FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

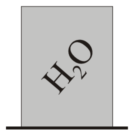
2. kolo zimnej časti 19. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2003/2004
termín príchodu riešení
29. 10. 2003

www. FKS **.sk**

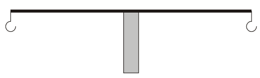
FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B–2.1 Iná doba (5 bodov)
Predstavte si úžasnú vec. Na rovníku by sme mali beztiažový stav – len tak by si tam všetci poletovali. (Uvažujte čisto hypoteticky, jednoducho tam je beztiažový stav.) Ako dlho by trvali potom pozemské dni, uvažujúc naše meranie času ?

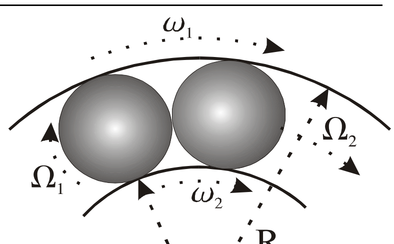
B–2.2 Fyzikálne triky (5 bodov)
Určite ste už videli, ako niekto naplnil pohár po okraj vodou, opatrne ho zakryl papierom a potom ho prevrátil hore nohami. Papier bolo potom možné ďalej nepridŕžať a ten akousi zvláštnou silou udržal vodu v pohári. Ako je to možné? Skúste to aj vy so zaváraninovým pohárom (7 dl) a pohľadnicou! Koľko najmenej vody je potrebné mať v pohári, aby sa trik podaril?



B–2.3 Improvizované váhy (5bodov)
Na obrázku sú rovnoramenné váhy také, aké si môžete hocikedy sami zostrojiť. Rovná tyč dĺžky 1 m je presne v strede podopretá tehlou, ktorej šírka je 8 cm. Vážia takéto váhy presne? Ak vľavo zavesíme predmet a vyvážime ho závažím s hmotnosťou 4 kg, čo môžeme povedať o hmotnosti skúmaného predmetu?



B–2.4 Rotujúce guličky (5 bodov)
Guličkové ložisko je zložené z dvoch valcových obručí: vonkajšia s polomerom R_1 a vnútorná s polomerom R_2. Medzi nimi sú uložené guličky (obr.). Vonkajší valec roztočíme s uhlovou rýchlosťou ω_1 a vnútorný s rýchlosťou ω_2, pričom zanedbávame prešmykovanie. Akou veľkou uhlovou rýchlosťou Ω_1 sa budú otáčať guličky okolo svojej osi a akou rýchlosťou Ω_2 okolo stredu S ložiska?



Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

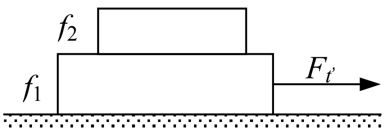
vzorové riešenia 1. série
B – kategória (mladší)
18. ročník
zimný semester
školský rok 2002/2003

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B – 1.1 Kvádriky (opravoval Andy)

Na vodorovnej podložke sú na sebe, položené kvádriky tak, ako na obrázku. Koeficient trenia medzi spodným kvádrikom a podložkou je f_1, medzi kvádrikmi je to f_2. Akou najmenšou silou $F_{ť}$ musíme pôsobiť na spodný kvádrik, aby sa telesá začali voči sebe pohybovať?



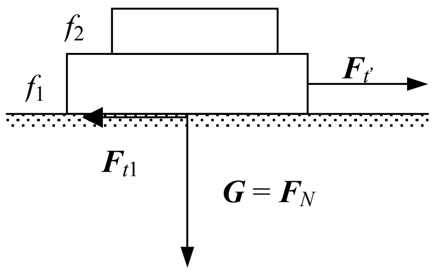
1) Aby sa vôbec sústava telies "odlepila" od podložky musí byť veľkosť ťahovej sily $F_{ť}$, ktorou pôsobíme na spodný kvádrik väčšia ako je veľkosť trecej sily medzi podložkou a spodným kvádrikom (označme si ju F_{t1}), teda:

$$F_{ť} > F_{t1}\,.$$

Potom výsledná sila, ktorá pôsobí na spodný kvádrik je rovná ich rozdielu:

$$F = F_{ť} - F_{t1}.$$

Pre veľkosť trecej sily platí všeobecný vzťah: $F_t = f.F_N$, kde f je súčiniteľ (koeficient) trenia a F_N tzv. tlaková sila, t.j. sila ktorou je teleso pritláčané k podložke, po ktorej sa pohybuje (F_N je kolmá na podložku).



V našom prípade je koeficient trenia rovný f_1. Tlakovou silou je výsledná tiaž sústavy týchto dvoch kvádrikov, a teda pre treciu silu medzi podložkou a spodným kvádrikom platí:

$$F_{t1} = f_1(m_1 + m_2)g,$$

kde m_1 je hmotnosť spodného a m_2 vrchného kvádrika a g tiažové zrýchlenie.

Ak na teleso pôsobí konštantná sila F, tak platí: $F = ma$, kde m je hmotnosť telesa a a je zrýchlenie, ktorým sa pohybuje. V našom prípade je $m = m_1 + m_2$. Keď to zhrnieme:

$$F = F_{ť} - f_1(m_1 + m_2)g,$$
$$(m_1 + m_2)a = F_{ť} - f_1(m_1 + m_2)g$$

a z toho :

$$a = \frac{F_{ť} - f_1(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2}.$$

2) Čo sa deje s vrchným kvádrikom? Môžeme si to ozrejmiť na príklade zo života: Aladár A sedí v autobuse A, ktorý sa z pokoja rozbieha rovnomerne priamočiaro (má nenulové zrýchlenie, konštantnej veľkosti a smeru). Čo pociťuje? Akoby ho niekto (niečo) tlačil (-o) do sedadla. Ide o jeho zotrvačnosť, pretože Aladár A ako každé teleso T s hmotnosťou m zotrváva v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe pokiaľ naňho nezačne pôsobiť nejaká sila. Preto sa Aladárovo telo snaží zotrvať v pokoji (na zastávke). My však vieme, že sa začne pohybovať so zrýchlením spolu s autobusom pretože ten naňho pôsobí silou (Aladár je opretý o sedadlo). Keby sa Aladár nepozeral von oknom a nevedel, že sa autobus hýbe, nemal by pre túto silu, ktorá ho vtláča do sedadla, vysvetlenie. Preto sa takéto sily nazývajú fiktívne – zdanlivé (odborne: zotrvačné). Príčina týchto síl je, že sústavy, v ktorých ich

pozorujeme sú neinerciálne (teda sústavy, ktoré sa pohybujú nerovnomerne). Veľkosť zotrvačných síl je $F_z = -ma$. Tu m je hmotnosť telesa, na ktoré pôsobí, a je zrýchlenie sústavy a znamienko mínus vyjadruje skutočnosť, že sila má opačný smer ako zrýchlenie sústavy.

Nahraďme si teraz Aladára vrchným kvádrikom s hmotnosťou m_2 a autobus spodným (pohybuje sa so zrýchlením a), potom platí:

$$F_z = m_2 a.$$

Vrchný kvádrik je len voľne položený na spodnom, preto pôsobí na spodný svojou tiažou. Keďže sa spodný kvádrik pohybuje musí dochádzať k treniu medzi oboma kvádrikmi. Veľkosť trecej sily medzi kvádrikmi je rovná: $F_{t2} = f_2 m_2 g$.

Na vrchný kvádrik pôsobia zotrvačná sila F_z, ktorá ho núti zotrvať na pôvodnom mieste vzhľadom k podložke a trecia sila F_{t2}, ktorá mu vtom bráni (núti ho zotrvať na pôvodnom mieste vzhľadom k spodnému kvádriku). Vrchný kváder sa preto začne kĺzať po spodnom, ak:

$$F_z > F_{t2},$$

$$m_2 a > f_2 m_2 g \quad \text{z toho} \quad a > f_2 g,$$

$$a = \frac{F_{t'} - f_1(m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2} > f_2 g.$$

Odtiaľ je už zrejmé, že najmenšia sila, ktorou musíme pôsobiť na spodný kvádrik, aby sa telesá začali voči sebe pohybovať je:

$$F_{t'} > g(m_1 + m_2).(f_1 + f_2).$$

B – 1.2 Basketbalista (opravoval Juro)

Ujo basketbalista dribluje a keďže je to namakaný ujo basketbalista, dribluje úplne rovnomerne. Jeden „dribel" mu trvá čas t. Akú rýchlosť má lopta vo chvíli, keď ju basketbalista odbije rukou smerom nadol? Lopta má hmotnosť m a vždy po dopade na zem sa odrazí k-násobkom svojej dopadovej rýchlosti.

