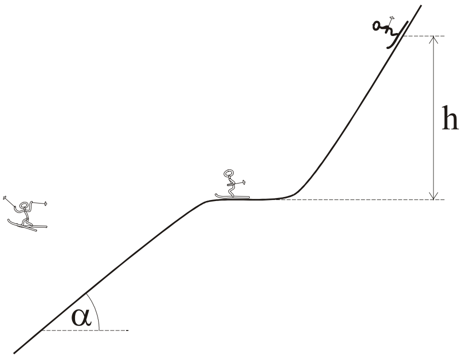
FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. séria letnej časti 18. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2002/2003
termín príchodu riešení
16. 4. 2003

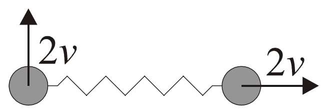
www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B – 3.1 To sa im skáče (5 bodov)
Lyžiar-skokan sa púšťa z výšky h = 50 m. Na konci mostíka je krátky vodorovný úsek (na rozdiel od skutočných skokanských mostíkov). Lyžiar sa zabudol odraziť a už letí vzduchom. Doskočisko je svah so sklonom $\alpha = 30°$. Vypočítajte, ako ďaleko od hrany mostíka sa dotkne zeme. Odpor vzduchu i trenie na mostíku zanedbajte. Skúste pouvažovať nad reálnymi mostíkmi, čo všetko sa zmení?



B – 3.2 Závažíčka (5 bodov)
Na obrázku sú dve závažia s hmotnosťou m spojené pružinou tuhosti k, tá má na začiatku pokojovú dĺžku. Závažia sa môžu pohybovať po vodorovnej podložke bez trenia. Obom udelíme rovnakú rýchlosť $2v$ tak, ako na obrázku: jednému závažiu v smere kolmom na pružinu, druhému v smere pružiny. Aké bude maximálne predĺženie Δl, ktoré pružina pri pohybe závaží dosiahne?



B – 3.3 A predsa sa točia! (5 bodov)
V čase, keď je Jupiter k Zemi najbližšie (Slnko vtedy leží na spojnici týchto planét) zakrýva Jupiter z pohľadu pozorovateľa na Zemi vzdialenú hviezdu. Ako dlho trvá tento zákryt – aký dlhý je čas medzi prvým a posledným kontaktom hviezdy s diskom planéty? Predpokladajte, že obe planéty sa pohybujú v jednej rovine, v ktorej leží aj zakrývaná hviezda.

B – 3.4 Auto (5 bodov)
Iste ste videli tie reklamné zábery, kedy nové auto nechajú konštruktéri naraziť do steny, aby zistili, či je bezpečné. Skúste zistiť, akou rýchlosťou musí takéto testovacie vozidlo naraziť čelne do steny (crash – test), aby bol náraz pre vodiča ekvivalentný s čelnou zrážkou dvoch protiidúcich áut s rôznymi hmotnosťami idúcich rýchlosťou 50 km/h. Rozoberte možné prípady pomeru ich hmotností.

Tento seminár je organizovaný s podporou
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund
Iuventy
a KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
B–kategória (mladší)
18.ročník
letný semester
školský rok 2002/2003

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B - 1.1 Deravá úloha (opravovala Rebro)

Na stole je nádoba s vodou tvaru kvádra, v ktorej udržujeme konštantnú hladinu vo výške $H = 1$ m od dna. Do jeho steny navŕtame zvislo nad sebou dva otvory: vo výške $h_1 = 0,8$ m a $h_1 = 0,5$ m od dna a voda začne vytekať dvoma prúdmi von. V akej vzdialenosti l *od nádoby a výške* v *od stola sa pretnú tieto dva prúdy? Tiažové zrýchlenie je $g = 10$ ms^{-2}.*

Na moju veľkú radosť väčšina z vás mala tento príklad dobre. Ale našli sa aj takí, ktorým trochu nesadol a pre tých je tu toto vzorové riešenie.

Na začiatku si bolo treba uvedomiť, čo platí pre vodu v nádobe, resp. pre výtokové rýchlosti z daných otvorov. Keďže sa hladina vody v nádobe nemení, veľkosť výtokových rýchlostí sa tiež nemení. Nuž a jej veľkosť? Existuje taká rovnica, volá sa Bernoulliho rovnica, a hovorí o zákone zachovania energie v kvapaline:

$$p + h\rho g + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{const.},$$

kde p je tlak v kvapaline, $h\rho g$ je hydrostatický tlak, ináč povedané potenciálna energia, a $\rho v^2/2$ je kinetická energia. V mieste, kde kvapalina už vyteká z nádoby, máme len kinetickú energiu a atmosferický tlak, a povedzme na opačnom konci nádoby je zasa len potenciálna energia (kvapalina sa tam nehýbe) a atmosferický tlak. Keď si dáme do rovnosti a upravíme, dostaneme pre výtokovú rýchlosť

$$v = \sqrt{2gh}\,,$$

kde h je výška hladiny nad otvorom! Pre jednoduchosť, všetko týkajúce sa horného otvoru, bude mať index 1 a dolného 2. Teda už vieme, že výtokové rýchlosti sú

$$v_1 = \sqrt{2g(H - h_1)} \quad \text{a} \quad v_2 = \sqrt{2g(H - h_2)}\,.$$

H je výška hladiny vody v nádobe od dna.

Ďalej si väčšina z vás všimla, že tu máme vlastne dva vodorovné vrhy nejakého elementíku vody. Vodorovný vrh je zložený pohyb, ktorý sa skladá z priamočiareho rovnomerného pohybu v smere osi x a voľného pádu z danej výšky h v smere osi y. Pre ľubovoľný bod trajektórie, resp. pre súradnice vo všeobecnosti platí: $x = v_0 t$, $y = h - gt^2/2$. Pre bod, v ktorom sa obidva prúdy pretnú, platí $x_1 = x_2 = v$ a $y_1 = y_2 = l$, kde l je vzdialenosť od nádoby a v je výška, v ktorej sa pretnú. Časy však nie sú totožné, elementíku vody z horného otvoru to trvá iný čas dostať sa do bodu, kde sa prúdy pretínajú, ako to trvá elementíku z dolného otvoru. Ale prúd máme súvislý, nie je sa čoho báť.

Potiaľto sa vaše riešenia podobali a v tomto mieste bolo možné pokračovať rôznymi smermi. Niektorí z vás vylúčili čas z vyššie uvedených rovníc, niektorí vypočítali čas, za aký sa elementík vody dostane do stykového bodu, iní si veľmi rafinovane posúvali podložku (podlahu...), tak aby bol bod, v ktorom sa prúdy pretínajú zároveň i bodom dopadu pre oba prúdy, nehovoriac o rôznych úpravách, pomocou ktorých ste počítali rovnice. Ja tu uvediem len prvý postup. Ako som vyššie spomenula, čas nám veľmi nevyhovuje, a tak ho odstránime.

