôvodnou periódou Zeme a novou a pod., ale nebolo to nutné, resp. komu sa čo páči.

Posledná poznámka na záver. Dúfam, že všetci, čo ste napísali gravitačnú silu ako $F = mg$, ste si uvedomili, že $g = 9{,}81\ \mathrm{ms}^{-2}$ možno použiť len vďaka tomu, že sme na povrchu našej krásnej Zemičky. Inak gravitačné zrýchlenie sa rovná

$$g = \frac{\kappa M}{R^2},$$

kde M je hmotnosť telesa, čo ma priťahuje, R je vzájomná vzdialenosť.

Prajem všetkým krásnu jeseň, veľa nápadov do tretej série a tak....

B – 2.2 Fyzikálne triky (opravoval Tomáš)

Určite ste už videli, ako niekto naplnil pohár po okraj vodou, opatrne ho zakryl papierom a potom ho prevrátil hore nohami. Papier bolo potom možné ďalej nepridŕžať a ten akousi zvláštnou silou udržal vodu v pohári. Ako je to možné? Skúste to aj vy so zaváraninovým pohárom (7 dl) a pohľadnicou! Koľko najmenej vody je potrebné mať v pohári, aby sa trik podaril?

Takže.. naplníme pohár, pricapíme pohľadnicu a prevrátime. V záujme zachovania suchého oblečenia odstúpim od umývadla, očakávajúc riadnu vodnú spŕšku... heeej, čo je? Voda úplne prekvapivo ostáva v pohári.. Pre menšie výšky vody v pohári sa pohľadnica dokonca na jednom konci provokačne odchľapí, vytvorí asi milimetrovú štrbinu.. a nič. Experimentom sa presvedčíme že pohľadnica udrží prakticky ľubovoľné množstvá vody. Čím tú vodu oblbli, že tak bezohľadne ignoruje gravitáciu?

Zamyslime sa ešte raz nad pohárom, v ktorom je nejaké množstvo vody. Na začiatku je situácia jasná: zdola pôsobí na pohľadnicu atmosférický tlak, zhora atmosférický tlak vzduchu, ktorý je nad vodnou hladinou (môžeme predpokladať, že tam nejaké minimálne množstvo bude vždy), plus hydrostatický tlak vodného stĺpca. Všetko teda hovorí pre neľútostný pád. Čo by sa ale stalo, keby zrazu nejaké množstvo vody z pohára zrazu zmizlo? Praktickou realizáciou zmiznutia sa zatiaľ nebudeme zaoberať, proste budeme predpokladať, že objem V vody z pohára zrazu nahradilo vákuum. Rozumným predpokladom je, že pre malé V voda vďaka povrchovému napätiu nepustí do pohára žiadny nový vzduch. Vo vzduchu nad vodou teda vznikne podtlak. Ak by bol tento dostatočne veľký, môže to vyrovnať tlak vodného stĺpca na pohľadnicu.. A sústava bude v rovnováhe! Skúsme teda zrátať, aký veľký musí byť objem V. Pre riešiteľov B kategórie a lenivých A-čkarov je teda nasledujúci odsek úplne zbytočný a môžu ho s pokojom v duši preskočiť. A my ostatní rátame ako dráčici:

Označme $V = S\Delta h$, kde S je plocha pohára, Δh je potom vlastne výška, o ktorú klesne vodný stĺpec. V pohári s výškou l máme výšku h vzduchu (je tam teda $l - h$ vody). Na začiatku má vzduch atmosférický tlak p_a. Keď vytečie V vody, výška vzduchu sa zvýši o Δh. Ak predpokladáme, že vzduch sa rozopol izotermicky, platí preň $pV = konšt$. Ak označíme Δp zmenu tlaku po rozopnutí, máme :

$$Shp_a = S(h + \Delta h).(p_a - \Delta p), \text{ z toho}$$
$$\Delta h = \Delta ph/(p_a - \Delta p).$$

Aby sme to celé mali v rovnováhe potrebujeme aby Δp bolo rovné, nanajvýš o málo väčšie, ako hydrostatický tlak vodného stĺpca. Teda $\Delta p = \rho g(l - h)$, kde ρ je hustota vody. Nakoľko je l rovné zhruba 20 cm, je Δp najviac 2000 Pa, čo je dosť málo oproti atmosférickému tlaku (101000 Pa) na to, aby sme zanedbali $-\Delta p$ v menovateli nášho vzorca. Máme teda
$\Delta h = \Delta p.h/ p_a$. Po dosadení za Δp máme

$$\Delta h = \rho g(l - h)h/ p_a.$$

Nás zaujíma zrejme maximálne Δh pre všetky možné h. Inými slovami, pýtame sa, koľko vody maximálne budeme musieť z pohára odčarovať aby sme docielili politickú stabilitu. Závislosť Δh od h je kvadratická funkcia a keďže to akurát máme rozložené na súčin, vidíme, že korene má v bodoch 0 a l. Prečo nás trápia korene akejsi prevrátenej paraboly? Lebo kto už niekedy rozjímal nad krásou parabolických funkcií, vie, že maximum (resp. minimum) sa nachádza presne v strede medzi koreňmi, teda v h = l/2. Toto je teda výška pre ktorú to bude najmenej stabilné. Vtedy je

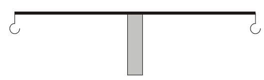
$$\Delta h = \rho g(l - l/2).(l/2)/ p_a = 1 \text{ mm}.$$

Čo nám hovorí toto číslo? Ako zdôvodníme, že z pohára nám zmizne 1 mm vody? Dozviete sa v nasledujúcom odseku.

Ostáva nám teda vysvetliť Copperfieldovské zmiznutie vody z pohára. Uplatňuje sa tu najmä niekoľko javov: pohľadnica nie je dokonale pevná a môže sa teda trochu vypučiť. Do tohoto výpuku sa dostane voda z pohára. Skúste si pre pohár naplnený cca do polovice pohýbať pohľadnicou – ide úplne ľahko a vôbec netrie o pohár, iba o vodu. Prečo? Povrchové napätie vody dovoľuje pohľadnici nepriľnúť úplne tesne na okraj pohára, ale nechať si malú medzeru. Táto medzera tiež spôsobí, že objem vody v pohári sa zmenší. Ak by tieto efekty nestačili, trocha vody sa jednoducho vyleje: voda začne vytekať (nie prudko, lebo už spomínané javy zaručia, že sústava bude skoro v rovnováhe) z jednej strany pohľadnice (nie je dokonale rovná). Vytečie toľko, čo ešte chýba do objemu V a nastane rovnováha.

Na záver krátke zamyslenie: načo je vlastne v celom tomto kúsku potrebná pohľadnica? Prečo to nedrží len tak? Je pravda že aj bez pohľadnice sa jedná o rovnovážnu polohu sústavy – voda by teda teoreticky nemusela vytekať ani bez pohľadnice. Jedná sa však o labilnú rovnovážnu polohu. Ako gulička na kopci: stačí do nej drcnúť a už sa kotúľa. Pohľadnica nám akoby na našom kopci vyhĺbila jamku v ktorej môže gulička bezpečne existovať. Pohľadnica sa totiž relatívne ťažko ohýba, a preto na dostatie sa z rovnovážnej polohy je potrebné pohľadnicu na jednom mieste prehnúť – na to už ale nestačí náhodný impulz sily. Skúste nahradiť pohľadnicu igelitkou, uvidíte, prečo je pevnosť (alebo jamôčka na kopci) taká dôležitá.