Najskôr sa poriadne pozrime, čo sa vlastne s loptou deje počas driblovania. Na začiatku udelí basketbalista lopte rýchlosť v_0, a tá potom pokračuje k podlahe rovnomerne zrýchleným pohybom (zvislý vrh nadol). Pritom tesne pred dopadom má rýchlosť $v_1 = v_0 + g.t_1$, kde t_1 je čas, za ktorý lopta dosiahla podlahu. Odrazí sa od nej a pri odraze stratí časť svojej energie, takže sa neodrazí rýchlosťou v_1, ale rýchlosťou $v_2 = k.v_1$ (zrejme $k < 1$). Po odraze sa lopta pohybuje rovnomerne spomaleným pohybom (zvislý vrh nahor), až kým sa nedostane do výšky, kde do nej na začiatku udrel basketbalista. Tam má rýchlosť $v_3 = v_2 - g.t_2$, kde t_2 je čas pohybu lopty smerom nahor ($t_1 + t_2 = t$). Potom sa celý proces opakuje znovu.

Budeme vychádzať z rovníc pre rýchlosti v_1 a v_3

$$v_1 = v_0 + gt_1,$$

$$v_3 = v_2 - gt_2 = kv_1 - gt_2.$$

Z každej si vyjadríme príslušný čas a dosadíme do vzťahu $t_1 + t_2 = t$, čím dostaneme

$$t_1 = \frac{v_1 - v_0}{g}; t_2 = \frac{kv_1 - v_3}{g} \Rightarrow t = \frac{(k+1)v_1 - v_0 - v_3}{g},$$

$$tg = (k+1)v_1 - v_0 - v_3. \qquad (1)$$

Pre pád lopty pred odrazom platí zákon zachovania mechanickej energie, teda

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2.$$

Pre stúpanie lopty po dopade tiež platí zákona zachovania mechanickej energie, teda

$$\frac{1}{2}mk^2v_1^2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + mgh.$$

Z oboch rovníc si vyjadríme súčin mgh a dáme do rovnosti

$$\frac{1}{2}mk^2{v_1}^2 - \frac{1}{2}m{v_3}^2 = \frac{1}{2}m{v_1}^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2 .$$

Úpravou tejto rovnice sa dostaneme k tvaru

$$(k^2 - 1){v_1}^2 - {v_3}^2 + {v_0}^2 = 0.$$

Z rovnice (1) si vyjadríme rýchlosť v_1 a dosadíme ju do predchádzajúceho vzťahu, upravíme a dostaneme takúto kvadratickú rovnicu s neznámou v_0 a parametrom v_3, ktorej riešením dostaneme hľadanú hodnotu počiatočnej rýchlosti.

$$2k{v_0}^2 + 2(gt + v_3)(k-1)v_0 + (k-1)\left[(gt + v_3)^2 + 2gtv_3\right] - (k+1){v_3}^2 = 0 .$$

Vidíme, že výsledok, ktorý dostaneme závisí na voľbe hodnoty v_3, ktorú si zvolíme. Napríklad pre $v_3 = 0$ dostávame výsledok

$$v_{01;02} = \frac{gt(1-k) \pm gt\sqrt{1-k^2}}{2k} .$$

Keďže $k < 1$, rovnica má riešenie, ale nás budú zaujímať len kladné riešenia (v zadaní bolo jasne napísané smerom nadol a záporné hodnoty by znamenali smer nahor).

Tento príklad nebol až taký jednoduchý ako sa na prvý pohľad zdalo. Dal sa riešiť aj iným spôsobom, než je ten tu opísaný, s voľbou iného parametra. Bolo však potrebné napísať, ktorý parameter ste si zvolili a vôbec celé riešenie okomentovať viac, ako to väčšina z vás urobila. Hodnotenie nebolo zamerané na konečný konkrétny výsledok, ale skôr na postup a správne analyzovanie príkladu.

B – 1.3 Čo sa deje v pohári? (opravovala Rebro)

Urobte nasledujúce experimenty: Do dvoch rovnakých pohárov s rovnakým množstvom vody (teda s rovnakou hmotnosťou) ponorte dva predmety s rovnakým objemom, ale rôznymi hmotnosťami a dva predmety s rovnakou hmotnosťou, ale rôznymi objemami. Skúste plávajúci predmet násilne ponoriť pod hladinu a držať ho tam, alebo ho o dno priviazať. Čo bude v týchto prípadoch ukazovať váha, na ktorej je pohár položený? Experimentujte a svoje výsledky nezabudnite teoreticky zdôvodniť, teda popísať, prečo vám vyšlo to, čo vám vyšlo.

Vítam všetkých v novom ročníku Fks a dúfam, že vzoráky sa vám budú dobre čítať.

Na úvod si povedzme, čo všetko bolo treba popísať k zisku plného počtu bodov. Uvažujeme dva predmety rovnakého objemu a rôznej hmotnosti, potom dva predmety rôzneho objemu a rovnakej hmotnosti. Mali to byť predmety, ktoré plávajú na vode. A teda mohli sme popísať tri prípady. Keď telesá plávajú na vode, keď ich upevníme o dno, tak aby boli pod vodou a do tretice čo sa deje, keď predmet násilne zatlačíme pod vodu.

Zoberme si prvú dvojicu predmetov. Predmety plávajú na vode. Čo to znamená? Nuž toľko, že sily pôsobiace na predmet sú v rovnováhe (teleso je v pokoji vzhľadom na podložku), t.j. tiažová sila sa rovná vztlakovej. Treba si uvedomiť, že veľkosť vztlakovej sily priamo úmerne závisí od objemu ponorenej časti. To však neznamená, že váhy pod pohárom (do ktorého sme vložili teleso) teleso „necítia“. Váhy vážia celkovú hmotnosť sústavy, pohár + voda + teleso. Ak by sme váhy položili presne a len pod teleso plávajúce na vode, vtedy by sme nič nenamerali. Ale keďže meriame hmotnosť celej sústavy, bude v tomto prípade viac vážiť pohár s ťažším predmetom.

Ak telesá priviažeme o dno, vztlaková sila pôsobiaca na teleso bude väčšia ako tiažová, lanko (ktorým je predmet priviazaný) bude napínané. Neznamená to však, že bude nadľahčovaný celý pohár. Platí tu zákon akcie a reakcie. Teleso pôsobí na lanko, lanko na teleso (drží ho), tieto sily sú v rovnováhe, pretože sa teleso nehýbe. Keby neboli, lanko by sa napríklad pretrhlo, alebo by nebolo napnuté. Tiež lanko pôsobí na dno pohára a dno na lanko. Tieto sily musia byť takisto v rovnováhe. Toto všetko je uzavretá sústava a ako celok pôsobí na váhy (váhy zasa na sústavu), výsledok je, že na váhach uvidíme rovnaké údaje ako v predchádzajúcom prípade.

Zmena nastáva, ak teleso násilne zatlačíme pod vodu. Je tu dodatočná sila zvonku. Ak teleso pláva na vode, je z neho ponorená práve taká časť, aby sa vztlaková sila vyrovnala tiažovej. Ak zatlačíme predmet pod vodu, musíme naň pôsobiť silou rovnajúcou sa vztlakovej sile, ktorá je úmerná dodatočne ponorenému objemu. Máme predmety rovnakého objemu, ale rôznej hmotnosti. Ťažší predmet bude viac ponorený, keďže naň pôsobí väčšia tiažová sila, ktorá musí byť vyrovnaná väčšou vztlakovou silou, t.j. musí byť ponorený väčší objem. To však znamená, že pri ťažšom telese vytŕča z vody menší objem ako pri ľahšom telese. To znamená, že na úplné ponorenie ťažšieho telesa stačí menšia dodatočná sila ako na ponorenie ľahšieho. Je to jednoduché, súčet tiaže telesa a sily, ktorou musíme naň tlačiť, musí byť presne rovný vztlakovej sile, ktorá je vďaka rovnakým objemom v oboch prípadoch rovnaká. Takže verte-neverte, váhy vám pri zatláčaní predmetov pod vodu rovnakého objemu, rôznej hmotnosti, ukážu tú istú výslednú hmotnosť sústavy, bude sa zdať, že vážia rovnako.

Uf, dúfam, že sa to dá čítať. Ináč, veľmi sa mi páčila vaša tvorivosť a fantázia v hľadaní vhodných predmetov k experimentovaniu.

Tak a teraz poďme na druhú skupinu pokusov. Máme predmety rôzneho objemu a rovnakej hmotnosti. Ak teleso pláva, alebo je priviazané ku dnu, platí to isté, čo už som vyššie napísala. Váhy vidia len skutočnú hmotnosť celej sústavy.

Teraz budeme telesá násilne ponárať pod vodu. Telesá majú rovnakú hmotnosť, to znamená, že na ne pôsobí rovnaká tiažová sila. Ak chcem úplne zatlačiť pod vodu predmet väčšieho objemu, musím na to vynaložiť väčšiu dodatočnú silu, ako na zatlačenie telesa menšieho objemu. Výsledok? Pohár s telesom s väčším objemom sa bude zdať ťažší.

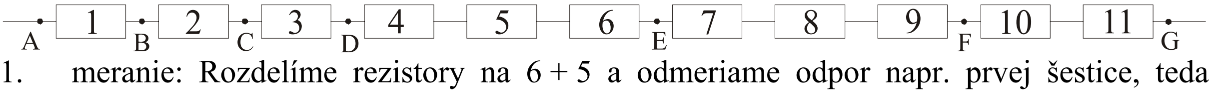
Ospravedlňujem sa, že v zadaní bolo napísané, že teleso máte skúsiť upevniť o dno, alebo ho podržať pod vodou. To „alebo“ nebolo dobre zvolené, pretože podľa mňa práve posledné prípady boli najzaujímavejšie a mnohí z vás ich obišli, možno aj kvôli zadaniu.