Máme tieto rovničky:

$$v = x_1 = v_1 t_1 ,\quad v = x_2 = v_2 t_2 ,\quad l = y_1 = h_1 - \frac{1}{2} g t_1^{\ 2} ,\quad l = y_2 = h_2 - \frac{1}{2} g t_2^{\ 2}$$

Teraz si z prvých dvoch vyjadríme t_1 a t_2 , dosadíme to do druhých dvoch a ešte k tomu všetkému dáme druhé dve rovnice do rovnosti a dostaneme:

$$h_1 - \frac{1}{2} g \frac{v^2}{v_1^{\ 2}} = h_2 - \frac{1}{2} g \frac{v^2}{v_2^{\ 2}}$$

Získali sme rovnicu, v ktorej máme len jednu neznámu v. Dosaďme si tam ešte za v_1, v_2

$$h_1 - \frac{1}{2} g \frac{v^2}{2g(H - h_1)} = h_2 - \frac{1}{2} g \frac{v^2}{2g(H - h_2)} \ ,$$

výraz poupravujme a dostaneme

$$v = 2\sqrt{(H - h_1)(H - h_2)} \ .$$

Nuž a ešte dosadíme v a všetko ostatné povedzme do poslednej rovnice z tých štyroch, zasa to trošku poupravujeme a vyjde

$$l = h_2 - \frac{1}{2} g \frac{4(H - h_1)(H - h_2)}{2g(H - h_2)} = h_1 + h_2 - H \ .$$

Použijúc hodnoty zo zadania, prúdy sa pretnú vo výške $v = 0{,}3$ m a vo vzdialenosti od nádoby $l = 0{,}63$ m. Prajem pekný deň.

B - 1.2 Výťah (opravoval Peter)

Výťah sa škrípajúc odlepí z prízemia. S divnými zvukmi sa šplhá vyššie a vyššie ... až zrazu ... prásk, výťah sa rúti do hlbín a ty sa lúčiš so životom ... Existuje povera, že keby si tesne pred dopadom dostatočne rýchlo vyskočil proti smeru pádu, tak sa ti nič nestane ... je to pravda? Skúste svoj názor odôvodniť!

Takže, prišli ste na zaujímavé veci. Hoci niektorí ste len „sucho“ skonštatovali, ako to je a koniec, niektorí ste sa poriadne vyšantili - typu rôzne historické vložky a tak ... ale poďme k veci:

Máme padajúci výťah a človeka v ňom. Výťah padá k zemi priťahovaný gravitačnou silou, teda so zrýchlením g, a jeho rýchlosť určuje rovnica: $v = gt$.

Potrebujeme urobiť odhad rýchlosti, akou je schopný vyskočiť taký obyčajný človek. Jeho výskok je z polohy keď čupí, až sa poriadne odrazí do vzduchu. Zaujíma nás rýchlosť jeho ťažiska v momente odlepenia sa od zeme. Jeho výskok nech je 0,5 m (je to vzdialenosť ťažiska človeka vo vzpriamenom stoji a v bode najvyššieho výskoku - experimentálne overené). Zo zákona zachovania energie – celá E_P v najvyššom bode výskoku sa premení na E_K, si určíme jeho približnú rýchlosť:

$$v_0 = \sqrt{2gh} = 3{,}16 \text{ ms}^{-1} \ .$$

Tesne pred dopadom výťahu na zem sa odrazíme od podlahy (výťah je niekoľkokrát ťažší ako človek) a po odčítaní rýchlostí našej a rýchlosti pádu by sa naša rýchlosť voči zemi znížila => pomôžeme si.

Netreba sa pritom báť, že narazíme hlavou o strop, pretože keď vyskočíme tesne pred dopadom, naša rýchlosť voči zemi bude daná rozdielom rýchlostí pádu výťahu a našej výskokovej. Vzhľadom na výťah sa síce začneme pohybovať $v = 3{,}16$ ms^{-1}, ale v momente, keď kabína narazí na zem, tak výťah akoby sa začal pohybovať v smere nášho výskoku a „narazí“ na nás odspodu. Na zem dopadneme rýchlosťou danou spomínaným rozdielom rýchlostí. V praxi by sme sa teda odlepili od podlahy pár cm (v závislosti od odhadnutia najpresnejšieho okamihu). Otázka je len: o koľko?

Taký normálny človek by mal „v pohode“ prežiť pád z 5 m. Závisí to samozrejme od spôsobu dopadu. Rozdiel je pri rôznych akrobatických skokoch, kedy kaskadéri prežijú omnoho horšie pády, ale my sa zamerajme na dopad na nohy - niečo ako zoskok z výšky 5 m. Teda maximálna rýchlosť, ktorou by sa človek vzhľadom na zem mal pohybovať po výskoku (teda po odčítaní rýchlostí - aby bola dopadová rýchlosť ako pri páde z 5 m) by mala byť zhruba :

$$v - v_0 = \sqrt{2g.5} = 10\ \mathrm{ms}^{-1},$$

a hľadaná rýchlosť bude $v = 13{,}16\ \mathrm{ms}^{-1}$. Takejto rýchlosti zodpovedá pád z výšky 8,66 m, teda sme si pomohli, lebo náš pád sme zmiernili. Keby sme si previedli „metre“ na „poschodia“, tak vidíme, že by človek mohol prežiť pád z 3. poschodia.

Tieto výsledky ukázali, že teoreticky si pomôžeme, ale v praxi je to ťažšie realizovateľné. Preto ešte zopár praktických pripomienok:

Odhadnúť správny moment výskoku je dosť obtiažne, lebo ide rádovo o menej ako desatinu sekundy. Ďalšia vec, ktorá stojí za zmienku je, že by sa nám možno nepodarilo odraziť, lebo vo výťahu padajúcom so zrýchlením g sme v beztiažovom stave (teda niečo ako kozmonauti na obežnej dráhe, kedy pohyb je možný napr. odrazom od stien, alebo pomocou nejakých magnetických topánok), teda keď skrčíme nohy, ostaneme vo vzduchu. Tento problém však možno rieši trenie nosného systému výťahu, prípadne trenie a obtekanie vzduchu v šachte, ktoré znižujú zrýchlenie pádu výťahu o nejakú hodnotu. Alebo by sme sa mohli pomocou tlaku o steny pritlačiť na podlahu a potom sa už normálne odraziť.

Ďalej výskoková rýchlosť je dosť malá, takže pomôže len pri malých výškach, lebo keď si predstavím nejaký výťah padajúci z 30. poschodia (70 – 90 m) tu už (ako sa správne niektorí z vás vyjadrili) „by nijaké poskakovanie“ nepomohlo.

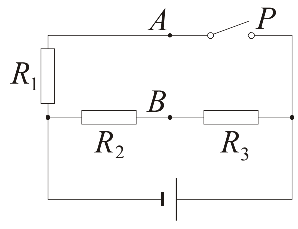
Teda neodporúčam experimentovať naživo. ... Howgh.

B – 1.3 Ľahké odpory (opravovala Vaša Myška, ktorá Vás fšetkých ľúbi)

Na obrázku je schéma elektrického obvodu. Ak je prepínač P vypnutý, medzi bodmi A a B nameriame ideálnym voltmetrom napätie dvakrát väčšie, než by sme tamtiež namerali, ak by bol prepínač zapnutý. Ktorý z rezistorov R_2, R_3 má väčší odpor? Koľkokrát?

Taaak, to je super, že mnohí z vás si zobrali k srdiečku ten názov príkladu a snažili sa ho pekne a jednoducho spočítať. A veľkej väčšine z vás ten zámer aj vyšiel. S tými, ktorí sa niekde zaplietli, sa teraz môžeme pozrieť na nejaké rozumné riešenie.