B – 2.3 Improvizované váhy (opravoval Mišo)



Na obrázku sú rovnoramenné váhy také, aké si môžete hocikedy sami zostrojiť. Rovná tyč dĺžky 1 m je presne v strede podopretá tehlou, ktorej šírka je 8 cm. Vážia takéto váhy presne? Ak vľavo zavesíme predmet a vyvážime ho závažím s hmotnosťou 4 kg, čo môžeme povedať o hmotnosti skúmaného predmetu?

Drahí riešitelia!

Tento príklad vyzerá na prvý pohľad možno odpudzujúco. Hoci asi pre mnohých sú odpudzujúce všetky príklady. Ale o tom inokedy. Podstatné je, že tento bol naozaj veľmi jednoduchý a po 2. prečítaní by odpudzovať nemal nikoho.

Takže pristúpme teraz k riešeniu. Najprv zodpovieme na 2. otázku. Uvažujme, že naša tyč je nehmotná. Však nakoniec o hmotnosti tyče nikde v zadaní písané nie je a prvá tyč, ktorá prirodzene lenivého fyzika napadne, je práve tyč nehmotná. A navyše táto hmotnosť by riešenie len minimálne skomplikovala a každý, kto príklad vyriešil bez tejto hmotnosti by to určite dokázal aj s ňou.

Ak máme váhy úplne ideálne vodorovne v rovnovážnej polohe (obr.1), tak hmotnosť neznámeho predmetu m_2 musí byť práve m_1 = 4kg. Ale čo sa stane ak $m_2 \neq m_1$?

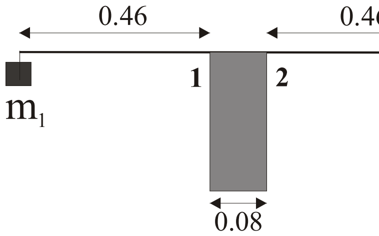
Rozoberme najskôr prípad $m_2 > m_1$. V takomto prípade sa vlastne z našej váhy stane otočná páka so stredom rotácie v bode 2 (obr.2). A pre momenty síl v tomto prípade môžeme písať vzťahy:

$$m_1 \vec{r}_1 \times \vec{g} = -m_2 \vec{r}_2 \times \vec{g} \, ,$$

keďže $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, pričom $\vec{r}_1$ sme si označili rameno pri m_1 = 4kg a $\vec{r}_2$ je rameno pri m_2, teda pri skúmanom predmete. Teda máme: $m_1gr_1 = m_2gr_2$, čiže

$$m_2 = \frac{m_1r_1}{r_2}.$$

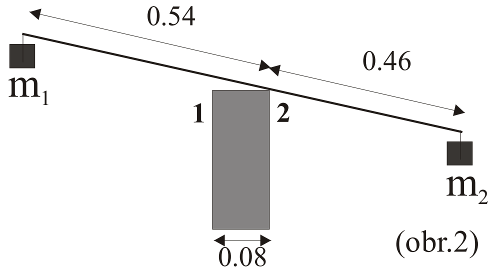
Pre dané hodnoty r_1 = 0,54m, r_2 = 0,46m, m_1 = 4kg teda máme m_2 = 4,7kg.



(obr.1)

Teraz si m_2 označme ako $m_{\max}$, lebo $m_{\max}$ je najväčšia možná hmotnosť, pre ktorú je daný systém v rovnováhe. Teraz sa obdobne pokúsime nájsť $m_{\min}$. Riešime teda situáciu $m_2 < m_1$ (obr.3). Obdobne dostaneme, že

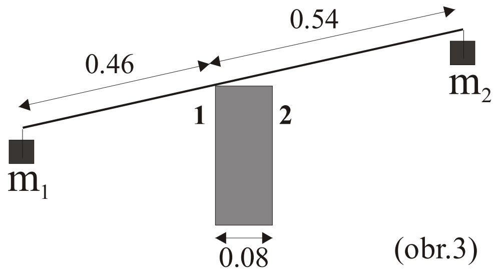
$$m_{\min} = \frac{m_1r_1}{r_2}$$



(obr.2)

Podľa obrázka sú teraz hodnoty: r_1 = 0,46m, r_2 = 0,54m, m_1 = 4kg, z čoho už ľahko dostaneme $m_{\min}$ = 3,4kg. O hmotnosti skúmaného predmetu m_2 môžeme povedať, že:

$$3{,}4\text{kg} \le m_2 \le 4.7\text{kg}.$$



(obr.3)

Teraz sa môžeme vrátiť k 1. otázke. My vieme, že dokonale presné váhy sú podopreté len v 1 bode a tým pádom môže rovnovážna poloha nastať iba pre jedinú hmotnosť m_2. Lenže naše váhy sú podopreté na nekonečne veľa bodoch, a to na dĺžke 8cm, a teda bude existovať aj nekonečne veľa hmotností m_2, pre ktoré váhy zaujmú rovnovážnu polohu. A tieto hmotnosti sú v intervale, ktorý sme vyjadrili už v predchádzajúcich odsekoch.

Mišo

B – 2.4 Rotujúce guličky (opravoval Fajo)

Guličkové ložisko je zložené z dvoch valcových obručí: vonkajšia s polomerom R_1 *a vnútorná s polomerom* R_2*. Medzi nimi sú uložené guličky. Vonkajší valec roztočíme s uhlovou rýchlosťou* ω_1 *a vnútorný s rýchlosťou* ω_2*, pričom zanedbávame prešmykovanie. Akou veľkou uhlovou rýchlosťou* Ω_1 *sa budú otáčať guličky okolo svojej osi a akou rýchlosťou* Ω_2 *okolo stredu* S *ložiska?*

Raz bol Fajo so sestrou vo Viedni a ako to už býva, navštívili aj lunapark. V jeho strede je obrovské mlynské kolo, ktoré sa nedalo nevyskúšať. S očakávaním nádherného výhľadu na mesto sme nasadli do sedačiek, ktorých najväčšou chybou bolo, že sa dali točiť okolo zvislej osi. Dole na zemi stál zriadenec, ktorému robilo neskutočnú radosť roztáčať okoloidúce sedačky. A to s takou silou, že sme si pripadali ako ponožky v práčke. Z výhľadu nebolo nič, pretože sa celá Viedeň točila, a kým sme to konečne ubrzdili, boli sme na zemi a ten blázon nás so širokým úsmevom znova rozrotoval... To bola inšpirácia zo života a teraz hurá na vec:

Keďže guličky sú medzi obručami natesno natlačené, bude ich polomer r_G akurát polovica vzdialenosti oboch obručí:

$$r_G = (R_1 - R_2)/2. \tag{1}$$

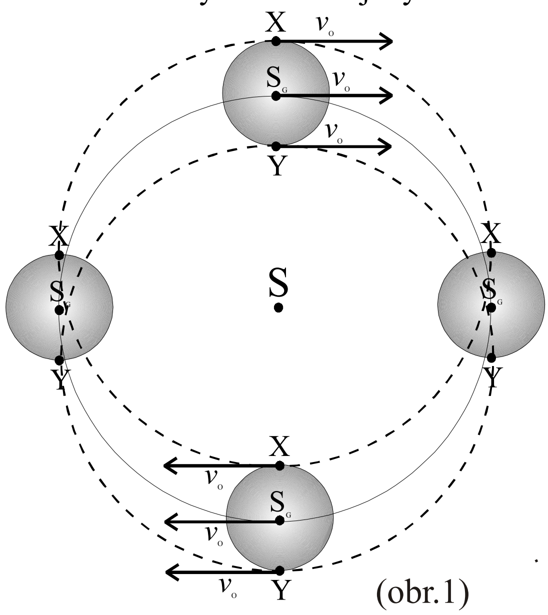
Stred guličky S_G bude v polovici medzi obručami vo vzdialenosti

$$R = (R_1 + R_2)/2 \tag{2}$$

od stredu S.