A – 1.4 Partizán v dave (opravoval Fajo)

Predstavte si, že pred sebou máte 11 rezistorov. Z nich má desať odpor 10 Ω, jeden (chybný) má veľkosť 30 Ω. Najmenej koľkými meraniami ste zaručene schopní nájsť medzi rezistormi ten, ktorého odpor je väčší? Nespoliehajte sa na šťastie – popíšte postup hľadania a počet meraní, ktoré v najhoršom prípade potrebujete na úspešné nájdenie chybnej súčiastky. (za 1 meranie považujeme to, že odpory zapojíme do ľubovoľnej schémy a následne zmeriame odpor medzi nejakými 2 bodmi schémy). Prečo je tento počet meraní minimálny?

Čaute mládež, tak prázdniny sa nám skončili a dúfam, že aj vás budú počas dlhých zimných večerov hriať slnečné spomienky.

Poďme pekne po poriadku: našou úlohou je odhaliť PartyZána na čo najmenší počet meraní v prípade, že by sme mali úplnú smolu a podarilo by sa nám to až pri tom poslednom s úplnou istotou. Je zrejmé, že týchto meraní by malo byť menej ako 11, kedy by sme merali každý rezistor zvlášť. My ale zo školy vieme, že rezistory sa dajú všelijako zapájať – napr. do série alebo paralelne. Využitím sériového zapojenia sa nám nutný počet meraní zredukuje na príjemné 4. Pospájame rezistory za sebou:

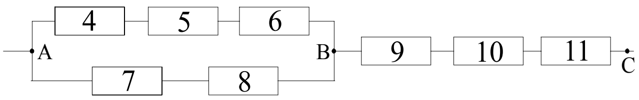


1. meranie: Rozdelíme rezistory na 6 + 5 a odmeriame odpor napr. prvej šestice, teda odpor R_{AE} medzi bodmi AE. Ak tento odpor R_{AE} = 80 Ω, znamená to, že partizán je ukrytý v tejto časti. Ak R_{AE} = 60 Ω, bude partizán medzi bodmi EG.
2. meranie: Správne rezistory odložíme a pracujeme už iba s podozrivou časťou. 6-ticu rezistorov AE rozdelíme na polovice (ak by to bola 5-tica EG, tak ju rozdelíme na 3 + 2). Premeriame odpor jednej z polovíc, napr. R_{AD} medzi AD (v prípade 5-tice by to bol odpor R_{EF} medzi EF). Ak je tento odpor 50 Ω, znamená to, že partizán je ukrytý v tejto trojici. Ak R_{AD} = 30 Ω (R_{EF} = 30 Ω), bude partizán v zvyšnej časti, teda medzi DE (FG).

3.,4. meranie: Teraz nám ostala skupinka s troma kandidátmi. Už stačí len premerať odpor dvoch z nich (napr. medzi AB a BC),a ak ani jeden nebude partizán, tak je ním ten tretí rezistor.

Uvažujme ďalej: ak pridáme k sériovému zapojeniu aj paralelné a skombinujeme ich, počet potrebných meraní sa nám ešte zníži až na neuveriteľné 2!:

1. meranie: rezistory 1,2,3 odložíme bokom. Ostatné zapojíme do schémy (obr.2) a odmeriame jej odpor R.



Pomocou tohto merania dokážeme určiť, v ktorej vetve obvodu (skupinke 1,2,3 ; 4,5,6 ; 7,8 ; 9,10,11) sa partizán nachádza. Najskôr potrebujeme všeobecný vzorec pre odpor R. Platí:

$$R = R_{AB} + R_{BC}\,,$$

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_4 + R_5 + R_6} + \frac{1}{R_7 + R_8}\quad,\quad R_{BC} = R_9 + R_{10} + R_{11}\,,$$

z toho dostaneme:

$$R = \frac{(R_4 + R_5 + R_6)(R_7 + R_8)}{R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} + R_9 + R_{10} + R_{11}\,.$$

Ak by bol partizán v skupinke

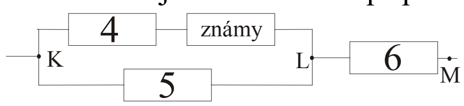
a) 1,2,3 , namerali by sme odpor $R = 30.20/50 + 30 = 42\ \Omega$,

b) 4,5,6 , bol by odpor $R = 50.20/70 + 30 \approx 44{,}29\ \Omega$,

c) 7,8 , bude $R = 20.40/70 + 30 \approx 41{,}43\ \Omega$,

d) 9,10,11 bol by odpor $R = 30.20/50 + 50 = 62\ \Omega$.

2. meranie: ak je partizán jedným z rezistorov 7 a 8, stačí zmerať jeden z nich. V prípade, že bude partizán v nejakej trojici 1,2,3 ; 4,5,6 ; 9,10,11 , pospájame schému podľa obrázka (napr. pre rezistory 4,5,6). Štvrtý známy rezistor vyberieme z tých, ktoré sme v prvom meraní vyradili, a teda vieme, že jeho odpor je 10 Ω. Odpor R' schémy je daný:



$$R' = R_{KL} + R_6\,,$$

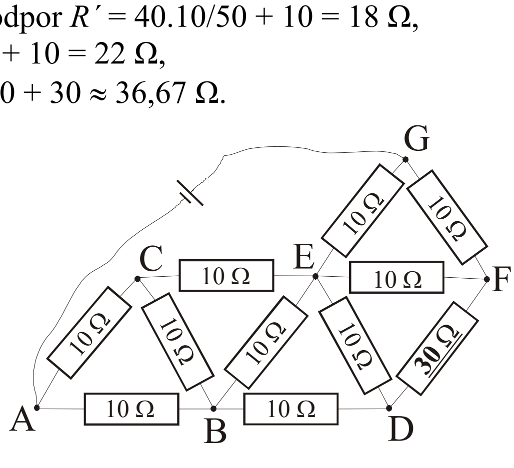
kde $$\frac{1}{R_{KL}} = \frac{1}{R_4 + R_{známy}} + \frac{1}{R_5}$$ z toho $$R' = \frac{(R_4 + R_{známy})R_5}{R_4 + R_{známy} + R_5} + R_6\,.$$

Ak by bol partizán: a) 4. rezistor, namerali by sme odpor $R' = 40.10/50 + 10 = 18\ \Omega$,

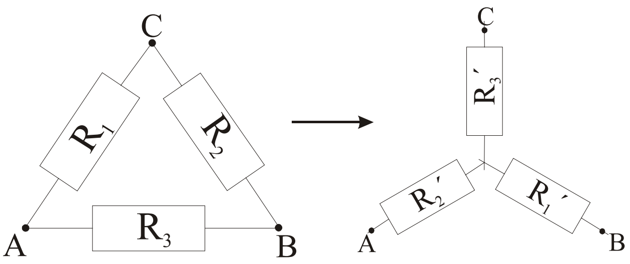
b) 5. rezistor, bol $R' = 20.30/50 + 10 = 22\ \Omega$,

c) 6. rezistor, bude $R' = 20.10/30 + 30 \approx 36{,}67\ \Omega$.

Samozrejme, že toto nie je jediný možný spôsob, ako odhaliť partizána na dve merania. Je ich nekonečne veľa a líšia sa iba náročnosťou schémy, a teda aj náročnosťou výpočtu. Preto niektoré vaše riešenia boli pomerne jednoduché, a iným vychádzali tučné vzorce.



Existuje také zapojenie, kde by stačilo merať iba raz a partizán by bol bezpečne náš? Tu musíme zapojiť všetky rezistory do jednej schémy (alebo si jeden nechať), a ak bude ľubovoľný z rezistorov partizán, musíme namerať vždy iný odpor. Niektorí ste prišli na to, že pomocou sériových a paralelných zapojení to nepôjde, pretože vždy nám ostane vetva, kde budú dva rezistory zapojené sériovo alebo paralelne, a ak ich medzi sebou vymeníme, na výslednom odpore sa nič nezmení. Preto potrebujeme druhé meranie na ich rozlíšenie. Finta je v tom, že poznáme aj iné druhy zapojení, napríklad do trojuholníka. Vhodnou kombináciou trojuholníkov



dostaneme výslednú schému, ktorej odpor v závislosti od polohy partizána bude vždy iný. Na overenie treba tento odpor vypočítať. Keďže to nie je jednoduché a potreboval by som na to ďaľšiu knihu, pokúsim sa postup iba načrtnúť. Tu nám pomôže prerobenie trojuholníka na trojcípu hviezdu. Princíp je taký, že aby boli zapojenia zameniteľné, musí byť v oboch medzi bodmi A-B, B-C, A-C rovnaký odpor:

$$R_{\Delta AB} = R_{*AB}\ ,\ R_{\Delta BC} = R_{*BC}\ ,\ R_{\Delta AC} = R_{*AC}\ . \qquad (1)$$

V hviezde platí:

$$R_{*AB} = R_2' + R_1'\ ,\ R_{*BC} = R_1' + R_3'\ ,\ R_{*AC} = R_2' + R_3'.$$

V trojuholníku máme aj paralelné zapojenia:

$$\frac{1}{R_{\Delta AB}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{\Delta AB} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\ ,\ R_{\Delta BC} = \frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_2 + R_3}\ ,\ R_{\Delta AC} = \frac{(R_2 + R_3)R_1}{R_1 + R_2 + R_3}\ .$$

A dosadíme tieto vzťahy do rovností (1), dostaneme vyjadrenia:

$$R_1' = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\ ,\ R_2' = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\ ,\ R_3' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}\ .$$

Takýmto spôsobom môžeme prerobiť napríklad trojuholníky ABC, EFG,... a znova, až kým nedostaneme jednoduché paralelné zapojenie.