Predstavme si, že prepínač je vypnutý. To znamená, že prúd tečie iba cez rezistory R_2, R_3. Na rezistore R_1 úbytok napätia nezaznamenáme (neprechádza ním žiaden prúd) a voltmeter nám vlastne meria iba napätie U_{AB1} na rezistore R_2. Pre celkové napätie obvodu U platí vzťah



$$U = I_1(R_2 + R_3),$$

kde I_1 je prúd tečúci obvodom a teda i prúd tečúci cez rezistory R_2, R_3. Napätie U_{AB1} na rezistore R_2 potom je

$$U_{AB1} = I_1 R_2 .$$

Ak prepínač zapneme, môžeme si všimnúť, že medzi bodmi A a B dochádza k úbytku napätia iba na rezistore R_3 (respektíve R_1, R_2, ale my sa chceme vyhnúť zložitejším výpočtom, no nie? :-) . Teda napätie, ktoré nám náš kamarát ideálny voltmeter nameria, bude napätie práve na tomto rezistore

$$U_{AB2} = I_2 R_3 .$$

Prúd I prechádzajúci touto vetvou obvodu si vieme určiť napríklad zo vzťahu pre celkové napätie obvodu. Napätie pri paralelnom zapojení je (na rozdiel od prúdu) na oboch vetvách rovnaké ($U = I_2(R_2 + R_3)$), a teda s pokojným svedomím môžeme vyhlásiť, že prúd, ktorý prechádza cez rezistory R_2, R_3 je presne taký istý, ako pri vypnutom vypínači. Vieme teda, že

$$I_1 = I_2 = I\,.$$

No a teraz nás už zachráni počiatočná podmienka

$$U_{AB1} = 2U_{AB2}$$
$$I_1R_2 = 2I_2R_3$$
$$R_2 = 2R_3\,.$$

Ktorý z rezistorov R_2, R_3 má teda väčší odpor? Áno, rezistor R_2 a to presne dvakrát…

Ešte mi dovoľte pochváliť vaše riešenia. Väčšina bola naozaj skvelá a dokázali ste, že namiesto vrhnutia sa do zložitých výpočtov je niekedy lepšie trošku porozmýšľať a správne riešenie je na svete. Takéto riešenia boli aj náležite poodmeňované bodíkmi. A tí, ktorí čo-to stratili a majú pocit, že výsledok majú správny, sa v budúcnosti trošku môžu pocvičiť vo zvečňovaní svojich myšlienok na papier (ťažko sa veru niekedy domýšľa, čo chcete povedať…).

B - 1.4 Skoro vriaca voda (opravoval Matúš)

Do hrnca obsahujúceho jeden liter vody sme vložili varnú špirálu s výkonom 300 Wattov. Tešíme sa na čaj, ale... Voda je už poriadne horúca, ale nie a nie zovrieť. Z čaju dnes nebude nič, preto špirálu vyberieme z hrnca. O koľko sa asi zníži teplota vody v hrnci počas prvej minúty od vybratia špirály?

Skoro vždy sa oplatí najprv rozmýšľať a až potom počítať. Spravme to aj my tak a zamyslime sa nad zadaním... Prečo voda, hoci vyhrievaná 300 W špirálou, nechce zovrieť? Špirála dodáva do našej sústavy (laicky povedané: do hrnca) energiu vo forme tepla. Teplota vody však od istého okamihu ďalej nerastie (alebo už len nepozorovateľne) a nedosiahne bod varu. Keďže platí zákon zachovania energie, je jasné, že prírastok energie dodávaný špirálou sa musí niekde strácať. Strácať presne tak rýchlo, ako je dodávaná! Z tejto úvahy nám teda plynie, že výkon strát (množstvo energie, ktoré sa za sekundu nenávratne vytratí) je ku koncu „varenia“ práve $P_Š = 300$ W dodávaných špirálou.

Niekto by sa mohol pýtať, čo za straty sa nám v hrnci dejú. Pre ďalšie riešenie to nie je podstatné, ale na položenú otázku sa patrí odpovedať, tak aspoň stručne. Voda zohrieva hrniec. Ten potom stráca energiu jednak výmenou tepla so vzduchom (ten sa v kontakte s ním zohrieva) a tiež sálaním tepla (takýmto spôsobom sa zbavuje energie aj naše Slnko). Dôležitá je aj voda v hrnci, pretože tá sa pri varení odparuje (i pred dosiahnutím varu) a tak tiež stráca isté množstvo energie.

Keď už všetkému rozumieme, môžeme sa pustiť do výpočtov, tie už budú hračkou. Po vypnutí špirály stratí voda zdroj tepla, no straty ostanú približne rovnaké – ich veľkosť totiž súvisí s teplotou (teplejšia voda stráca viac), no tá sa bude meniť iba pomaly. Navyše, aj v zadaní nás zaujímal pokles teploty iba za 1 minútu, čo nás v rozhodnutí predpokladať výkon strát za nemenný len povzbudzuje.

Teraz neostáva nič iné len napísať starú známu kalorimetrickú rovnicu. Ak sme zvedaví na teplotu vody po čase Δt, musíme si uvedomiť že všetky straty za tento čas museli byť kryté poklesom teploty vody, ktorej hmotnosť je $m = 1$ kg. Teda

$$P_Š\,\Delta t = mc\,\Delta T.$$

Stačí dosadiť známu hodnotu $c = 4{,}18$ kJ/kg.K, čas $\Delta t = 60$ s a dostávame túžobne očakávaný výsledok $\Delta T = 4{,}3$ K.

Ešte by mohol nejaký vrták podotknúť, že pri výpočte sme vôbec neuvažovali hrniec, ktorý má tiež svoju tepelnú kapacitu a tá by sa na výsledku mala nejako prejaviť. Tepelná kapacita vody je však omnoho väčšia než tepelná kapacita kovov. Preto kým nemáme nejaký veľmi ťažký hrniec, bude jeho celková tepelná kapacita $m_H.c_H$ o dosť menšia než tepelná kapacita vody *mc*. Výsledok teda príliš neovplyvní. Možno je však užitočné zamyslieť sa nad tým, ktorým smerom by sa výsledok hýbal, ak by sme hrniec do výpočtov zahrnuli. Pri pohľade na našu jedinú rovnicu, či po malej úvahe (domáca úloha :-) zistíme, že pokles teploty by bol v tom prípade menší. A to už je všetko. Vyčerpaný je príklad, pisateľ tohto vzoráku a nepochybne aj jeho čitatelia...