Pohyb každého tuhého telesa, teda aj našej guličky, sa skladá z:

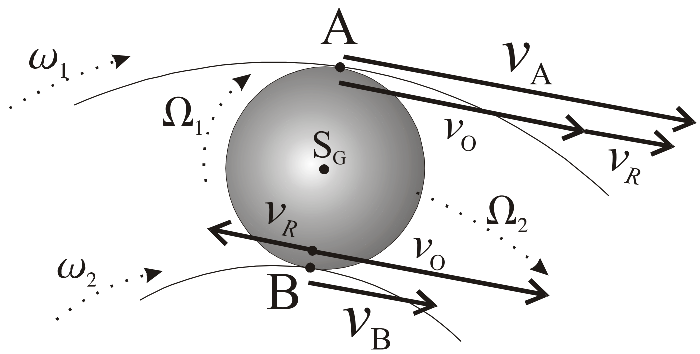
1. posuvného pohybu – každý bod telesa má v rovnakom čase rovnakú rýchlosť (smer aj veľkosť), čo znamená, že aj trajektória každého bodu bude rovnaká (nielen tvar, ale aj rozmery). Na obrázku 1 je nakreslený čistý posuvný pohyb guličky po kružnici okolo stredu S ešte bez rotácie okolo svojej osi. Keďže rýchlosť všetkých bodov je rovnaká, bude sa rovnať obvodovej rýchlosti v_O stredu S_G. Gulička sa pohybuje uhlovou rýchlosťou Ω_2 okolo stredu S, preto:
$$v_O = \Omega_2 R. \qquad (3)$$
2. rotačného pohybu – každý bod telesa sa pohybuje po kružnici, ktorej stred je v osi otáčania. U nás gulička rotuje okolo svojho stredu S_G uhlovou rýchlosťou Ω_1. Čiže rotačná rýchlosť okrajových bodov (A a B) guličky bude
$$v_R = \Omega_1 r_G. \qquad (4)$$



(obr.1)

Gulička sa dotýka vonkajšej obruče v bode A a vnútornej v bode B. Najdôležitejšie na celom príklade bolo uvedomiť si, že rýchlosť guličky a obručí musí byť v týchto bodoch rovnaká, pretože ináč by gulička prešmykovala. Poďme to celé riešiť v sústave spojenej so stredom ložiska S: Ako teda vyzerajú rýchlosti guličky v_A, v_B v bodoch A a B?

Z posuvného pohybu po kružnici majú oba body rýchlosť v_O. Z rotácie okolo stredu guličky S_G získajú rýchlosť v_R. Rozdiel je v tom, že kým v bode A má táto rýchlosť rovnaký smer ako v_O, v bode B je jej orientácia presne opačná (obr.2). Potom platí:
$$v_A = v_O + v_R \quad \text{a} \quad v_B = v_O - v_R$$
Tieto rýchlosti musia byť rovnaké ako rýchlosti obručí v A, B, teda:
$$v_A = \omega_1 R_1 \quad \text{a} \quad v_B = \omega_2 R_2$$



(obr.2)

Po dosadení z (3) a (4) dostaneme:
$$\omega_1 R_1 = \Omega_2 R + \Omega_1 r_G \;,\; \omega_2 R_2 = \Omega_2 R - \Omega_1 r_G.$$
Tu už len použijeme vyjadrenia (1) a (2) pre polomery R, r_G a vydupeme výsledné rovnice:
$$\Omega_1 = \frac{\omega_1 R_1 - \omega_2 R_2}{R_1 - R_2} \qquad \text{a} \qquad \Omega_2 = \frac{\omega_1 R_1 + \omega_2 R_2}{R_1 + R_2}.$$
Tak a máme to, teraz by sme ešte mohli skontrolovať, či nám to sedí pre špeciálne prípady, napríklad, keby $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Potom z výsledných vzťahov získame: $\Omega_1 = \omega$ a $\Omega_2 = \omega$, čo je pravda. Naozaj, ak by sa otáčali obruče s rovnakou uhlovou rýchlosťou, za jedno otočenie okolo bodu S by sa gulička tiež otočila raz okolo S a ešte aj okolo svojej osi.

A teraz niečo k vašim riešeniam: To, že to nebol ľahký príklad je dôvodom, prečo ho takmer nikto správne nevyriešil. Týmto chcem verejne pochváliť Stana Fecka za jeho originálne riešenie, v ktorom sa zaoberal najskôr guličkou medzi dvoma doskami, a potom svoje výpočty uplatnil pri zakrivených obručiach. Vašou najčastejšou chybnou úvahou bolo: Vonkajšia obruč sa pohybuje vzhľadom na vnútornú uhlovou rýchlosťou $\omega_1 - \omega_2$, preto rozdiel ich rýchlostí bude $R_1(\omega_1 - \omega_2)$. To znamená, že keby $\omega_1 = \omega_2$, tak rozdiel rýchlostí by bol 0, čo nie je dobre. Ten rozdiel je totižto rovný $R_1\omega_1 - R_2\omega_2$.

Tak sa teda majte a užívajte si prvého snehu. Ale s mierou!