Musím povedať, že sa nikomu nepodarilo vyriešiť tento príklad do úplnej dokonalosti, to znamená, že nikto nenašiel schému na jedno meranie. Napriek tomu vás musím pochváliť, prejavili ste veľa vynaliezavosti.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii zimného semestra 19. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	☠	Σ
1.	Imriška	Jakub	2 A	G BA J. Hronca	5.0	4.0	5.0	5.5		19.50
2.	Foltin	Miroslav	2 C	G Jána Hollého	5.0	3.0	4.5	5.5		18.00
3.	Škrovinová	Katarína	sx.	G Nitra Párovská	4.5	2.5	5.0	5.5		17.50
	Štolcová	Jana	sx.	G Nitra Párovská	5.0	2.5	5.0	5.0		17.50
5.	Hrdá	Marcela	sx.	G Turčianske Teplice	5.0	3.5	5.0	4.5	-2	16.00
6.	Molčány	Dušan	2 B	SPŠS BA Feinorovo nábr.	5.0	0.0	5.0	5.5		15.50
7.	Perešíni	Peter	2 F	G BB Tajovského	2.0	3.0	5.0	5.0		15.00
8.	Berta	Peter	1 A	G Veľké Kapušany	5.0	3.0	3.0	4.5	-2	14.55
9.	Takács	Michal	2 F	G BB Tajovského	2.0	3.5	5.0	3.5		14.00
10.	Pôbišová	Zuzana	2 F	G BB Tajovského	1.5	3.5	3.0	4.5		12.50
	Zámečník	Peter	2 D	G MRŠ NMV	5.0	2.5	3.0	2.0		12.50
12.	Komorovský	Marek	sx.	G Dubnica nad Váhom	1.5	1.5	4.0	5.0		12.00
	Mikuláš	Ján	sx.	G BST Lučenec	1.5	2.0	3.0	5.5		12.00
14.	Dojčák	Lukáš	2 C	G PH Michalovce	2.5	1.0	1.5	5.5		10.50
	Šanoba	Ľuboš	2 C	G Považská Bystrica	2.5	0.5	5.0	2.5		10.50
	Šomodiová	Kristína	2 A	G Piešťany	2.0	2.0	3.0	3.5		10.50
17.	Švihorík	Róbert	kv.	G Nitra Párovská	2.5	1.0	3.0	2.5		10.49
18.	Regec	Mário	2 A	G PH Michalovce	2.0	1.0	2.5	5.5	-1	10.00
19.	Fačkovec	Boris	kv. A	G Piešťany	2.0	0.5	1.5	4.0		9.44
20.	Kaniansky	Miroslav	sx. A	G Piaristické Nitra	2.0	0.5	1.5	5.0		9.00
21.	Kravec	Martin	2 A	G PH Michalovce	2.0	–	2.5	5.5	-2	8.00

22.	Přikrylová	Veronika	kv. A	OG ZA Varšavská cesta	1.5	0.5	2.0	2.0		7.26
23.	Ďurčík	Miroslav	2 C	G BST Lučenec	1.5	1.0	2.0	2.5		7.00
	Hergelová	Beáta	2 B	G BST Lučenec	4.5	2.5	3.5	4.5	-8	7.00
	Holko	Ivan		G VPT Martin	1.5	0.5	4.0	1.0		7.00
26.	Kubovičová	Lucia	3 F	G VPT Martin	1.0	0.0	2.0	2.5		6.70
	Vrbjárová	Michaela	1 A	G BST Lučenec	0.5	0.0	4.0	1.0		6.70
28.	Kováč	Michal	sx.	G BA Grösslingova	0.5	0.5	2.5	3.0		6.50
	Oremus	Vladimír	2 A	G BA J. Hronca	1.0	0.0	3.0	2.5		6.50
30.	Malčická	Martina	sx.	G Banská Štiavnica	2.0	0.5	1.5	2.0		6.00
	Pham van	Hieu	2 C	G Šurany	2.0	0.5	1.5	2.0		6.00
	Uchytilová	Vendula	2 A	G J.K.Tyla	1.0	1.0	1.5	2.5		6.00
33.	Czókolyová	Eva	2 A	G Piešťany	1.0	–	4.5	–		5.50
	Híreš	Michal	F	G VPT Martin	1.0	0.5	2.5	1.5		5.50
35.	Melicher	Radoslav	2 A	G BST Lučenec	1.0	1.5	1.0	1.5		5.00
36.	Nagy	Jakub	9 C	ZŠ Požiarnicka 3	0.5	0.5	3.0	–		4.96
	Škorík	Ján	1	G Vrbové	0.5	0.0	3.0	0.5		4.96
38.	Bernadič	Michal	1 B	G Vrbové	1.0	0.0	1.5	0.5		3.77
39.	Káčer	Marek	kv.		0.5	0.5	1.0	2.5	-2	3.55
40.	Križanovič	Michal	2 B	G PH Michalovce	5.0	–	1.5	–	-3	3.50
	Pašuth	Ondrej	2 A	G PH Michalovce	2.5	1.0	1.5	5.5	-7	3.50
42.	Boorová	Kristína	2 B	G Vrbové	1.0	0.0	1.5	0.5		3.00
43.	Macko	Juraj	sx.	G BA Grösslingova	2.0	–	–	–		2.00
44.	Országhová	Andrea	1 E	G PH Michalovce	–	1.5	4.0	2.5	-8	1.44
45.	Bogár	Ondrej	1 E	G ĽŠ Trenčín	1.5	1.5	1.5	–	-5	0.55
46.	Obuchová	Lucia	2 B	G Vrbové	–	0.0	1.5	0.5	-2	0.00
	Ondreička	Petrik	1	G Vrbové	–	–	–	–		0.00

Náboj FKS

1. Na začiatku súťaže dostane každé družstvo 8 príkladov. Za správne vyriešený príklad získavajú súťažiaci zadanie ďalšieho príkladu. Úlohou je za cca 1,5 hodiny správne vyrátať čo najviac príkladov.
2. Zúčastniť sa môžu družstvá s najviac piatimi členmi. Zapojiť sa smú aj družstvá s menším počtom členov, avšak nie sú nijak zvýhodnené.
3. Každá škola môže zostaviť buď jedno družstvo, alebo dve družstvá, vtedy ale musí byť aspoň jedno z nich juniorské. Juniorským nazveme také družstvo, ktoré je zložené len z prvákov a druhákov klasickej strednej školy (do maturity im chýbajú viac ako dva roky).
4. Zadávané príklady sú jednotné, najlepšie juniorské družstvo však získava osobitnú cenu.
5. Súťaž sa koná 24. októbra v poslucharni A FMFI UK v Bratislave o 13:00. Z hlavnej železničnej stanice tam ide priamo električka č. 1 (zastávka Botanická záhrada).
6. Priamo v budove FMFI UK bude orientácia súťažiacich uľahčená šípkami.
7. Riešenie príkladov začne o 13:00, povinná prezentácia družstiev trvá od 11:45 do 12:45.
8. Po skončení súťaže bude možné zakúpiť si brožúrku zadávaných úloh spolu s riešeniami.
9. Aktuálne informácie o súťaži nájdete na stránke www.fks.sk.

Na väčšinu gymnázií posielame v tomto čase pozvánku s rovnakým textom. Nemusíte však na ňu čakať, môžete sa chopiť iniciatívy aj vy: poproste svojho učiteľa fyziky, či by vám s organizáciou družstva nepomohol. Informáciu, či sa škola zúčastní Náboja (a s koľkými družstvami), treba poslať do 17. októbra.

- buď e-mailom na stanislav.komorovsky@st.fmph.uniba.sk
- alebo písomne na adresu: FKS, KZDF MFF UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava 4

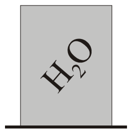
FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. séria zimnej časti 19. ročníka
A – kategória (starší)
školský rok 2003/2004
termín príchodu riešení
29. 10. 2003

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 2.1 Fyzikálne triky (5 bodov)
Určite ste už videli, ako niekto naplnil pohár po okraj vodou, opatrne ho zakryl papierom a potom ho prevrátil hore nohami. Papier bolo potom možné ďalej nepridŕžať a ten akousi zvláštnou silou udržal vodu v pohári. Ako je to možné? Skúste to aj vy so zaváraninovým pohárom (7 dl) a pohľadnicou! Koľko najmenej vody je potrebné mať v pohári, aby sa trik podaril? Skúste toto množstvo vody výpočtom čo najlepšie určiť!