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii letného semestra 18. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	☠	Σ
1.	Zámečník	Peter	1 D	G MRŠ NMV	5.0	4.0	5.0	5.0		19.29
2.	Škrovinová	Katarína	kv.	G Nitra Párovská	5.0	3.0	5.0	5.0		18.54
3.	Dzetkulič	Michal	2 A	G PH Michalovce	5.0	4.5	5.0	5.0	-1	18.50
	Lalinský	Ján	sx. A	G Varšavská cesta	5.0	4.5	5.0	5.0	-1	18.50
	Simančík	František	sx.	G BA Grösslingova	5.0	4.5	5.0	5.0	-1	18.50
6.	Foltin	Miroslav	1 C	G Jána Hollého	5.0	2.0	5.0	5.0		17.77
	Hrdá	Marcela	kv.	G Turčianske Teplice	5.0	2.0	5.0	5.0		17.77
	Perešíni	Peter	1 F	G BB Tajovského	5.0	2.0	5.0	5.0		17.77
	Štolcová	Jana	kv.	G Nitra Párovská	5.0	2.0	5.0	5.0		17.77
10.	Imriška	Jakub	1 A	G BA J. Hronca	5.0	1.5	5.0	5.0		17.37
11.	Molčány	Dušan	1 B	SPŠS BA Feinorovo nábr.	5.0	1.5	4.9	5.0		17.29
12.	Komorovský	Marek	kv.	G Dubnica nad Váhom	5.0	5.0	1.0	5.0		16.96
13.	Džunko	Ján	sx.	G Spišská Stará Ves	5.0	2.0	4.9	5.0		16.90
14.	Šomodiová	Kristína	1 A	G Piešťany	5.0	0.5	5.0	5.0		16.55
15.	Kravec	Martin	1 A	G PH Michalovce	5.0	–	5.0	5.0		16.13
16.	Bratko	Milan	sx. A	G BA Pankúchova	5.0	2.0	5.0	5.0	-1	16.00
	Ruman	Ján	sx.	G BA Grösslingova	5.0	1.0	5.0	5.0		16.00
	Savincová	Katarína	2 E	G PH Michalovce	5.0	4.0	2.0	5.0		16.00
19.	Pôbišová	Zuzana	1 F	G BB Tajovského	4.0	2.0	5.0	5.0	-1	15.96
20.	Molnárová	Katarína	2 D	G KE Šrobárova	5.0	1.5	4.0	4.0		14.50
21.	Czókolyová	Eva	1 A	G Piešťany	5.0	–	5.0	3.0		14.37
	Hergelová	Beáta	1 B	G BST Lučenec	4.0	3.0	1.0	5.0		14.37
23.	Dzurňák	Tomáš	1 E	G Spišská Nová Ves	5.0	3.0	–	5.0	-1	13.37
24.	Ďurčík	Miroslav	1 C	G BST Lučenec	5.0	1.5	2.0	3.0		12.97
25.	Sasák	Róbert	2 D	SPŠE Pieštany	5.0	0.5	5.0	2.0		12.50
26.	Gottweis	Martin	1 B	G BA J. Hronca	1.5	0.5	5.0	5.0	-1	12.44
27.	Vojtko	Andrej	sx. A	G Skalica	5.0	1.0	1.0	5.0		12.00
28.	Kováč	Adrián	2 A	G PH Michalovce	5.0	0.5	5.0	1.0		11.50
29.	Gašparík	Peter	2 B	G AV Levice	5.0	0.5	5.0	–		10.50
30.	Kulík	František	2 E	G Humenné	5.0	0.0	5.0	0.0		10.00
31.	Kováč	Michal	kv.	G BA Grösslingova	5.0	0.0	1.5	2.0		9.97
32.	Regec	Mário	1 A	G PH Michalovce	5.0	0.5	5.0	3.0	-5	9.82
33.	Šanoba	Ľuboš	1 C	G Považská Bystrica	2.0	3.5	–	5.0	-2	8.50
34.	Duník	Matej	1 B	G VOZA	4.0	1.0	–	4.0	-2	8.49
35.	Lampášová	Júlia	sx.	G Považská Bystrica	3.0	–	–	4.0		7.00
36.	Kážmér	Ladislav	1 A	G Veľké Kapušany	5.0	1.5	–	–	-1	6.82
37.	Pápayová	Zuzana	1 A	G Veľké Kapušany	2.0	1.0	–	3.0	-1	6.26
38.	Malčická	Martina	kv.	G Banská Štiavnica	1.0	0.0	0.5	3.0		5.55
39.	Uhrin	Tomáš	2 E	G PH Michalovce	2.0	1.5	–	2.0		5.50
40.	Rochová	Alica	kv.	G Banská Štiavnica	1.0	0.0	1.0	3.0	-1	5.13
41.	Holičková	Ivana	kv.	G Banská Štiavnica	1.0	0.0	–	3.0	-1	3.96
42.	Kuchta	Miroslav	3 A	Evanjelické gym. BA	5.0	0.5	–	1.0	-5	2.82
43.	Rušin	Michal	sx.	G Spišská Stará Ves	2.0	2.5	–	–	-2	2.50
44.	Karasová	Barbora	1 B	G Púchov	0.0	1.0	0.5	1.0	-2	1.16
45.	Bruncko	Milan	2 C	G V.P.Tótha	–	2.0	–	–	-1	1.00
	Kubová	Miška	2 A	G Vrbové	–	0.5	1.5	–	-1	1.00

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. séria letnej časti 18. ročníka
A – kategória (starší)
školský rok 2002/2003
termín príchodu riešení
16. 4. 2003

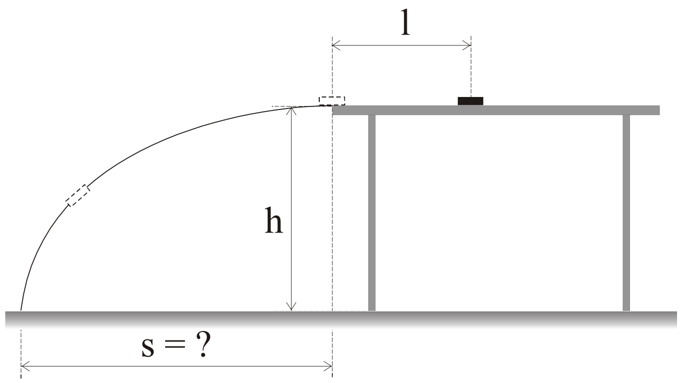
www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 3.1 Priemerné Slnko (5 bodov)
a) Vymyslite a prakticky realizujte experiment, pri ktorom čo najpresnejšie zistíte uhlový priemer Slnka (teda uhol, pod ktorým vidíme slnečný kotúč).
b) Spôsobom, ktorý ste realizovali v časti a) zistite, či je pravdivé nasledovné tvrdenie: „Mesiac je väčší nízko nad obzorom než keď ho máme vysoko nad hlavou."

A – 3.2 Kobylka (5 bodov)
Odhadnite výkon kobylky zelenej pri odraze ku skoku do výšky jeden meter.

A – 3.3 Vlak (5 bodov)
Vlak sa pohybuje po priamej ceste. Vnútri vlaku je o podlahu pevne pripevnený stôl. Na stole je zápalková škatuľka. Vlak začne zrazu brzdiť (rovnomerne spomaľovať), čím sa zápalková škatuľka dá do pohybu, až nakoniec padne na zem (pozri obr.) Ako ďaleko od stola dopadne? Uvažujte, že vlak brzdí po celý čas pádu zápalkovej škatuľky. Trenie medzi stolom a škatuľkou je nulové.



A – 3.4 Zrkadielko, povedzže mi.. (5 + 1 bod)
Predstavte si polopriepustné zrkadlo. Keď naň zasvietime svetelným lúčom intenzity *I*, tak zrkadlo prepustí lúč intenzity 2/3*I* a zvyšok, t.j. lúč intenzity 1/3*I* odrazí späť. Majme 3 takéto zrkadlá postavené za sebou. Lúč akej intenzity prepustí resp. odrazí táto optická sústava keď na ňu zasvietime lúčom intenzity *I*?

Pre makačov (bonus bod): riešte túto úlohu pre *n* zrkadiel postavených za sebou (netreba na to žiadnu ťažkú matiku).

Tento seminár je organizovaný s podporou
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund
Iuventy
a KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
A–kategória (starší)
18.ročník
letný semester
školský rok 2002/2003.
www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 1.1 Rámček (opravovala Zuzi)
V blízkosti dlhého priameho vodiča s prúdom stojí vo vzduchu kovový rámček (tak, že vodič leží v rovine tohto rámčeka). Ak ho chceme od vodiča vzdialiť na miesto vyznačené čiarkovanou čiarou, môžeme si vybrať medzi dvoma možnosťami presunu – buď rámček jednoducho posunieme, alebo ho otočíme okolo jeho strany AB. *Oba presuny trvajú rovnako dlho. Pri ktorom z nich sa v rámčeku uvoľní viac tepla? Prečo?*

V príkladíku z okolia vodiča s prúdom sa nám podarilo mierne vám zapliesť hlavy, aj keď potešilo ma, že mnohí z vás sa aj tak dokázali zo spleti fyzikálnych značiek vymotať. Niektorí však mali problémy určiť aj pôvod javu, na ktorý sa pýtame, preto sa do toho pustime pekne krásne poporiadku.