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 2. sérii zimného semestra 19. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	①	B-2.1	B-2.2	B-2.3	B-2.4	☠	Σ
1.	Imriška	Jakub	2 A	G BA J. Hronca	19.5	5.0	5.0	4.5	3.5		37.50
2.	Perešíni	Peter	2 F	G BB Tajovského	15.0	5.0	5.0	4.5	5.0		34.50
	Štolcová	Jana	sx.	G Nitra Párovská	17.5	5.0	5.0	4.0	3.0		34.50
4.	Škrovinová	Katarína	sx.	G Nitra Párovská	17.5	5.0	5.0	4.5	1.5		33.50
5.	Foltin	Miroslav	2 C	G Jána Hollého	18.0	5.0	3.0	4.5	2.0		32.50
	Hrdá	Marcela	sx.	G Turčianske Teplice	16.0	5.0	4.5	5.0	2.0		32.50
7.	Takács	Michal	2 F	G BB Tajovského	14.0	5.0	5.0	4.8	3.0		31.80
8.	Molčány	Dušan	2 B	SPŠS BA Fein. nábr.	15.5	5.0	5.0	5.0	–		30.50
9.	Komorovský	Marek	sx.	G Dubnica nad Váhom	12.0	5.0	5.0	5.0	2.5		29.50
10.	Pôbišová	Zuzana	2 F	G BB Tajovského	12.5	5.0	5.0	5.0	1.5		29.00
11.	Zámečník	Peter	2 D	G MRŠ NMV	12.5	5.0	5.0	4.0	2.0		28.50
12.	Bzdušek	Tomáš	kv. A	G Piešťany	16.5	5.0	–	4.0	0.5		27.54
13.	Dojčák	Lukáš	2 C	G PH Michalovce	10.5	5.0	3.0	4.5	2.5		25.50
14.	Hergelová	Beáta	2 B	G BST Lučenec	12.0	5.0	2.5	3.5	2.0	-1	24.00
	Mikuláš	Ján	sx.	G BST Lučenec	12.0	5.0	1.0	4.0	2.0		24.00
16.	Kaniansky	Miroslav	sx. A	G Piaristické Nitra	9.0	5.0	3.5	4.5	1.5		23.50
	Regec	Mário	2 A	G PH Michalovce	10.0	5.0	2.5	5.0	2.0	-1	23.50
18.	Berta	Peter	1 A	G Veľké Kapušany	14.5	–	2.5	5.0	–		23.45
19.	Pašuth	Ondrej	2 A	G PH Michalovce	8.5	5.0	5.0	5.0	0.5	-2	22.00
20.	Švihorík	Róbert	kv.	G Nitra Párovská	10.5	5.0	2.5	1.5	1.0		21.99
21.	Fačkovec	Boris	kv. A	G Piešťany	9.4	0.5	5.0	4.5	1.0		21.93
22.	Kravec	Martin	2 A	G PH Michalovce	8.0	5.0	2.5	5.0	0.5		21.00
23.	Vrbjárová	Michaela	1 A	G BST Lučenec	6.7	4.5	2.5	4.0	–		19.18
24.	Kováč	Michal	sx.	G BA Grösslingova	6.5	5.0	3.5	4.0	–		19.00
	Šanoba	Ľuboš	2 C	G Považská Bystrica	10.5	0.0	2.0	5.0	1.5		19.00
26.	Šomodiová	Kristína	2 A	G Piešťany	10.5	0.5	5.0	0.1	2.0		18.10
27.	Pham van	Hieu	2 C	G Šurany	6.0	0.5	3.5	5.0	3.0		18.00
28.	Bogár	Ondrej	1 E	G ĽŠ Trenčín	5.5	5.0	3.0	1.0	1.0		17.05
29.	Ďurčík	Miroslav	2 C	G BST Lučenec	7.0	0.5	3.0	4.0	2.0		16.50
30.	Híreš	Michal	F	G VPT Martin	5.5	0.5	5.0	5.0	–		16.00
	Križanovič	Michal	2 B	G PH Michalovce	3.5	5.0	2.5	4.5	1.5	-1	16.00
32.	Malčická	Martina	sx.	G Banská Štiavnica	6.0	3.0	5.0	1.0	0.5		15.50
33.	Škorík	Ján	1	G Vrbové	5.0	0.0	4.0	4.0	0.5		14.93
34.	Melicher	Radoslav	2 A	G BST Lučenec	5.0	2.0	2.0	5.0	1.5	-1	14.50
35.	Fecko	Stanislav	kv. A	G Pankúchova	0.0	5.0	–	4.0	5.0	-1	14.26
36.	Uchytilová	Vendula	2 A	G J.K.Tyla	6.0	–	1.5	5.0	2.5	-1	14.00
37.	Nagy	Jakub	9 C	ZŠ Požiarnicka 3	5.0	3.5	2.5	1.5	–		13.87
38.	Holko	Ivan		G VPT Martin	7.0	0.0	3.0	0.5	0.0		10.50
39.	Kubovičová	Lucia	3 F	G VPT Martin	6.7	0.0	1.0	0.5	–		8.61
40.	Oremus	Vladimír	2 A	G BA J. Hronca	6.5	–	1.5	0.5	1.0	-1	8.50
41.	Boorová	Kristína	2 B	G Vrbové	3.0	0.5	3.5	2.0	0.0	-1	8.00
42.	Přikrylová	Veronika	kv. A	OG ZA Varšavská cesta	7.3	–	–	–	–		7.26
43.	Czókolyová	Eva	2 A	G Piešťany	5.5	–	–	–	–		5.50
44.	Bernadič	Michal	1 B	G Vrbové	3.8	–	–	–	–		3.77
45.	Káčer	Marek	kv.		3.5	–	–	–	–		3.55

46.	Macko	Juraj	sx.	G BA Grösslingova	2.0	–	–	–	–		2.00
47.	Országhová	Andrea	1 E	G PH Michalovce	1.4	–	–	–	–		1.44
48.	Matúška	Radoslav	1 B	G BST Lučenec	0.0	–	–	–	–		0.00
	Obuchová	Lucia	2 B	G Vrbové	0.0	0.0	1.5	1.5	–	-3	0.00
	Ondreička	Petrik	1	G Vrbové	0.0	–	–	–	–		0.00
51.	Mesároš	Jozef	1 A	Evanjelické gym. BA	0.0	0.0	0.5	0.0	0.0	-2	-1.35

Milí naši riešitelia!
Práve držíte v rukách poslednú možnosť, ako spraviť niečo s vaším umiestnením. Dostalo sa nám do uší, že sa pre prvých 16 - tich po tretej sérii chystá unikátna akcia, zhruba v čase od 1. do 7.2. 2004. Tak hor sa do riešenia! Teší sa na vás

vaše **FKS**

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. séria zimnej časti 19. ročníka
A – kategória (starší)
školský rok 2003/2004
termín príchodu riešení
3. 12. 2003

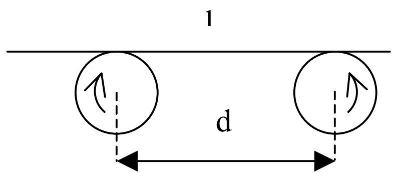
www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 3.1 Chladnička (5 bodov)
Rodinka sa vybrala na výlet. Pozatvárali všetky okná, povypínali všetky spotrebiče a vyrazili. Zabudli však na chladničku, ktorú nechali otvorenú bežať. Ako sa zmenila teplota vzduchu v kuchyni keď sa na druhý deň vrátili z výletu? Chladnička má výkon P, účinnosť η a v kuchyni je vzduch s objemom V. Kuchyňu považujte za tepelne izolovanú. Najprv uvažujte, že kuchyňa je prázdna a potom sa pokúste zistiť, ako tento výsledok ovplyvnia bežné predmety v nej.

A – 3.2 Koleso (5 bodov)
Bicykel ide po mokrej podložke. Zrátajte do akej maximálnej výšky odfrkne kvapka z kolesa (voda odlieta od všetkých bodov kolesa v smere dotyčnice v danom bode), ak polomer kolesa je r a bicykel ide rýchlosťou v. Odpor vzduchu zanedbajte.

A – 3.3 Netradičné oscilácie (5 bodov)
Predstavte si, že dva kotúče umiestnené v tej istej horizontálnej rovine, ktorých osi otáčania sú vo vzájomnej vzdialenosti d, sa otáčajú v navzájom opačných smeroch. Na nich je položená homogénna tyč dĺžky l, ktorej ťažisko je bližšie k jednému z kotúčov. Okrem toho vieme, že koeficient šmykového trenia medzi kotúčmi a tyčou je f. Mohli by ste skúsiť uhádnuť, čo sa s tyčou bude diať. Ale keďže vedúci FKS sú veľmi dobrí a majú vás radi, prezradíme vám to. Tyč začne kmitať. Zostáva teda už len ľahučká úloha, vypočítať periódu jej kmitov. A to je na vás.



A – 3.4 Noc je tmavá (5 bodov)
Ak sa pozrieme na oblohu ďalekohľadom, vidíme viac hviezd, než bez neho. Odhadnite, koľko hviezd môžeme vidieť na oblohe ďalekohľadom s priemerom šošovky 5 cm. Koľkokrát dovidíme takýmto ďalekohľadom ďalej než voľným okom?

Tento seminár podporuje
KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 2. série
A–kategória (starší)
19.ročník
zimný semester
školský rok 2003/2004.

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 2.1 Fyzikálne triky (opravoval Tomáš)

Určite ste už videli, ako niekto naplnil pohár po okraj vodou, opatrne ho zakryl papierom a potom ho prevrátil hore nohami. Papier bolo potom možné ďalej nepridŕžať a ten akousi zvláštnou silou udržal vodu v pohári. Ako je to možné? Skúste to aj vy so zaváraninovým pohárom (7 dl) a pohľadnicou! Koľko najmenej vody je potrebné mať v pohári, aby sa trik podaril? Skúste toto množstvo vody výpočtom čo najlepšie určiť!