A – 2.2 Džimmy Hendrixxx (5 bodov)
Keď brnkneme na gitarovú strunu, zdá sa nám rozmazaná. Ak sa však na vertikálne umiestnenú strunu pozrieme tak, že za ňou zbadáme televíznu obrazovku, uvidíme na strune pohybujúce sa vlnky. Odkiaľ sa tam vzali? Od čoho závisí ich vlnová dĺžka? Svoje tvrdenia skúste dokázať aj inými pozorovaniami.

A – 2.3 Kryptón (5 bodov)
Predstavte si planétu Kryptón veľkosti Zeme, ktorá rotuje takou uhlovou rýchlosťou, že na rovníku je nulové tiažové zrýchlenie. Akou maximálnou rýchlosťou môže černokňažník Relpek zo svojej 1 km vysokej veže na rovníku vyhodiť kryštálovú guľu proti smeru rotácie Kryptónu tak, aby guľa nespadla späť?

A – 2.4 Blikajúce hviezdy (5 bodov)
Ak sa pozrieme voľným okom na hviezdy nad obzorom, často sa zdá, že blikajú. Naproti tomu planéty sú pokojné, ich svetlo „netancuje“. Prečo hviezdy blikajú? Prečo planéty nie?

Tento seminár podporujú
KZDF FMFI UK a
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
A–kategória (starší)
19.ročník
zimný semester
školský rok 2003/2004.

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 1.1 Skokan (opravoval Tomáš)

Možno ste videli reklamu na sprchový šampón, v ktorej svalnatý muž skáče z vysokého brala do mora. Nás by zaujímalo, ako hlboko pod hladinu sa môže tento muž ponoriť. Skúste urobiť odhad pre Stokesovu odporovú silu a pre Newtonovu odporovú silu. Ktorý prístup je v tomto prípade vhodnejší a prečo?

Tak toto bol ozaj príklad Z (ako Zanedbaj). Ozaj, aby sme sa dostali aspoň k nejakým číslam, musíme zanedbať ohromné množstvo vecí. V prvom rade, odpor vzduchu. Ten samozrejme nie je až taký veľký, ale tiež spraví svoje. Skokan teda dopadne na hladinu, vyrazí si dych, zlomí 3 rebrá a začne sa ponárať. Voda spomaľuje pohyb mŕtvoly odporovou silou, lenže čím pomalšie sa táto pohybuje, tým menšia je odporová sila. Všeobecne povedané, sila ako funkcia rýchlosti pôsobí zmenu tejto rýchlosti (spomalenie). Toto priam volá po zostavení diferenciálnej rovnice, a jej následnom vyriešení, čo ste, konieckoncov, niektorí aj spravili (všetkým, čo sa o to aspoň pokúsili, patrí v mojich očiach nehynúca česť a sláva). Čo však môžeme spraviť bez použitia integrálov...?

Asi najlepšia vec je tváriť sa, že tá odporová sila, ktorá na skokana pôsobí v okamihu dopadu, ho bude brzdiť aj počas celej dráhy jeho pohybu. Toto počítanú hĺbku zrejme o dosť zmenší – je zjavné, že väčšinu dráhy prejde ujo rýchlosťou o dosť menšou ako začiatočná. Tak to poďme zrátať. Ujo nech dopadá na hladinu rýchlosťou $v = 15\ \mathrm{ms^{-1}}$ čo odpovedá voľnému pádu z výšky zhruba 11 m. Odporové sily pri tejto rýchlosti budú nasledovné:

$$\text{Newtonova:}\quad F_n = \tfrac{1}{2}C\rho S v^2,$$

kde S je čelný prierez telesa (ja som odhadol takého riadneho svalovca na 0,1 m^2), ρ je hustota kvapaliny (1000 kg/m^3), v rýchlosť a C konštanta závislá od tvaru skokana, ktorú odhadneme na 0,5 (to je o čosi menej než hodnota C pre guľu). Ďalej Stokesova sila je

$$F_s = 6\pi\eta r v,$$

kde r je polomer gule, ktorej odpor nás zaujíma (20 cm). Okrem toho je tam aj η, dynamická viskozita vody (10^{-3} Pa.s).

Takže to nám dáva: $F_n = 5$ kN, $F_s = 0{,}05$ N (zhruba). Už je asi jasné, že to, čo nám vyjde s použitím Stokesovej odporovej sily bude statná haluz. Poďme však najskôr dorátať Newtona. Vieme, že $a = F/m = 50\ \mathrm{ms^{-2}}$, (pre 100 kg ťažkého uja). Našampónovaný ujo teda bude brzdiť 5-krát rýchlejšie, než sa rozbiehal voľným pádom. To znamená, že zastane na 5-krát menšej dráhe ako sa rozbiehal (kto neverí, ráta sám), čo sú v našom prípade asi 2 metre.

Pri Stokesovej odporovej sile dostávame spomalenie $a = 0{,}0005\ \mathrm{ms^{-2}}$, čo je 0,00005 krát menej ako g, čiže ujo zastaví na dĺžke 200000 m. Celkom dosť, nie? Prečo je to tak, ste skoro všetci správne napísali – Stokesova odporová sila sa používa pre laminárne prúdenia – to znamená hlavne malé rozmery predmetov a pomalé rýchlosti.

Na záver, keďže ste sa o to mnohí pokúšali, si ukážeme, ako zostaviť diferenciálne rovnice popisujúce pohyb uja vo vode. Slabšie povahy toto rozhodne nemusia čítať! Odporová sila nech je kv^2. Uvažujme malý časový úsek dĺžky dt, na začiatku ktorého má ujo rýchlosť v, na konci sa táto rýchlosť zmenší o dv, teda na hodnotu $v - \mathrm{d}v$. Klasický vzorec $\Delta v = a.\Delta t$ môžeme teda napísať ako $\mathrm{d}v = \mathrm{d}t.kv^2/m$, čo si upravíme na tvar

$$\mathrm{d}v/v^2 = \mathrm{d}t.k/m.$$

Teraz máme všetky veličiny súvisiace s rýchlosťou na jednej strane. Obe strany rovnice môžeme preintegrovať a máme závislosť rýchlosti od času. Ďalším integrovaním sa potom dopracujeme k dráhe.

Tí, čo to podobnou cestou dorátali do konca si mohli všimnúť zaujímavú vec: za predpokladu, že hustotu tela a hustotu vody budeme považovať za rovnakú, sa ujo bude potápať nekonečne dlhý čas. Toto by nikoho nemalo prekvapiť, veď s klesajúcou rýchlosťou klesá aj spomalenie.. Zaujímavé ale je, že pri tomto nekonečne dlho trvajúcom pohybe prejde ujo nekonečnú dráhu pri Newtonovi, ale iba konečnú dráhu pri Stokesovi. (teda, pri Newtonovej musíme čas ponárania nejako rozumne obmedziť – napríklad 30 s). Toto už ale nechám na zamyslenie..

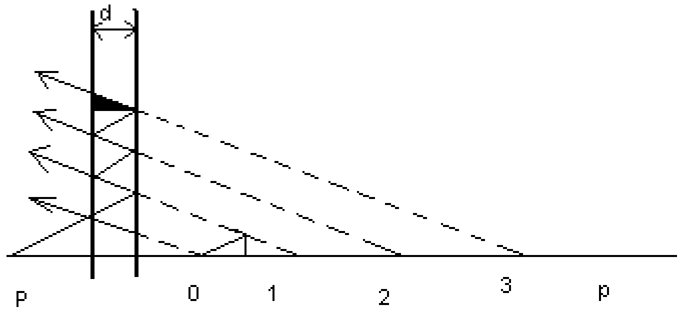
A – 1.2 Veľa, veľa obrazov (opravoval Tomáš)

Majme dve polopriepustné zrkadlá, pred ktorými je položený predmet P. Na tej istej strane zrkadiel ako predmet sa nachádza pozorovateľ. Koľko obrazov predmetu a v akých vzdialenostiach od zrkadiel uvidí? Oči má dobré, takže uvidí všetky, čo aké slabé by boli.

Svet je zlý, nespravodlivý, krutý, a nám sa do zadania dostala menšia nepresnosť. Konkrétne z neho vypadla veta, ktorá vám mala prezradiť, že zrkadlá sú rovnobežné. Takmer všetci ste to inštinktívne vytušili, samozrejme som ale uznával aj riešenia, kde ste sa zaoberali nejakým všeobecnejším prípadom.