Otázkou je teplo, ktoré sa uvoľňuje v rámčeku počas jeho presunu magnetickým poľom. Je preto prirodzené najskôr si uvedomiť, prečo toto teplo vôbec vzniká. Čo sa teda pri takom presune rámika nehomogénnym magnetickým poľom deje? V rámiku sa v dôsledku zmeny magnetického indukčného toku plochou rámika indukuje napätie (resp. rámikom začína tiecť indukovaný prúd, ktorý „sa snaží“ kompenzovať zmenu magnetického indukčného toku, ktorá ho vyvolala). Potom sa už k otázke uvoľneného tepla dostávame priamočiaro. Môžeme si totiž vypočítať prácu, ktorú indukovaný prúd vykoná, a tá bude práve rovná teplu, ktoré sa v rámiku uvoľní. Toto bol teda stručný popis toho, čo sa počas presúvania rámika deje. Teraz sa už ale pustime do konkrétnych prípadov posúvania a otáčania.

Aby sme mohli tieto dva pohyby rámika porovnať, treba si uvedomiť, čím sa líšia a ako tieto rozdiely vplývajú na vyššie opísané veličiny. Preto si ešte napíšme presne, čo nás zaujíma. Ako sme si povedali, uvoľnené teplo si vyjadríme ako prácu vykonanú indukovaným prúdom:

$$W(\Delta t) = UI\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t \ ,$$

kde je uvedená vykonaná práca iba za krátky časový okamih. Pretože indukované napätie nie je konštantné v čase, aby sme získali celkovú vykonanú prácu za dobu T, museli by sme tento výraz preintegrovať alebo inak povedané, nakresliť si priebeh funkcie U^2/R a spočítať plochu pod ňou. Keďže platí:

$$U = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

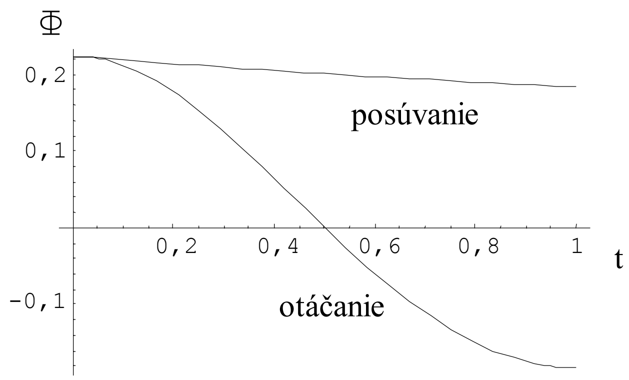
(opäť, tento vzťah je platný pre malé Δt, čiže dostávame hodnotu napätia indukovaného „v danom okamihu“), potrebujeme sa pozrieť, ako sa líši priebeh druhej mocniny zmeny magnetického toku v prípade posúvania a otáčania rámika.

Od čoho teda závisí zmena indukčného toku? Od toho, ako sa mení hodnota magnetickej indukcie vnútri rámika a efektívna plocha, ktorú pretínajú indukčné čiary, pretože magnetický tok rámikom vieme vyjadriť ako $\Phi = BS\cos\alpha$, kde α je uhol zvieraný normálou k ploche rámika a vektorom magnetickej indukcie. Pri určovaní magnetického toku v jednotlivých časových okamihoch (a následne jeho zmeny) si ale treba dať pozor. Hodnota magnetickej indukcie sa so vzdialenosťou r od vodiča mení ako$1/r$ a navyše indukčné čiary majú tvar sústredných kružníc v rovine kolmej na vodič a so stredom vo vodiči. Preto pri určovaní Φ

plochou S treba skúmať najskôr malú plôšku ΔS a pozerať sa, aký uhol zviera s indukčnými čiarami ňou prechádzajúcimi a aká je v nej veľkosť B. Výsledné Φ potom určíme presčítaním cez celú plochu rámika. Vidíme, že je to pomerne komplikované, preto sa nebudeme trápiť a naozaj túto úlohu rátať, ale na pomoc si zavoláme známeho kúzelníka – sedliacky rozum.

Na začiatku je magnetický tok Φ_1 v oboch prípadoch rovnaký. To je ľahučké. Ako sa ale ďalej mení? V prípade posunutia sa síce magnetický indukčný tok rámikom bude postupne zmenšovať, na záver ale skončí na hodnote Φ_2, ktorá bude mať rovnaké znamienko ako Φ_1. A čo sa deje v prípade otáčania rámika? Rámik, ako sa postupne otáča, dostane sa aj do polohy (označme si ju P_0), keď magnetický indukčný tok rámikom bude nulový a ďalej sa bude meniť až na hodnotu $-\Phi_2$. To, že má indukčný tok na konci rovnakú absolútnu veľkosť, je jasné. Ako je to so znamienkom? Opačné znamienko súvisí s tým, že od polohy P_0 sa uhol α zvieraný magnetickou indukciou a normálou k ploche rovná 180° oproti 0° na začiatku (resp. 0° na konci v prípade posúvania rámika).

To, čo nás zaujíma, je druhá mocnina zmeny indukčného toku. Pozrime sa teda na graf závislosti $\Phi(t)$. Ak by sme vedeli priamo rozhodnúť o tom, ktorý graf je strmší, a teda kde nastáva väčšia zmena magnetického toku, tak sme úlohu vyriešili. Pri pohľade na obr. vidíme, že minimálne v prvej jeho časti (po polohu P_0) musí byť graf $\Phi(t)$ v prípade otáčania strmší, pretože sa z pôvodného toku Φ_1 musíme dostať do hodnoty 0, kým pri posune jeho hodnota len klesne na nejakú kladnú nižšiu. Už v tejto fáze sa teda uvoľní viac tepla ako počas celého posunu rámika. Preto nás druhá časť grafu vlastne ani nemusí zaujímať.



Po úspešnom vyriešení úlohy by som možno rada ešte povedala pár poznámok na záver. Prvá sa bude týkať polohy P_0. Mnohí z vás ju opísali ako polohu, keď je rámik kolmo na svoju pôvodnú polohu. Uvažovali ste tak preto, že indukčná čiara s polomerom rovným vzdialenosti stojacej strany rámčeka, je na rámček kolmá. Neuvedomili ste si ale, že indukčné čiary s o kúsok väčšími polomermi rámik v tejto polohe pretínajú. Správne nájdeme polohu P_0 tak, že obe strany rovnobežné s vodičom s prúdom budú od rámika rovnako vzdialené. V tomto prípade všetky indukčné čiary, ktoré do rámika vchádzajú, z neho aj vychádzajú, a teda magnetický tok plochou rámika bude nulový.

Na záver by som ešte chcela podotknúť, že mnohí z vás sa snažili riešiť prípad tak, že si rámik rozdelili na jednotlivé strany a snažili sa riešiť napätie vznikajúce na koncoch jeho strán. Väčšinou ste boli dosť neúspešní, ale hlavne ste zabúdali na jeden základný fakt (a v ňom je možno učebnica fyziky trošku zavádzajúca): že na to, aby sme sa mohli pozerať na zmenu indukčného toku, potrebujeme mať uzavretú plochu a pozeráme sa práve na zmenu tejto plochy v čase, resp. zmenu magnetickej indukcie vnútri rámika. Čiže na skúmanie zmeny indukčného toku nám nestačí to, že sa bude hýbať v magnetickom poli samotný vodič bez toho, aby bol súčasťou uzavretého obvodu. To si treba veľmi dobre uvedomiť, aby nedochádzalo k nedorozumeniam.