Takže.. naplníme pohár, pricapíme pohľadnicu a prevrátime. V záujme zachovania suchého oblečenia odstúpime od umývadla, očakávajúc riadnu vodnú spŕšku... heeej, čo je? Voda úplne prekvapivo ostáva v pohári.. Pre menšie výšky vody v pohári sa pohľadnica dokonca na jednom konci provokačne odchľapí, vytvorí asi milimetrovú štrbinu.. a nič. Experimentom sa presvedčíme že pohľadnica udrží prakticky ľubovoľné množstvá vody. Čím tú vodu oblbli, že tak bezohľadne ignoruje gravitáciu?

Zamyslime sa ešte raz nad pohárom, v ktorom je nejaké množstvo vody. Na začiatku je situácia jasná: zdola pôsobí na pohľadnicu atmosférický tlak, zhora atmosférický tlak vzduchu ktorý je nad vodnou hladinou (môžeme predpokladať, že tam nejaké minimálne množstvo bude vždy) plus hydrostatický tlak vodného stĺpca. Všetko teda hovorí pre neľútostný pád. Čo by sa ale stalo, keby zrazu nejaké množstvo vody z pohára zrazu zmizlo? Praktickou realizáciou zmiznutia sa zatiaľ nebudeme zaoberať, proste budeme predpokladať že objem V vody z pohára zrazu nahradilo vákuum. Rozumným predpokladom je, že pre malé V voda vďaka povrchovému napätiu nepustí do pohára žiadny nový vzduch. Vo vzduchu nad vodou teda vznikne podtlak. Ak by bol tento dostatočne veľký, môže to vyrovnať tlak vodného stĺpca na pohľadnicu.. A sústava bude v rovnováhe! Skúsme teda zrátať aký veľký musí byť objem V. Pre riešiteľov B kategórie a lenivých A-čkarov je teda nasledujúci odsek úplne zbytočný a môžu ho s pokojom v duši preskočiť. A my ostatní rátame ako dráčici:

Označme $V = S.\Delta h$ kde S je plocha pohára, Δh je potom vlastne výška, o ktorú klesne vodný stĺpec. V pohári s výškou l máme výšku h vzduchu. (je tam teda l - h vody). Na začiatku má vzduch atmosférický tlak p_a . Keď vytečie V vody, výška vzduchu sa zvýši o Δh. Ak predpokladáme, že vzduch sa rozopol izotermicky, platí preň $pV = konšt$. Ak označíme Δp zmenu tlaku po rozopnutí, máme :

$$S.h.p_a = S(h + \Delta h).(p_a - \Delta p), \text{ z toho}$$

$$\Delta h = \Delta p h/(p_a - \Delta p).$$

Aby sme to celé mali v rovnováhe, potrebujeme aby Δp bolo rovné (nanajvýš o málo väčšie) hydrostatickému tlaku vodného stĺpca. Teda $\Delta p = \rho g(l - h)$, kde ρ je hustota vody. Nakoľko je l rovné zhruba 20 cm je Δp najviac 2000 Pa, čo je dosť málo oproti atmosférickému tlaku (101000 Pa) na to, aby sme zanedbali -Δp v menovateli nášho vzorca. Máme teda

$\Delta h = \Delta p.h/ p_a$. Po dosadení za Δp máme

$$\Delta h = \rho g(l - h).h/ p_a.$$

Nás zaujíma zrejme maximálne Δh pre všetky možné h. Inými slovami, pýtame sa, koľko vody maximálne budeme musieť z pohára odčarovať aby sme docielili politickú stabilitu. Závislosť Δh od h je kvadratická funkcia a keďže to akurát máme rozložené na súčin, vidíme, že korene má v bodoch 0 a l. Prečo nás trápia korene akejsi prevrátenej paraboly? Lebo kto už niekedy rozjímal nad krásou parabolických funkcií, vie, že maximum (resp. minimum) sa nachádza presne v strede medzi koreňmi, teda v h = l/2. Toto je teda výška, pre ktorú to bude najmenej stabilné. Vtedy je

$$\Delta h = \rho g(l - l/2).(l/2)/ p_a = 1\text{mm}.$$

Čo nám hovorí toto číslo? Ako zdôvodníme, že z pohára nám zmizne 1mm vody? Dozviete sa v nasledujúcom odseku.

Ostáva nám teda vysvetliť Copperfieldovské zmiznutie vody z pohára. Uplatňuje sa tu najmä niekoľko javov: pohľadnica nie je dokonale pevná a môže sa teda trochu vypučiť. Do tohoto výpuku sa dostane voda z pohára. Skúste si pre pohár naplnený cca do polovice pohýbať pohľadnicou – ide úplne ľahko a vôbec netrie o pohár, iba o vodu. Prečo? Povrchové napätie vody dovoľuje pohľadnici nepriľnúť úplne tesne na okraj pohára ale nechať si malú medzeru. Táto medzera tiež spôsobí, že objem vody v pohári sa zmenší. Ak by tieto efekty nestačili, trocha vody sa jednoducho vyleje: voda začne vytekať (nie prudko, lebo už spomínané javy zaručia, že sústava bude skoro v rovnováhe) z jednej strany pohľadnice (nie je dokonale rovná). Vytečie toľko, čo ešte chýba do objemu V a nastane rovnováha.

Na záver krátke zamyslenie: načo je vlastne v celom tomto kúsku potrebná pohľadnica? Prečo to nedrží len tak? Je pravda, že aj bez pohľadnice sa jedná o rovnovážnu polohu sústavy – voda by teda teoreticky nemusela vytekať ani bez pohľadnice. Jedná sa však o labilnú rovnovážnu polohu. Ako gulička na kopci: stačí do nej drcnúť a už sa kotúľa. Pohľadnica nám akoby na našom kopci vyhĺbila jamku, v ktorej môže gulička bezpečne existovať. Pohľadnica sa totiž relatívne ťažko ohýba a preto na dostatie sa z rovnovážnej polohy je potrebné pohľadnicu na jednom mieste prehnúť – na to už ale nestačí náhodný impulz sily. Skúste nahradiť pohľadnicu igelitkou, uvidíte prečo je pevnosť (alebo jamôčka na kopci) taká dôležitá.

A – 2.2 Džimmy Hendrixxx (opravoval Džony)

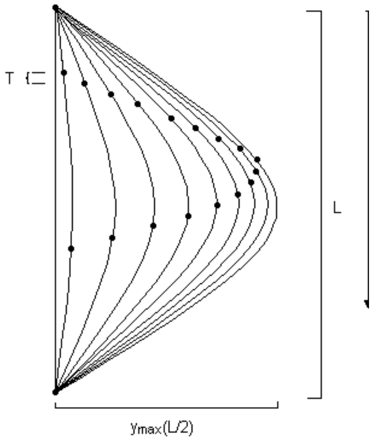
Keď brnkneme na gitarovú strunu, zdá sa nám rozmazaná. Ak sa však na vertikálne umiestnenú strunu pozrieme tak, že za ňou zbadáme televíznu obrazovku, uvidíme na strune pohybujúce sa vlnky. Odkiaľ sa tam vzali? Od čoho závisí ich vlnová dĺžka? Svoje tvrdenia skúste dokázať aj inými pozorovaniami.

Tak v prvom rade chcem pochváliť všetkých ľudí, ktorým sa nepodarilo zohnať gitaru, ale sa ako správni fyzici vynašli a experimentovali s niečím iným (gumička, špagát....).

Na gitarovej strune, ako vieme, vzniká stojaté vlnenie, ktoré má dosť vysokú frekvenciu (f_s) (rádovo stovky hertzov). Objekty, ktoré kmitajú tak veľmi rýchlo, nevie naše oko resp. mozog spracovať (tá hranica vnímania je okolo 10Hz) a práve preto vidíme strunu rozmazanú. Jednoducho nevieme určiť, kde presne je daný kus struny v danom čase.