Čiže, koľko bude tých obrazov? Spravme si obrázok. Z predmetu P vyletí nejaký lúč. Odvážny bojovník narazí na prvé zrkadlo a stojí pred dilemou: odraziť alebo prejsť? Tá časť, ktorá sa odrazí, vytvorí obraz 0. Zvyšok pokračuje k 2. zrkadlu, kde sa zase rozdelí na 2 časti. My však vieme, že pozorovateľ sa nachádza pred zrkadlami, a náš lúč sa síce môže pustiť za ne, bude to ale pre neho znamenať "večné zatratenie". Stratí poslednú možnosť dostať sa k pozorovateľovi. Zaoberajme sa teda iba tou časťou, ktorá sa od zadného zrkadla odrazí. Táto opäť naráža na 1. zrkadlo.. a tak ďalej. Ako hovorí írske príslovie, ktoré do riešenia napísala Baška Trubenová : *"Nezáleží na tom, aká ťažká je cesta, niektorí pôjdu ďalej. Nezáleží na tom, aká ľahká je cesta, niektorí sa otočia a pôjdu späť."*.

O obrazoch vieme, že nech už vzniknú hocikde, určite to bude na priamke p. Presné miesto určíme predĺžením skúmaného lúča a nájdením priesečníkov s p. Pokojne by sme síce mohli nakresliť ešte jeden lúč s iným sklonom a potom skúmať priesečníky predĺžených častí s predĺženými časťami 1. lúča, ale my (rozumej: ja) sme leniví. Takže využijeme to, čo o zrkadlách vieme a máme výsledok:



Ak označíme l vzdialenosť od predmetu k 1. zrkadlu, tak 0. obraz sa vytvorí vo vzdialenosti l od 1. zrkadla. Všimnite si tých pár čiar medzi 0. a 1. obrazom. Tie malé trojuholníčky, čo tam vznikajú, sú zhodné so začierneným trojuholníkom. Vzdialenosť 0 a 1 tak isto ako hocijakých iných 2 susedných obrazov je teda $2d$, čo znamená, že obrazy vznikajú vo vzdialenostiach $l + 2kd$ od ľavého zrkadla. k je pritom ľubovoľné nezáporné celé číslo.

Na záver ešte krátke zamyslenie: Obraz (dokonca aj virtuálny) je vec nezávislá od pozorovateľa. Napríklad, na našom obrázku vznikajú obrazy aj na ľavej strane od zrkadiel. My sme sa však v zadaní pýtali, koľko obrazov pozorovateľ uvidí. Obrázok môže zaváňať dojmom, že na to, aby pozorovateľ uvidel všetky obrazy 0, 1, 2,… by musel mať oko naraz na všetkých miestach v ktorých sú tie ošípkované lúče.. Ale ako vieme, v skutočnosti ich vidí všetky naraz. (Skúste sa pozrieť na obrazy bežnej sviečky v dvojitom skle bežného panelákového okna zašpineného bežnou dávkou špiny, určite uvidíte aspoň 3.) Ako to teda je? Pozrime sa napríklad na obraz 1. Nech je pozorovateľ kdekoľvek, určite existuje taký lúč, ktorý ho vytvorí a skončí v pozorovateľovom oku. Avšak na to, aby sme zistili kde obraz 1 vzniká sme mohli použiť hocaký lúč – aj ten na obrázku..

A – 1.3 Rosnička (opravoval Matúš)

Odhadnite, aká veľká žaba – rosnička by sa ešte dokázala udržať zospodu na skle.

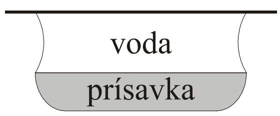
Ako ste mnohí postrehli, tento príklad bol založený na odhadoch. Aby bol aspoň začiatok tohto vzorového riešenia nespochybniteľný, venujme sa najskôr encyklopedickým informáciám... Čo teda píšu o rosničkách múdre knihy?

Rosnička zelená (lat. Hyla Arborea, angl. Tree frog) je tvor, ktorý meria v priemere 4 cm (na dĺžku) a váži cca 20 g (tiaž $G = 0{,}2$ N). Má štyri končatiny a na nich prsty s voľajakými (o tom neskôr) prísavkami. Tie prísavky sú na každom prste jedna, pritom na predných končatinách má rosnička 4 prsty, na zadných 5 – spolu teda 18 prísaviek. Priemer prísaviek je asi 2 mm (podľa fotografií v učebnici biológie, resp. podľa internetu).

Toľko fakty, tie nám však príklad nevyriešia. Skúsme zistiť, akým spôsobom sa rosnička udržiava na hladkých plochách dole hlavou. Možností je hneď niekoľko:

a) Prísavky vytvárajú podtlak, ten drží to úbohé zviera.
b) Prísavky sú mokré a tak je medzi nimi a sklom vrstvička vody. Túto (kvôli jej povrchovému napätiu) nie je ľahké len tak naťahovať a to drží rosničku.
c) Všetku špinavú prácu robí lepkavá hmota, ktorú prísavky uvoľňujú.

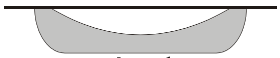
Začnime diskvalifikáciou tretej možnosti. Predstavme si rosničku po tom, čo sa „prilepila“ k povrchu nejakou mazľavou tekutinou. Vedela by síce visieť dole hlavou, ale zrejme by bola veľmi málo pohyblivá – lepidla na končatinách by sa nemohla rýchlo zbaviť. Takto by sa stala ľahkým terčom pre krvilačné bociany, napríklad. Takýto princíp je teda dosť nepraktický (odborne povedané evolučne nevhodný) a môžeme naň rýchlo zabudnúť. Navyše je veľmi ťažké si predstaviť, ako by sme mohli niečo s tým súvisiace počítať...



Teraz sa venujme béčku. Schéma takýchto vankúšikov je na obrázku. Tu treba priznať, že (v súlade s internetovými zdrojmi), tekutina medzi prísavkou a sklom zrejme nie je čistá voda, ale čosi viskóznejšie. To generuje dodatočnú silu potrebnú na odtrhnutie: skúste si predstaviť, ako máte medom prilepenú doštičku k stolu. Odtrhnúť ju je ťažšie, než podobnú prilepenú vodou, že? Výpočty s týmto súvisiace sú však dosť ťažké. Ak si rátame s vodou pod prísavkou, dostaneme sily na úrovni stotín Newtona. Takéto sily udržia iba rádovo gramy rosničky, čo je zanedbateľné. Takže bé nie je správne.

A čo podtlak pod vankúšikmi? Nejaký podtlak tam rosnička určite dosiahnuť môže, otázna je jeho veľkosť – na betón tam nebude mať vákuum ani nič vzdialene podobné. Prečo? Lebo tá istá sila, ktorá tlaku by ju potom držala na skle, by nútila jej vankúšiky spľasnúť a tak zmenšiť priveľký podtlak. A tejto sile by sa naše zviera len ťažko ubránilo: pamätáte si ešte na Guerickeho pologule s vyčerpaným vzduchom, ktoré sa od seba márne snažili odtrhnúť kone? Sila atmosferického tlaku je naozaj obrovská a to, prečo ju bežne nepozorujeme, je dané tým, že na väčšinu vecí pôsobí zo všetkých strán rovnako (vákuum okolo seba ťažko nájdete). Nejaký podtlak tam však zrejme bude, otázne je aký veľký – označme ho Δp. Teraz môžeme silu ťahajúcu prísavku k podložke vypočítať ako $F_P = \Delta p.S$, kde S je jej plocha. Pri priemere vankúšika 2 mm je jeho obsah 3 mm^2, vankúšikov je však 18 – máme preto $S = 56$ mm^2.

Ako podtlak vzniká? Vankúšik, pôvodne pritlačený k podložke (tak pod ním ostane iba malé množstvo vzduchu) sa preliači a zväčší objem pod ním. Keďže okraje vankúšika sú zmáčané akousi lepkavou tekutinou, nový vzduch sa dovnútra nedostane a preto zväčšením objemu klesne tlak vzduchu pod vankúšikom. Obmedzením je zrejme iba schopnosť rosničky udržať prísavky takto vypuklé (späť ich stláča práve podtlak, ktorý sa pod nimi vytvoril).


prísavka

Veľkosť spomínaného podtlaku sa dá odkukať napríklad z bežných vešiačikov na uteráky a pod. (ako to spravil Peter Maták), ktoré sa často vešajú „prísavkovým“ spôsobom. Pozor ale! Rosničkine prísavky sú omnoho menšie než vešiačiky a preto sa dá očakávať, že dokážu udržať väčší podtlak. My si vezmime $\Delta p = 10$ kPa. Áno, toto je číslo padnuté z neba a všetky ďalšie výsledky stoja na ňom. Úlohou tohto vzoráku ale asi nie je hrabať sa hlbšie vo fyziológii rosničiek, tak sa s tým uspokojme. Dostaneme potom silu $F_P = 0{,}56$ N. Táto sila je podľa očakávania dostatočná na udržanie rosničky, platí

$$F_P > G.$$

Teraz už vieme, aká sila pôsobí na rosničku prilepenú hore hlavou na skle. K riešeniu nám ešte chýba zistiť jej maximálnu veľkosť, pri ktorej sa ešte takto udrží... Ako na to? Dĺžka priemernej rosničky je $l = 4$ cm, dĺžku „maximálnej“ rosničky označme $L = xl$ (v obchodoch by šlo o tradičnú veľkosť XXL) – nech je teda x-krát väčšia.