Fuh, tak sme sa tuším úspešne ku koncu prepracovali. Želám vám krásny dníček plný úsmevov.

A – 1.2 Minca vo vode (opravoval Čermo)

Predstavte si, že sa z výšky H pozeráte kolmo na vodnú hladinu. Vo vzdialenosti h pod vodnou hladinou vidíte malú mincu. V akej skutočnej vzdialenosti od povrchu vody sa minca nachádza? Index lomu vody je n.

Tak, isto ste odpočinutí z prázdnin, takže sa môžeme plní elánu pustiť na vec☺.

Dôležité pri riešení takejto úlohy je vedieť, ktoré fakty môžem zanedbať alebo pozmeniť tak, aby som si úlohu zjednodušil, ale pritom riešil ten istý problém (odhaliť o aký princíp ide a všetko ostatné zanedbal...) alebo neporušil nejaký fyzikálny princíp.

V našej úlohe ide o pozorovanie mince pod hladinou, inak povedané, skúmame šírenie svetla rôznymi prostrediami. Z tohto hľadiska je možné mincu považovať za „malú“ (podľa zadania!) a brať ju ako hmotný bod.

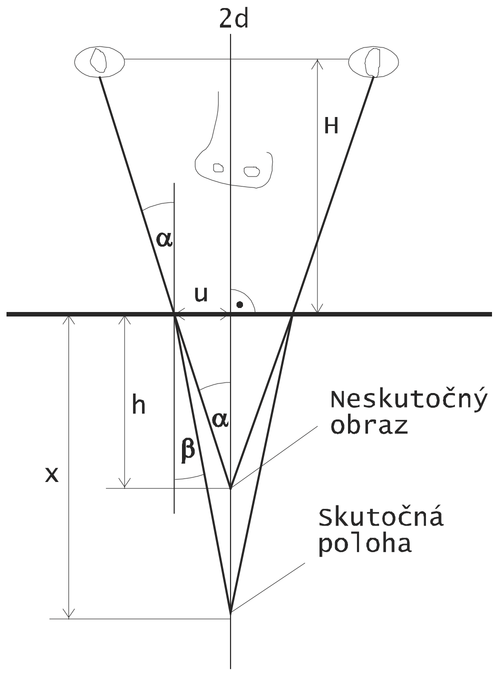
Ďalej tu vstupuje na scénu pozorovateľ - človek, ktorý sa na mincu pozerá (kolmo). Veľmi lákavé je si teraz povedať, že je to ako keby mal iba jedno oko, ktoré sa pozerá priamo (kolmo) na mincu (napr. pre jednookého piráta je to triviálna záležitosť) a riešiť ďalej iba tento prípad. Ale, pýtali ste sa niekedy „jednookého piráta“ ako vníma okolie svojimi očami? Skúste si spraviť malý experiment tak, že istý čas (malo by stačiť cca. 15 min.) sa budete pozerať iba jedným okom. Zistíte, že začnete vidieť iba dvojrozmerne, stratíte predstavu o tom čo je ako ďaleko od vás. Uvážením tohto faktu je chybné používať na určovanie hĺbky iba jedno oko (Ak si myslíte, že stačí, aby mala minca nejaký rozmer a z uhlovej veľkosti určíte jej vzdialenosť, ide principiálne o zlý postoj, pretože vaše oko by na sietnici potrebovalo nejaký dĺžkový etalón, podľa ktorého by porovnávalo zväčšenie či zmenšenie pozorovaného objektu).

O svetle vieme, že sa v rôznych prostrediach šíri rôznymi rýchlosťami (v závislosti od indexu lomu).V konečnom dôsledku to spôsobuje , že sa pri prechode medzi nimi láme podľa Snellovho zákona:

$$\sin\alpha . n_1 = \sin\beta . n_2 .$$

Takže keď pozorujeme mincu, vidíme ju v pôvodnom smere akou k nám svetlo dorazilo, ale vďaka tomuto lomu je v skutočnosti niekde inde.

Situácia je znázornená na obrázku ☺. Potom platia nasledujúce vzťahy:



$$u = \frac{h}{H+h} d \quad \text{(podobnosť)} \qquad (1)$$

$$tg\alpha = \frac{d}{H+h} \qquad (2) \quad , \quad tg\beta = \frac{u}{x} \ . \qquad (3)$$

Aby sme mohli vyjadriť neznámu dĺžku (u), potrebujeme ešte súvis medzi α a β. Na to využijeme už spomenutý zákon lomu, pričom platí, že index lomu svetla vo vzduchu je približne 1 a ten vo vode označíme n:

$$\sin\alpha = n \sin\beta . \qquad (4)$$

Bystrý pozorovateľ zbadá, že máme 4 rovnice o 4 neznámych.... ale sú tam aj nejaké sínusy a tangensy. Tie nám trošku znepríjemňujú život, ale ak si uvedomíme, že v skutočnosti sú uhly α a β malé ($d << H$) môžeme položiť:

$$\sin\alpha = tg\alpha \quad \text{a} \quad \sin\beta = tg\beta .$$

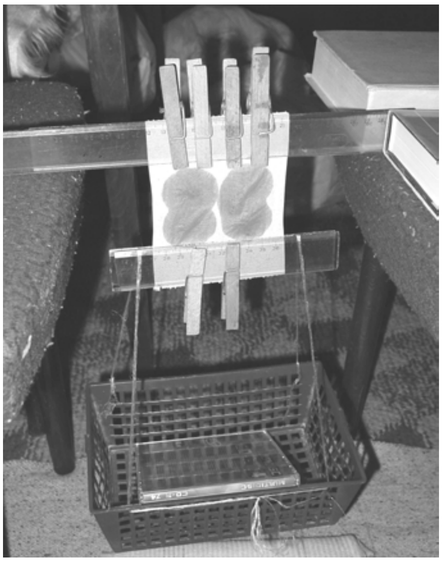
Po tejto úvahe už ľahko dôjdeme ku hľadanému výsledku:

$$x = h.n \ ,$$

kde n je index lomu vody.

A - 1.3 Mokrý mýval (opravoval Roman)

Odmerajte závislosť medze pevnosti toaletného papiera "Harmasan mýval" (alebo nejakého podobného) od množstva a rozmiestnenia vlhkosti v papieri - plošnej hustoty [g/cm^3]. Na navlhčenie papiera môžete použiť napr. injekčnú striekačku.



Na začiatok uvediem do poriadku "plošnú hustotu", ktorá nemá byť [g/cm^3] ale [g/cm^2]. V princípe je to však jedno. Meranie závislosti bolo určite náročné nielen po invenčnej, ale aj po psychickej stránke, takže poďme na to.

Treba zmerať závislosť medze pevnosti v ťahu papiera od plošnej hustoty vlhkosti. Medzu pevnosti definujeme ako podiel maximálnej sily F, pri ktorej sa materiál ešte nevratne nezdeformoval a prierezu S_P, na ktorý táto sila pôsobí $\sigma = F/S_P$.

Plošnú hustotu vlhkosti môžeme uvažovať buď ako podiel hmotnosti vody m obsiahnutej v prieréze S_k samotnej mokrej škvrny, alebo ako množstvo vody m obsiahnutej v prieréze celého útržku S, $ph = m/S$.