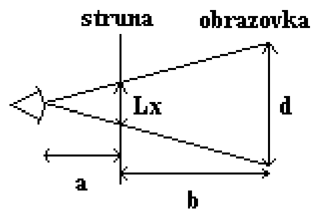
Čo sa zmení, keď je tam aj televízna obrazovka? Obraz na televíznej obrazovke je vytváraný elektrónovým lúčom, ktorý "behá" po riadkoch obrazovky a tým ich osvetľuje. Dôležité je, že osvetľuje riadky postupne z hora dole. Takto stihne lúč prebehnúť za jednu sekundu celú obrazovku až 50-krát (v Amerike 60, ako som sa dozvedel). Toto voláme obnovovacia frekvencia (f_t) a v podstate to znamená, že lúč sa znovu dostane k tomu istému riadku za čas T_t, ktorý je približne rovný $1/f_t$ (nemusí byť rovný presne tomu, lebo istý čas aj trvá, kým lúč zamieri odspodu obrazovky zase nahor, ale tento efekt môžeme zanedbať).

No pozrime sa, čo sa deje, keď naše poznatky o strunách a obrazovkách skombinujeme.
Musíme si uvedomiť, že daný kúsok struny vidíme najvýraznejšie, práve keď je tento kúsok osvetľovaný daným riadkom z obrazovky. Zvyšnú časť struny vidíme horšie, pretože za ňou nežiaria žiadne riadky. Keďže sa struna pohybuje, tak daný kúsok struny budeme vidieť práve v mieste, kde sa nachádzal počas toho, ako bol osvetlený riadkom. A práve toto je ten dôvod vzniku vlniek. Asi sa to dá ťažko predstaviť, ale snáď vám pomôže obrázok od vášho kolegu Jana Lalinského, ktorý danú situáciu celkom dobre vystihuje. Struna sa vždy po T sekundách o kúsok posunie a takisto sa o niečo posunie aj "svietiaci" riadok, ktorý nám zviditeľní daný



kúsok struny (označené bodkou). Keďže tieto osvetlenia nasledujú veľmi rýchlo za sebou, naše oko to vníma spojito, a teda to, čo vnímame ako záhadné vlnky, je iba sled rôznych bodov na strune v rôznych polohách (znie to hrozivo, ale na obr. to je pekne vidno). Teraz si asi viete predstaviť, čo sa stane, ak je táto struna horizontálne. Keďže je len veľmi tenká a výchylky sú malé (vzhľadom na jej dĺžku), "osvetľovací riadok" tento úsek prebehne rýchlejšie ako vo vertikálnom prípade a teda bude to vyzerať ako také čierne pruhy, resp. bude rozmazaná. Skúste si nakresliť podobný obrázok pre túto situáciu. Tak, keď už vieme, čo to je, môžeme aj vytušiť, od čoho závisí vlnová dĺžka týchto vlniek. Treba si uvedomiť, že to nie je žiadne reálne vlnenie a teda ani žiadna reálna vlnová dĺžka neexistuje!

Od čoho ale závisí táto fiktívna vlnová dĺžka? Veľmi rád by som vyzdvihol riešenie Jakuba Závodného, ktorý pristupoval k problému veľmi elegantne. Mnohí z vás si všimli, že vlnky, ktoré vznikajú, sa väčšinou pohybujú nejakou rýchlosťou. Keď gitaru ladíme (alebo skôr rozlaďujeme), môžeme si všimnúť, že rýchlosť pohybu týchto vlniek sa mení a dokonca môžeme dosiahnuť stav, keď pozorujeme vlnky, ktoré sa nehýbu. Vidíme teda len akúsi nehybnú zvlnenú strunu. Za čas (T_t), za ktorý sa elektrónový lúč namieri zase na ten istý riadok, kmitne struna N-krát (N nemusí byť celé číslo). N môžeme vyjadriť ako: $N = T_t/T_s$ (T_s je perióda kmitu struny). Čiže $N = T_t f_s$ resp. $N = f_s/f_t$. To znamená, že ak vidíme celú strunu (dĺžky L) pred obrazovkou, tak na nej uvidíme N vlnových dĺžok nášho fiktívneho vlnenia. Čiže vlnová dĺžka je: $\lambda = L/N$ čiže $\lambda = Lf_t/f_s$. Z toho nám vyplýva ďalší krásny pozorovateľný jav. Keď sa obrazovka nepremieta na celú strunu, ale len na kúsok struny dĺžky L_x, vlnová dĺžka je rovná



$$\lambda = L_x f_t/f_s.$$

Ale veľkosť tohoto priemetu predsa určujú vzájomné vzdialenosti pozorovateľa, struny (a) a obrazovky (b) a jej veľkosť (d). Čiže z podobnosti trojuholníkov môžeme napísať vzťah:

$$\lambda = d\frac{a}{a+b}.\frac{f_t}{f_s}.$$

Keď sa k strune približujete, pred očami sa vám zmenšuje vlnová dĺžka pozorovaných vlniek. Úžasné!

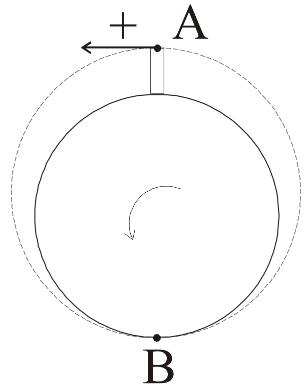
Tak a ešte by sa žiadalo vysvetliť pohyb vlniek a prípad stojacich vlniek. Z našej (vašej) úvahy vyplýva, že ak je frekvencia struny celočíselným násobkom obnovovacej frekvencie, "osvetľovací riadok" zastihne dané miesto struny vždy v tej istej polohe (výchylke), takže sa zdá ako keby sa struna vôbec nepohybovala, len tak zvlnene visela. V skutočnosti sa ale samozrejme pohybuje (a brutálne rýchlo). Ak však pomer týchto frekvencií nie je celočíselný, pri ďalšom obnovení obrazovky je dané miesto struny o kúsok posunuté (fázovo posunuté). Keďže bude takto posunuté každé miesto, tak vlastne všetky vlnky budú o kúsok posunuté (hore alebo dole). No a obrazovka sa obnovuje dosť rýchlo, takže sled týchto posunutí nám vytvára ilúziu pohybu vlniek.

Niektorí ste robili aj skvelé pokusy, kde ste merali vlnové dĺžky a príp. ladičkou overovali frekvenciu struny a celkom pekne sa vám to zhodovalo. To som už ale od vás nechcel, stačili mi overenia závislosti na vzdialenosti a teórie pokusom "horizontálna struna". A kto sa dobojoval až sem, má odo mňa na sústredení čokoládu. Veľa zdaru pri riešení ďalších pekných úloh.

A – 2.3 Kryptón (opravoval Stano)

Predstavte si planétu Kryptón veľkosti Zeme, ktorá rotuje takou uhlovou rýchlosťou, že na rovníku je nulové tiažové zrýchlenie. Akou maximálnou rýchlosťou môže černokňažník Relpek zo svojej 1 km vysokej veže na rovníku vyhodiť kryštálovú guľu proti smeru rotácie Kryptónu tak, aby guľa nespadla späť?