Dôležité je uvedomiť si, čo sa bude diať pri zväčšovaní žaby. Ako postrehli hádam všetci, pri zväčšení dĺžky z l na $2l$ vzrastie objem žaby osemnásobne. Ak predpokladáme nezmenenú stavbu tela, dá sa očakávať jej nezmenená hustota, a tým pádom aj osemnásobne väčšia hmotnosť. Práve tá bude žabu ťahať dole zo skla. Čo už mnohým z vás uniklo je fakt, že dvakrát väčšia žaba bude mať zrejme dvakrát väčšiu končatinu, ako aj prísavky na nej. No a dvakrát väčšie prísavky majú štyrikrát väčšiu plochu. Podľa predošlých výpočtov je práve táto plocha rozhodujúca pre veľkosť prísavnej sily F_P, ktorá sa nám teda štyrikrát zväčší.

Pri spomínanom x-násobnom zväčšení žaby teda jej tiaž vzrastie na $G\,x^3$, zatiaľ čo prísavná sila stúpne iba na hodnotu $F_P\,x^2$. Práve pomalšie rastúca prísavná sila môže za to, že sa na skle neudrží ľubovoľne veľká žabka. Hornú hranicu pre x nájdeme opätovným porovnaním F_P a G, ktoré sú pre tú najväčšiu rosničku v rovnováhe. Teda

$$F_P x^2 = Gx^3 \Rightarrow x = F_P / G \Rightarrow L = l\frac{F_P}{G}.$$

Podľa doterajších výpočtov je F_P/G rovné cca 3, preto $L = 12$ cm.

Ako sa bodovalo? Hlavnými myšlienkami riešenia sú pôvod pridržiavacej sily v podtlaku a dobrá predstava zväčšovania rosničky (jej hmotnosť rastúca úmerne x^3, plocha prísaviek iba x^2). Cenné je uvedomiť si, že podtlak môže byť len ťažko rovný atmosferickému tlaku a vôbec, dosadzovať zmysluplné čísla (napr. hustotu rosničky blízku hustote vody a podobne). Nuž, až do najbližšej jari môžeme na rosničky a iné podobne slizké tvory zabudnúť!

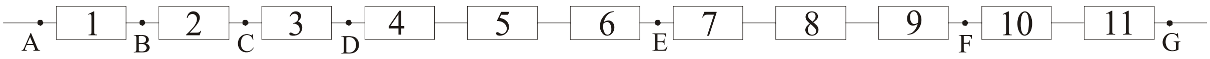
Internetové zdroje: www.referaty.sk/index.php?referat=4348,
www.fpv.umb.sk/kat/kb/text/Zoo/vstup.htm.

A – 1.4 Partizán v dave (opravoval Čermo, vzorák Fajo)

Predstavte si, že pred sebou máte 11 rezistorov. Z nich má desať odpor 10 Ω, jeden (chybný) má veľkosť 30 Ω. Najmenej koľkými meraniami ste zaručene schopní nájsť medzi rezistormi ten, ktorého odpor je väčší? Nespoliehajte sa na šťastie – popíšte postup hľadania a počet meraní, ktoré v najhoršom prípade potrebujete na úspešné nájdenie chybnej súčiastky. (za 1 meranie považujeme to, že odpory zapojíme do ľubovoľnej schémy a následne zmeriame odpor medzi nejakými 2 bodmi schémy). Prečo je tento počet meraní minimálny?

Čaute mládež, no už ste veľký na obkecy, tak hopsa hejsa na vec:

Poďme pekne po poriadku: našou úlohou je odhaliť PartyZána na čo najmenší počet meraní v prípade, že by sme mali úplnú smolu a podarilo by sa nám to až pri tom poslednom s úplnou istotou. Je zrejmé, že týchto meraní by malo byť menej ako 11, kedy by sme merali každý rezistor zvlášť. My ale zo školy vieme, že rezistory sa dajú všelijako zapájať – napr. do série alebo paralelne. Využitím sériového zapojenia sa nám nutný počet meraní zredukuje na príjemné 4. Pospájame rezistory za sebou:

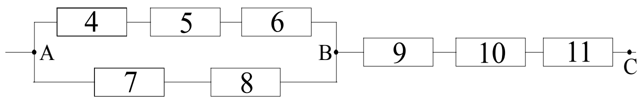


1. meranie: Rozdelíme rezistory na 6 + 5 a odmeriame odpor napr. prvej šestice, teda odpor R_{AE} medzi bodmi AE. Ak tento odpor R_{AE} = 80 Ω, znamená to, že partizán je ukrytý v tejto časti. Ak R_{AE} = 60 Ω, bude partizán medzi bodmi EG.
2. meranie: Správne rezistory odložíme a pracujeme už iba s podozrivou časťou. 6-ticu rezistorov AE rozdelíme na polovice (ak by to bola 5-tica EG, tak ju rozdelíme na 3 + 2). Premeriame odpor jednej z polovíc, napr. R_{AD} medzi AD (v prípade 5-tice by to bol odpor R_{EF} medzi EF). Ak je tento odpor 50 Ω, znamená to, že partizán je ukrytý v tejto trojici. Ak R_{AD} = 30 Ω (R_{EF} = 30 Ω), bude partizán v zvyšnej časti, teda medzi DE (FG).

3.,4. meranie: Teraz nám ostala skupinka s troma kandidátmi. Už stačí len premerať odpor dvoch z nich (napr. medzi AB a BC),a ak ani jeden nebude partizán, tak je ním ten tretí rezistor.

Uvažujme ďalej: ak pridáme k sériovému zapojeniu aj paralelné a skombinujeme ich, počet potrebných meraní sa nám ešte zníži až na neuveriteľné 2!:

1. meranie: rezistory 1,2,3 odložíme bokom. Ostatné zapojíme do schémy (obr.2) a odmeriame jej odpor R.



Pomocou tohto merania dokážeme určiť, v ktorej vetve obvodu (skupinke 1,2,3 ; 4,5,6 ; 7,8 ; 9,10,11) sa partizán nachádza. Najskôr potrebujeme všeobecný vzorec pre odpor R. Platí:

$$R = R_{AB} + R_{BC}$$

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_4 + R_5 + R_6} + \frac{1}{R_7 + R_8} \quad , \quad R_{BC} = R_9 + R_{10} + R_{11}$$

z toho dostaneme:

$$R = \frac{(R_4 + R_5 + R_6)(R_7 + R_8)}{R_4 + R_5 + R_6 + R_7 + R_8} + R_9 + R_{10} + R_{11}$$

Ak by bol partizán v skupinke

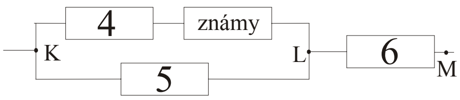
a) 1,2,3 , namerali by sme odpor R = 30.20/50 + 30 = 42 Ω,

b) 4,5,6 , bol by odpor R = 50.20/70 + 30 ≈ 44,29 Ω,

c) 7,8 , bude R = 20.40/70 + 30 ≈ 41,43 Ω,

d) 9,10,11 bol by odpor R = 30.20/50 + 50 = 62 Ω.

2. meranie: ak je partizán jedným z rezistorov 7 a 8, stačí zmerať jeden z nich. V prípade, že bude partizán v nejakej trojici 1,2,3 ; 4,5,6 ; 9,10,11 , pospájame schému podľa obrázka (napr. pre rezistory 4,5,6). Štvrtý známy rezistor vyberieme z tých, ktoré sme v prvom meraní vyradili, a teda vieme, že jeho odpor je 10Ω. Odpor R' schémy je daný:



$$R' = R_{KL} + R_6$$

kde $\frac{1}{R_{KL}} = \frac{1}{R_4 + R_{známy}} + \frac{1}{R_5}$ z toho $R' = \frac{(R_4 + R_{známy})R_5}{R_4 + R_{známy} + R_5} + R_6$.

Ak by bol partizán:

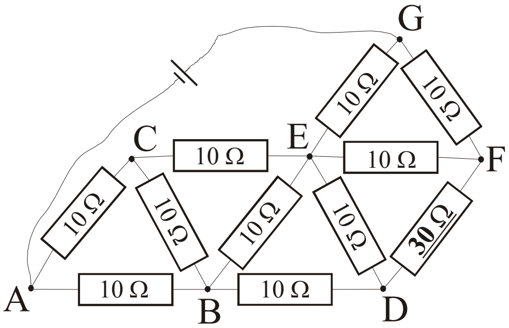
a) 4. rezistor, namerali by sme odpor R' = 40.10/50 + 10 = 18 Ω,

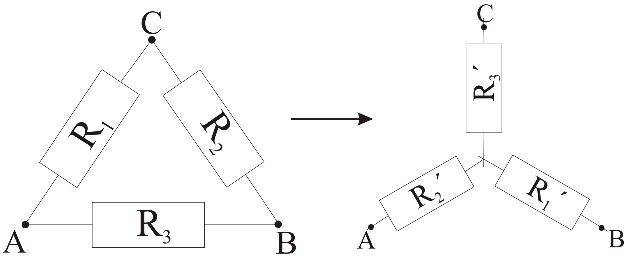
b) 5. rezistor, bol $R' = 20.30/50 + 10 = 22\ \Omega$,

c) 6. rezistor, bude $R' = 20.10/30 + 30 \approx 36{,}67\ \Omega$.