<u>Materiál a príprava experimentu</u>

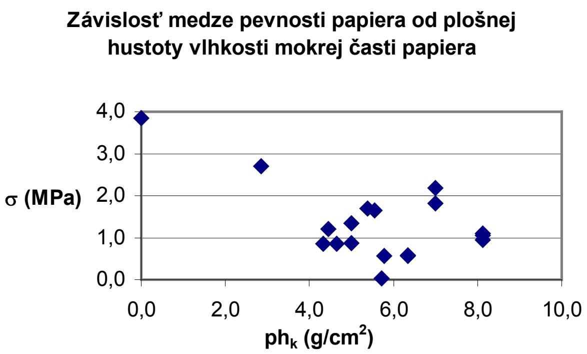
Jednotlivé útržky toaletného papiera Harmasan Mýval som upevnil na vrchnej aj spodnej strane medzi dve pravítka a zaistil štipcami na prádlo. Útržky som orientoval pozdĺžne. Pomocou kvapkadla od kvapiek do nosa som papier navlhčil príslušným množstvom vody a počkal som, kým sa voda dostatočne vpije do papiera. Následne som túto zostavu umiestnil medzi dve stoličky a zaťažoval. Ako závažie slúžili prázdne obaly od CD, ktoré som ukladal do košíka na ovocie, prípadne košíka na štipce, podľa množstva vlhkosti. viď obr.

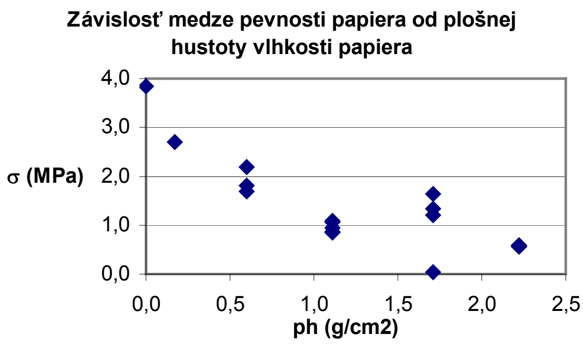
<u>Experiment</u>

- priemerné rozmery útržku som určil na 12,2 cm x 9,6 cm x 0,054 mm
- priemerná hmotnosť jednej kvapky 0,07 g bola určená ako priemer 115 kvapiek
- veľkosť vlhkej škvrny som približne meral pravítkom
- hmotnosť, ktorá spôsobila pretrhnutie útržku, som meral kuchynskými váhami s presnosťou 10 g, avšak táto presnosť nie je relevantná vzhľadom na hmotnosť jedného závažia - cca 70 g

Namerané hodnoty sú zobrazené v nasledovnej tabuľke a grafoch. Jednotlivé veličiny znamenajú:

m_z (g) – hmotnosť záťaže, pri ktorej sa pretrhol útržok; S_p (cm^2) – plocha prierezu papiera
m_k (g) – hmotnosť vody nakvapkanej na papier; S_k (cm^2) – plocha mokrej škvrny
S (cm^2) – plocha útržku; σ (MPa) – medza pevnosti v ťahu
ph_k (mg/cm^2) – plošná hustota vlhkosti mokrej časti papiera
ph (mg/cm^2) – plošná hustota vlhkosti papiera





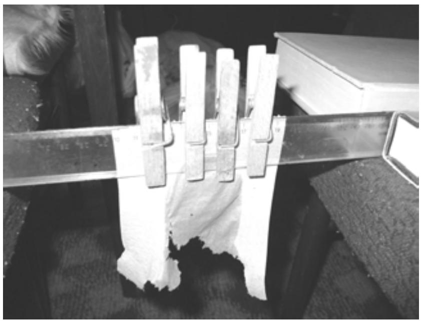
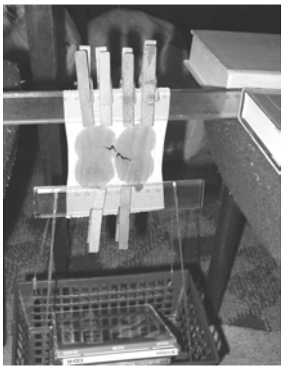
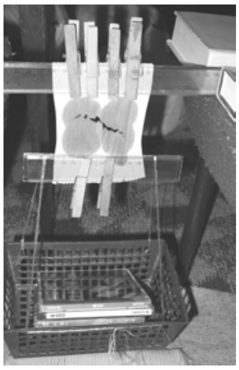
kvapky	m_z (g)	S_p (cm^2)	m_k (g)	S_k (cm^2)	S (cm^2)	ph_k (mg/cm2)	ph (mg/cm2)	σ (Mpa)	pozorovania
	1160	0.052	0.07	10	117	7.0	0.6	2.2	
1 v strede	900	0.052	0.07	13	117	5.4	0.6	1.7	trhá sa v strede
	960	0.052	0.07	10	117	7.0	0.6	1.8	
	500	0.052	0.13	16	117	8.1	1.1	0.94	
2 v strede	580	0.052	0.13	16	117	8.1	1.1	1.1	trhá sa v strede
	560	0.052	0.13	16	117	8.1	1.1	1.1	
	870	0.052	0.2	36	117	5.6	1.7	1.6	trhá sa na
3 nad sebou	640	0.052	0.2	45	117	4.4	1.7	1.2	viacerých miestach
	710	0.052	0.2	40	117	5.0	1.7	1.3	naraz
	450	0.052	0.13	30	117	4.3	1.1	0.85	
2 vedľa seba	460	0.052	0.13	26	117	5.0	1.1	0.87	trhá sa zrazu
	450	0.052	0.13	28	117	4.6	1.1	0.85	
3 vedľa seba - pás	20	0.052	0.2	35	117	5.7	1.7	0.038	
	300	0.052	0.26	41	117	6.3	2.2	0.57	
2 x 2	310	0.052	0.26	41	117	6.3	2.2	0.58	
	300	0.052	0.26	45	117	5.8	2.2	0.57	
10 x 8 malých	1430	0.052	0.02	7	117	2.9	0.2	2.7	trhá sa v mieste
0	2040	0.052	0	0	117	0.0	0.0	3.8	upevnenia

<u>Diskusia</u>

Namerané hodnoty zobrazené v prvej závislosti sú rozptýlené relatívne blízko seba. Z toho príliš veľa informácií nezískame. Avšak evidentne vidieť, že pri namočení papiera výrazne klesne jeho medza pevnosti v ťahu.

V druhej závislosti sú namerané hodnoty dobre separované. Ukazujú, že čím je škvrna širšia, tým prudšie klesá pevnosť. Útržok, ktorý bol navlhčený po celej šírke, sa mi pretrhol iba pôsobením samotného úchytného zariadenia (pravítka so štipcami). Podľa nameraných hodnôt možno povedať, že pevnosť výrazne klesá rozširovaním mokrej škvrny, čo je rozumné predpokladať vzhľadom na to, že pevnosť mokrého papiera je asi o dva rády menšia ako suchého. Tu akoby sme pôsobili iba na suchú časť papiera. Pri rovnakej šírke mokrej škvrny pevnosť mierne klesá zväčšením škvrny vo zvislom smere (porovnajte 3 zvislo nad sebou a 1 v strede, prípadne 2 v strede, 2 vedľa seba a 2 x 2).