Najprv si treba uvedomiť, čo znamená, že guľa nespadne naspäť na Kryptón. Nech udelí černokňažník krištáľovej guli akúkoľvek rýchlosť, tá sa bude pohybovať po kužeľosečke (elipse, parabole alebo hyperbole) okolo Kryptónu. Pravda, ak jej v tom nebude prekážať samotný Kryptón. Dráha, po ktorej guľa len tak tak minie Kryptón, je elipsa, ktorej ohniskom je Kryptón s hlavnou poloosou rovnou $(2R_k + h)/2$, kde R_k je polomer Kryptónu a h je výška veže (pozri obrázok).



Pozrime sa teraz na našu elipsu zo súradnicovej sústavy spojenej s osou otáčania Kryptónu (teda nás nezaujíma, že sa Kryptón otáča, berieme ho len ako hmotné teleso). Keďže potrebujeme poznať veľkosť rýchlosti, s akou Relpek vyhodil guľu, je vhodné použiť zákon zachovania energie pre body A a B (pozri obrázok). Energia telesa v radiálnom gravitačnom poli je

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{\kappa m M_k}{R},$$

kde m je hmotnosť gule, M_k je hmotnosť Kryptónu, v je rýchlosť gule, R je jej vzdialenosť od stredu Kryptónu a κ je gravitačná konštanta. Takže:

$$\frac{1}{2}m{v_A}^2 - \frac{\kappa m M_k}{R_A} = \frac{1}{2}m{v_B}^2 - \frac{\kappa m M_k}{R_B}.$$

Ak vezmeme do úvahy, že $R_A = R_k + h$, $R_B = R_k$ dostaneme po pár úpravách pre rýchlosť v_A:

$${v_A}^2 = {v_B}^2 - 2\kappa M_k \frac{h}{R_k\left(R_k + h\right)}. \qquad (1)$$

Potrebujeme ešte poznať vzťah medzi v_A a v_B, ten nám s radosťou poskytne zákon zachovania momentu hybnosti (moment hybnosti je $\vec{L} = m\vec{R} \times \vec{v}$). Keďže v bodoch A a B je rýchlosť gule kolmá na sprievodič, platí v nich $\vec{R}_{A,B} \times \vec{v}_{A,B} = R_{A,b} v_{A,B}$, preto $v_B = v_A\, R_A/R_B$. Ak to dosadíme do (1) a znova vyjadríme v_A, dostaneme (pričom znova použijeme $R_A = R_k + h$, $R_B = R_k$):

$$\left|v_A\right| = \sqrt{2\kappa M_k \frac{R_k}{\left(2R_k + h\right)\left(R_k + h\right)}}. \qquad (2)$$

Na to aby sme sa dokázali premiestniť do sústavy spojenej s černokňažníkovou vežou, potrebujeme poznať jej rýchlosť v sústave, v ktorej sa nachádzame teraz (os Kryptónu). To určíme ľahko, lebo vieme, že na rovníku je nulové tiažové zrýchlenie. Musí tam byť preto gravitačné zrýchlenie rovné dostredivému zrýchleniu

$$\omega^2 R_k = \kappa \frac{M_k}{{R_k}^2}.$$

Uhlová rýchlosť otáčania Kryptónu potom musí byť

$$\omega = \sqrt{\kappa \frac{M_k}{{R_k}^3}}.$$

Rýchlosť vrcholku veže teda bude

$$v_v = \omega\left(R_k + h\right) = \left(R_k + h\right)\sqrt{\kappa \frac{M_k}{{R_k}^3}}.$$

Teraz už máme pripravené všetko na to, aby sme zistili akou rýchlosťou musí vyhodiť Relpek svoju krištáľovú guľu tak, aby nespadla späť na Kryptón. Zostaňme ešte chvíľu v sústave spojenej s osou Kryptónu. Tu sme už zistili, akou rýchlosťou musíme hodiť guľu, aby len tak tak nenarazila na Kryptón. Je to $|v_A|$ zo vzťahu (2). Ak si zvolíme za kladnú orientáciu smer otáčania Kryptónu (pozri obrázok), je jasné, že rýchlosti, pri ktorých guľa nedopadne na Kryptón, budú z intervalu

$$(-\infty,-v_A\rangle \cup \langle v_A,\infty).$$

Nemôže sa však nadobudnúť celý tento interval, lebo černokňažník hádže guľu len proti smeru otáčania Kryptónu. Preto bude len

$$(-\infty,-v_A\rangle \cup \langle v_A,v_v).$$

Je to zrejmé, lebo ak Relpek hodí guľu nulovou rýchlosťou (sme v sústave spojenej s vežou), tá bude mať v sústave spojenej s osou Kryptónu rýchlosť v_v. Ak ju hodí väčšou rýchlosťou ako nulovou, bude táto rýchlosť menšia ako v_v. Aby toto obyčajný smrteľník pochopil musí si dobre uvedomiť smer otáčania Kryptónu a smer hádzania gule.
Nakoniec, aby sme mali tieto intervaly vzhľadom na súradnicovú sústavu spojenú s vežou, musíme ich odčítať od v_v.

$$v_{v_v} - \left[(-\infty,-v_A\rangle \cup \langle v_A,v_v)\right]$$

$$(0,v_v - v_A\rangle \cup \langle v_v + v_A,\infty).$$

Čo je výsledok. Na to aby sme mu pochopili musíme si uvedomiť, že $v_v > v_A$. Zúfalcom, ktorí to aj tak nevidia, ešte dodávam: uvedomte si, ktorý smer ja kladný a ktorý záporný, v akej sústave sa nachádzate, v akej poznáte veľkosti jednotlivých rýchlostí a v akej ich chcete poznať.
Číselne bude výsledok (ak použijeme bežné tabuľkové hodnoty pre polomer Zeme, hmotnosť Zeme a gravitačnú konštantu):

$$(0;2{,}17\,\mathrm{m.s^{-1}}\rangle \cup \langle 15{,}8\,\mathrm{km\,s^{-1}},\infty).$$

Nakoniec jeden návrh na premyslenie na dlhé zimné večery. Čo bude vidieť pozorovateľ na Kryptóne, keď hodí Relpek guľu rýchlosťou 2,17 $\mathrm{ms^{-1}}$? **Nie je** správne riešenie, že guľa obehne raz okolo Kryptónu a trafí Relpeka zozadu do hlavy (na šťastie pre Relpeka :)).

A – 2.4 Blikajúce hviezdy (opravovala Myša)
Ak sa pozrieme voľným okom na hviezdy nad obzorom, často sa zdá, že blikajú. Naproti tomu planéty sú pokojné, ich svetlo „netancuje“. Prečo hviezdy blikajú? Prečo planéty nie?

Prečo teda? Ako ste všetci vo svojich riešeniach správne postrehli, prsty v tomto probléme bude mať naša atmosféra. Avšak – čo ste už zďaleka nepostrehli úplne všetci – nielen ona... Ale poďme pekne poporiadku!

Vzdušný obal našej planéty nemá konštantnú teplotu. Inak povedané, niekde môže byť studený a inde (aj v blízkosti studenej oblasti) sa celkom pekne zohrieva. Keď má vzduch rôznu teplotu, potom bude mať aj rôznu hustotu. No a s hustotou nám veľmi úzko súvisí index lomu prostredia (v tomto prípade index lomu atmosféry, resp. jej konkrétnych miest, kadiaľ musí povinne prejsť každý svetelný lúč, ktorý chceme pozorovať).

V rozličných oblastiach atmosféry sa nám index lomu mení a to znamená, že svetlo si pri svojom putovaní k nám hľadá rôzne cestičky (láme a kľukatí sa práve v závislosti od nestáleho indexu lomu).

Svetlo k nám týmto spôsobom prichádza od planét i od hviezd (v tomto momente je nepodstatné, či ide o svetlo odrazené alebo neodrazené). Takmer každý z prichádzajúcich lúčov si nejakú tú cestu napokon nájde a my môžeme vidieť rôzne nebeské telesá (tancujúce i úplne pokojné).