Samozrejme, že toto nie je jediný možný spôsob, ako odhaliť partizána na dve merania. Je ich nekonečne veľa a líšia sa iba náročnosťou schémy, a teda aj náročnosťou výpočtu. Preto niektoré vaše riešenia boli pomerne jednoduché, a iným vychádzali tučné vzorce.

Existuje také zapojenie, kde by stačilo merať iba raz a partizán by bol bezpečne náš? Tu musíme zapojiť všetky rezistory do jednej schémy (alebo si jeden nechať), a ak bude ľubovoľný z rezistorov partizán, musíme namerať vždy iný odpor. Niektorí ste prišli na to, že pomocou sériových a paralelných zapojení to nepôjde, pretože vždy nám ostane vetva, kde budú dva rezistory zapojené sériovo alebo paralelne, a ak ich medzi sebou vymeníme, na výslednom odpore sa nič nezmení. Preto potrebujeme druhé meranie na ich rozlíšenie. Finta je v tom, že poznáme aj iné druhy zapojení, napríklad do trojuholníka. Vhodnou kombináciou trojuholníkov dostaneme výslednú schému, ktorej odpor v závislosti od polohy partizána bude vždy iný. Na overenie treba tento odpor vypočítať. Keďže to nie je jednoduché a potreboval by som na to ďalšiu knihu, pokúsim sa postup iba načrtnúť. Tu nám pomôže prerobenie trojuholníka na trojcípu hviezdu. Princíp je taký, že aby boli zapojenia zameniteľné, musí byť v oboch medzi bodmi A-B, B-C, A-C rovnaký odpor:





$R_{\Delta AB} = R_{*AB}$, $R_{\Delta BC} = R_{*BC}$, $R_{\Delta AC} = R_{*AC}$ (1)

V hviezde platí:

$$R_{*AB} = R_2' + R_1' \ , \quad R_{*BC} = R_1' + R_3'$$
$$R_{*AC} = R_2' + R_3'$$

V trojuholníku máme aj paralelné zapojenia:

$$\frac{1}{R_{\Delta AB}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \Rightarrow \quad R_{\Delta AB} = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}, R_{\Delta BC} = \frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_2 + R_3}\ , \ R_{\Delta AC} = \frac{(R_2 + R_3)R_1}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

A dosadíme tieto vzťahy do rovností (1), dostaneme vyjadrenia:

$$R_1' = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\ , \ R_2' = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}\ , \ R_3' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Takýmto spôsobom môžeme prerobiť napríklad trojuholníky ABC, EFG,... a znova, až kým nedostaneme jednoduché paralelné zapojenie.

Záverom niečo ku hodnoteniu: v podstate sa bodoval počet meraní, na ktoré ste našli Partyzeyna (1-6b,2-4.5b,3-3.5b,4-2.5b,5-2b,11-0,5b). Potešilo nás, že sa našli aj takí, ktorým sme mohli prideliť plný počet bodov. Tak aloha nabudúce.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 1. sérii zimného semestra 19. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	☠	Σ
1.	Maták	Peter	4 E	G VBN Prievidza	5.0	4.0	4.5	5.5		19.00
2.	Zalom	Peter	5 G	G Poprad Tatarku	5.0	4.0	5.0	4.5		18.50
	Závodný	Jakub	ok.	G BA Grösslingova	5.0	4.0	3.5	6.0		18.50
4.	Brutovská	Eva	ok.	G Kežmarok	5.0	4.0	4.5	4.5		18.00
5.	Ďurák	Michal	4	G BST Lučenec	5.0	4.0	3.0	4.5		16.50

6.	Mánik	Tomáš	4 C	G BST Lučenec	5.0	4.0	2.5	4.5		16.00
	Trubenová	Barbora	4 A	G BA J. Hronca	4.5	3.0	4.0	4.5		16.00
8.	Batmendijnová	Zuzana	ok.	G T. Vansovej	5.0	4.0	2.5	6.0	-2	15.50
9.	Sasák	Róbert	3 D	SPŠE Piešťany	4.5	3.0	2.0	4.5		15.26
10.	Džunko	Ján	se.	G Spišská Stará Ves	5.0	2.0	2.0	4.5		14.82
	Vojtko	Andrej	se. A	G Skalica	4.5	4.0	2.5	2.5		14.82
12.	Neilinger	Pavol	4 A	G Dunajská Streda	2.0	4.0	4.0	4.5		14.50
13.	Domány	Dušan	3 A	G PH Michalovce	3.5	3.0	2.0	4.5		14.37
14.	Glaus	Peter	4 A	G BA J. Hronca	5.0	3.0	2.5	4.5	-1	14.00
15.	Lalinský	Ján	se. A	G Varšavská cesta	5.0	3.0	1.5	2.5		13.44
16.	Fialka	Vlado	4 E	G K2 Prešov	5.0	0.5	3.0	4.5		13.00
17.	Dzetkulič	Michal	3 A	G PH Michalovce	1.0	4.0	2.0	4.5		12.97
	Rušin	Michal	se.	G Spišská Stará Ves	5.0	–	2.0	4.5		12.97
19.	Kysel	Róbert	4 A	G BB Š. Moyzesa	4.0	1.0	3.0	4.5		12.50
	Lauko	Martin	ok. A	G JL Martin	5.0	1.0	2.0	4.5		12.50
21.	Krššák	Martin	ok. A	G Piaristické Nitra	3.5	0.5	3.5	4.5		12.00
	Molnárová	Katarína	3 D	G KE Šrobárova	4.0	4.0	2.5	–		12.00
23.	Baník	Dušan	4 A	G Poprad Popr. nábr.	4.5	1.5	2.0	3.5		11.50
	Svrček	Matúš	ok.	G Terézie Vansovej	4.0	0.5	2.5	4.5		11.50
25.	Štolc	Miroslav	ok.	G Nitra Párovská	4.5	0.5	1.5	4.5		11.00
26.	Piják	Peter	3 B	G VOZA	3.5	2.0	1.5	4.5	-3	9.97
	Savincová	Katarína	3 E	G PH Michalovce	3.0	1.0	2.0	2.5		9.97
28.	Astaloš	Róbert	3 A	G Rimavská Sobota	1.5	1.0	1.0	4.5		9.44
29.	Šimko	Peter	3 C	G BA J. Hronca	–	3.0	–	2.0	-2	4.13
30.	Kubová	Miška	3 A	G Vrbové	2.0	1.0	0.5	2.5	-4	3.26
31.	Luptáková	Jozefína	4 C	G BB Sládkoviča	–	0.5	0.5	0.5		1.50
32.	Michnová	Mária	4 B	G Banská Štiavnica	3.0	0.5	1.0	3.5	-7	1.00

Náboj FKS

1. Na začiatku súťaže dostane každé družstvo 8 príkladov. Za správne vyriešený príklad získavajú súťažiaci zadanie ďalšieho príkladu. Úlohou je za cca 1,5 hodiny správne vyrátať čo najviac príkladov.
2. Zúčastniť sa môžu družstvá s najviac piatimi členmi. Zapojiť sa smú aj družstvá s menším počtom členov, avšak nie sú nijak zvýhodnené.
3. Každá škola môže zostaviť buď jedno družstvo, alebo dve družstvá, vtedy ale musí byť aspoň jedno z nich juniorské. Juniorským nazveme také družstvo, ktoré je zložené len z prvákov a druhákov klasickej strednej školy (do maturity im chýbajú viac ako dva roky).
4. Zadávané príklady sú jednotné, najlepšie juniorské družstvo však získava osobitnú cenu.
5. Súťaž sa koná 24. októbra v poslucharni A FMFI UK v Bratislave o 13:00. Z hlavnej železničnej stanice tam ide priamo električka č. 1 (zastávka Botanická záhrada).
6. Priamo v budove FMFI UK bude orientácia súťažiacich uľahčená šípkami.
7. Riešenie príkladov začne o 13:00, povinná prezentácia družstiev trvá od 11:45 do 12:45.
8. Po skončení súťaže bude možné zakúpiť si brožúrku zadávaných úloh spolu s riešeniami.
9. Aktuálne informácie o súťaži nájdete na stránke www.fks.sk.

Na väčšinu gymnázií posielame v tomto čase pozvánku s rovnakým textom. Nemusíte však na ňu čakať, môžete sa chopiť iniciatívy aj vy: poproste svojho učiteľa fyziky, či by vám s organizáciou družstva nepomohol. Informáciu, či sa škola zúčastní Náboja (a s koľkými družstvami), treba poslať do 17. októbra.

- buď e-mailom na stanislav.komorovsky@st.fmph.uniba.sk
- alebo písomne na adresu: FKS, KZDF MFF UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava 4