Stále však nie je jasné, prečo by mal byť v pozorovaní svetla prichádzajúceho od planét a od hviezd rozdiel. Atmosféra už svoju úlohu splnila (polámala lúče), je preto na čase zamyslieť sa ešte nad ďalšími faktormi, ktoré objasnia pozorovaný jav.

Toto naše zamyslenie sa vôbec nebude komplikované a ani bolestivé. Iba si uvedomíme, že hviezda je pre pozorovateľa na Zemi kvôli svojej obrovskej vzdialenosti bodovým zdrojom svetla. Bodový zdroj svetla k nám vysiela jeden pozorovateľný lúč, ktorý sa nejakým jedným spôsobom zlomí. Rozloženie hustôt vzduchu sa s časom mení. Preto sa o chvíľu toto svetlo zlomí trošku inak (chudáčik lúč je „vyvedený z miery“ atmosférickými fluktuáciami) a hviezdička nám poskočí. Zazreli sme ju totiž na inom mieste, ako pred nepatrnou chvíľou.

O planéte toto isté povedať nemôžeme. Planéty sú pre pozemských pozorovateľov zdroje plošné. Sú k nám oveľa bližšie, a keď sa dobre prizrieme (stačí malý ďalekohľad), naozaj ich môžeme pozorovať ako malé svietiace disky. Ich svetlo k nám teda „neprináša“ jeden lúč, ale celý zväzok lúčov. Každý lúč zväzku sa láme (každý trochu inak a každý nekontrolovateľne máličko). My však registrujeme nie každý lúč osobitne, ale iba ich spoločný súčet (voľným okom totiž predsa len disk planéty nerozlišujeme). No a tento súčet už nemôže kolísať tak ako každý lúč osobitne a preto pozorujeme vždy ten istý obraz – obraz planéty, ktorá si pokojne visí na oblohe a vôbec nemá chuť poskakovať. Voči nepokojnej atmosfére je teda plošný zdroj svetla zvýhodnený, je voči nej „odolnejší“.

Kto si všetko presne takto uvedomil a svoje uvedomenie si napísal zrozumiteľne na papier ešte predtým, ako si prečítal vzorové riešenie, ten sa teraz môže tešiť. Spolu s tými, ktorí sa celú pravdu dozvedeli práve v tejto chvíli.

Mimochodom, roztopašné tancujúce hviezdy kedysi robili ťažkú hlavu (síce z iných dôvodov ako vám :-) aj astronómom. Ako ste ale niektorí vo svojich riešeniach správne poznamenali, aj oni boli pri riešení tohto problému vcelku úspešní. Vplyv atmosférických fluktuácií sa im podaril eliminovať výstavbou observatórií, umiestnených vo vysokohorských polohách (teplotné výkyvy v atmosfére sú tam menšie ako napríklad tesne pri povrchu Zeme a v blízkosti miest).

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 2. sérii zimného semestra 19. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	①	A-2.1	A-2.2	A-2.3	A-2.4	☠	Σ
1.	Maták	Peter	4 E	G VBN Prievidza	19.0	5.0	5.00	4.5	5.0		38.50
	Závodný	Jakub	ok.	G BA Grösslingova	18.5	5.0	5.00	5.0	5.0		38.50
3.	Ďurák	Michal	4	G BST Lučenec	16.5	5.0	5.00	3.5	5.0		35.00
4.	Brutovská	Eva	ok.	G Kežmarok	18.0	3.5	4.00	3.5	5.0		34.00
5.	Batmendijnová	Zuzana	ok.	G T. Vansovej	15.5	5.0	3.50	5.0	5.0	-1	33.00
6.	Mánik	Tomáš	4 C	G BST Lučenec	16.0	5.0	4.00	3.5	3.5		32.00
7.	Lalinský	Ján	se. A	G Varšavská cesta	13.4	5.0	5.00	5.0	2.5		31.60
8.	Sasák	Róbert	3 D	SPŠE Piešťany	15.3	5.0	5.00	3.5	1.5		31.39
9.	Neilinger	Pavol	4 A	G Dunajská Streda	14.5	5.0	4.00	4.5	2.5		30.50
	Zalom	Peter	5 G	G Poprad Tatarku	18.5	3.5	1.00	3.5	4.0		30.50
11.	Šoltésová	Mária	4 B	G BA Grösslingova	14.5	5.0	3.00	3.5	3.0		29.00
12.	Glaus	Peter	4 A	G BA J. Hronca	14.0	5.0	3.50	1.5	5.0	-1	28.00
	Trubenová	Barbora	4 A	G BA J. Hronca	16.0	2.5	3.00	1.5	5.0		28.00
14.	Džunko	Ján	se.	G Spišská Stará Ves	14.8	5.0	2.00	1.0	2.5		26.81
15.	Kysel	Róbert	4 A	G BB Š. Moyzesa	12.5	5.0	1.50	2.5	5.0		26.50
	Mikulík	Andrej	4 B	G BA Grösslingova	10.5	5.0	4.50	3.5	3.0		26.50
17.	Baník	Dušan	4 A	G Poprad Popr. nábr.	11.5	4.5	3.00	2.0	5.0		26.00

18.	Molnárová	Katarína	3 D	G KE Šrobárova	12.0	3.0	2.00	3.5	4.0		25.90
19.	Vojtko	Andrej	se. A	G Skalica	14.8	1.5	2.00	1.0	5.0		25.81
20.	Štolc	Miroslav	ok.	G Nitra Párovská	11.0	4.0	4.00	3.5	3.0		25.50
21.	Fialka	Vlado	4 E	G K2 Prešov	13.0	4.0	2.00	2.5	3.5		25.00
22.	Krššák	Martin	ok. A	G Piaristické Nitra	12.0	1.0	4.50	1.0	5.0		23.50
23.	Dzetkulič	Michal	3 A	G PH Michalovce	13.0	2.5	2.00	2.5	4.0	-2	23.45
24.	Domány	Dušan	3 A	G PH Michalovce	14.4	0.5	1.50	0.5	3.5		21.63
25.	Rušin	Michal	se.	G Spišská Stará Ves	13.0	1.5	1.00	1.0	2.5		20.23
26.	Astaloš	Róbert	3 A	G Rimavská Sobota	9.4	2.0	2.00	1.5	3.5		19.93
27.	Svrček	Matúš	ok.	G Terézie Vansovej	11.5	1.5	2.00	2.5	5.0	-3	19.50
28.	Piják	Peter	3 B	G VOZA	10.0	3.0	–	2.5	3.0	-1	18.93
29.	Lauko	Martin	ok. A	G JL Martin	12.5	1.0	0.50	1.0	1.5		16.50
30.	Savincová	Katarína	3 E	G PH Michalovce	10.0	2.0	0.50	0.5	1.5		15.51
31.	Kubová	Miška	3 A	G Vrbové	3.3	2.5	1.00	0.0	2.5		10.52
32.	Šimko	Peter	3 C	G BA J. Hronca	4.1	–	–	–	–		4.13
33.	Luptáková	Jozefína	4 C	G BB Sládkoviča	1.5	–	–	–	–		1.50
34.	Michnová	Mária	4 B	G Banská Štiavnica	1.0	–	–	–	–		1.00

Milí naši riešitelia!
Práve držíte v rukách poslednú možnosť, ako spraviť niečo s vaším umiestnením. Dostalo sa nám do uší, že sa pre prvých 16 - tich po tretej sérii chystá unikátna akcia, zhruba v čase od 1. do 7.2. 2004. Tak hor sa do riešenia! Teší sa na vás

vaše **FKS**