<u>Ilustračné zábery</u>

<u>Starý a možno aj vtip na záver</u>

V USA testujú nový prototyp lietadla, ale stále sa im pri štarte ulomí krídlo. Vypíšu teda konkurz, komu sa podarí problém vyriešiť. Po mnohých neúspešných pokusoch sa prihlási aj istý slovenský inžinier. Príde k lietadlu a opýta sa: „Kde sa to trhá?“ Amíci mu ukážu. Chlapík zoberie vŕtačku a navŕta okolo kopec dier. Lietadlo sa rozbehne, vyletí, krídlo vydržalo. Pýtajú sa ho... Ing. odvetí: „Viete, ja pracujem v papierňach, my vyrábame toaletný papier. A máme dlhoročnú skúsenosť, že sa papier nikdy neutrhne tam, kde je predierkovaný...“

A - 1.4 Kváder v kvádri (opravoval Stano)

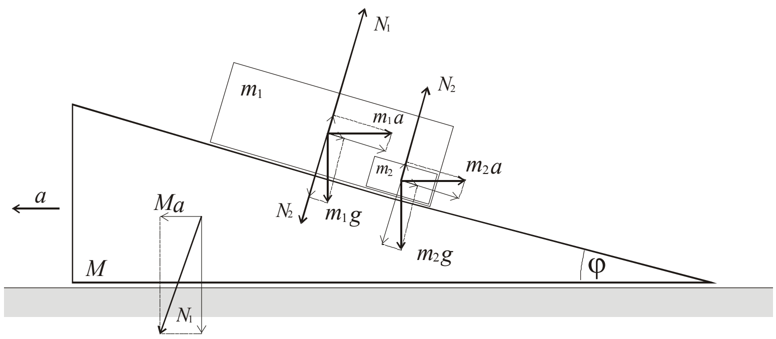
Na naklonenej rovine je dutý kváder hmotnosti m_1 a v ňom malý kvádrik hmotnosti m_2 (pozri obrázok). Naklonená rovina má sklon φ a hmotnosť M, trenie medzi všetkými zúčastnenými telesami je nulové. Sústavu držíme nehybnú, po uvoľnení sa dá do pohybu. Aké zrýchlenie má malý kvádrik vzhľadom na:

a) naklonenú rovinu *b) veľký kváder*

Na úvod treba zdôrazniť zadanie a totiž, že trenie medzi všetkými zúčastnenými telesami je nulové. Takže aj medzi podložkou a naklonenou rovinou. Preto sa po uvoľnení kvádra m_1 začne pohybovať aj naklonená rovina (vzhľadom na podložku).

Keď totiž máme izolovanú sústavu, ktorá je v pokoji, čiže hybnosť jej ťažiska je nulová a jedna jej časť sa začne pohybovať, musí sa v tom istom okamihu pohnúť opačným smerom iná jej časť, aby výsledná hybnosť bola opäť nulová. Alebo ak chcete, ak sa ťažisko celej sústavy nepohybovalo predtým, nesmie sa ani potom. Čo vyplýva zo zák. zachovania energie.

Táto úloha sa dá riešiť rôznymi spôsobmi. Snáď najvýhodnejší je prechod do neinerciálnej sústavy. Čiže situáciu budeme pozorovať vzhľadom na pozorovateľa, ktorý sedí na naklonenej rovine. Je to výhodné napríklad preto, lebo chceme určiť zrýchlenie malého kvádrika vzhľadom na naklonenú rovinu. Čiže zrýchlenie, ktoré vníma náš pozorovateľ. Táto sústava je však neinerciálna, lebo naklonená rovina sa pohybuje so zrýchlením a. A teda na každý kvádrik pôsobí naviac zotrvačná sila $F_a = -$ *hmotnosť* $\times\, a$ (mínus znamená, že pôsobí opačným smerom ako zrýchlenie naklonenej roviny). Keby tam naozaj sedel nejaký pozorovateľ, cítil by sa ako v rozbiehajúcom sa autobuse, lebo by naňho tiež pôsobila zotrvačná sila.



Predpokladajme teda, že sa naklonená rovina už pohybuje so zrýchlením a (pozri obr.). Na malý kvádrik pôsobia teda tri sily: tiažová sila, zotrvačná sila a sila reakcie podložky (v tomto prípade je to veľký kváder). Reakcia podložky je taká veľká, aby presne vyvážila zložky síl tiaže a zotrvačnej sily kolmé na naklonenú rovinu. Lebo kvádrik ani nepodskakuje, ani sa nezavŕtava do podložky. Potom je preň reakcia podložky rovná:

$$N_2 = m_2 g\cos\varphi - m_2 a\sin\varphi \qquad (1)$$

Pri počítaní reakcie podložky pre veľký kváder si treba uvedomiť, že navyše naň tlačí malý kvádrik silou N_2 (čo vyplýva zo zákona akcie a reakcie) A teda:

$$N_1 = N_2 + m_1 g\cos\varphi + m_1 a\sin\varphi \qquad (2)$$

Ako malý kvádrik pôsobí na veľký kváder silou N_2, tak pôsobí veľký kváder na naklonenú rovinu silou N_1. Jej vodorovná zložka udeľuje naklonenej rovine práve zrýchlenie a. Čiže:

$$Ma = N_1\sin\varphi \qquad (3)$$

Teraz (1) dosadíme do (2) a to dosadíme do (3). Po pár úpravách vyjadríme zrýchlenie a:

$$a = g\cos\varphi\sin\varphi\frac{m_1 + m_2}{M + (m_1 + m_2)\sin^2\varphi} \qquad (4)$$

Urýchľovanie oboch kvádrov spôsobuje len gravitačná sila a sila zotrvačnosti. Presnejšie ich zložky. Takže:

$$m_1 a_1 = m_1 g \sin\varphi + m_1 a \cos\varphi$$

$$m_2 a_2 = m_2 g \sin\varphi + m_2 a \cos\varphi$$

Ako vidíme, hmotnosti v oboch rovniciach vypadnú, čiže zrýchlenia oboch kvádrov sú rovnaké $a_1 = a_2$. A teda zrýchlenie malého kvádrika vzhľadom na veľký kváder je nulové. Na získanie zrýchlenia malého kvádra vzhľadom na naklonenú rovinu dosadíme do vzťahu (4):

$$a_2 = g \sin\varphi \frac{M + m_1 + m_2}{M + (m_1 + m_2)\sin^2\varphi}$$

Nakoniec už len malá rada. Vždy, keď dostanete nejaký výsledok, snažte sa ho preveriť pre krajné prípady, v ktorých výsledok poznáme, lebo je triviálny. Napríklad v našom prípade je každému jasné, že ak by bol uhol naklonenej roviny nulový, nebude sa nič pohybovať. Alebo ak by bol uhol 90°, budú kvádre padať zrýchlením g. V oboch prípadoch sedia tieto tvrdenia s naším výsledným vzorcom (stačí tam dosadiť $\varphi = 0°$ alebo $\varphi = 90°$).
Ak by sme teda dostali výsledok:

$$a_2 = (M + m_1 + m_2) \frac{\sin\varphi \cos\varphi}{M + (m_1 + m_2)\cos^2\varphi} g ,$$

znamenalo by to, že pri $\varphi = 90°$ je výsledné zrýchlenie $a = 0\ \mathrm{ms}^{-2}$, čo je zjavná blbosť.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 1. sérii letného semestra 18. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	☠	Σ
1.	Závodný	Jakub	se.	G BA Grösslingova	5.0	5.0	5.0	4.0		19.29
2.	Neilinger	Pavol	3 A	G Dunajská Streda	5.0	3.5	5.0	2.0		16.55
3.	Smrek	Ján	ok. N	1SG BA Bajkalská	5.0	5.0	5.0	1.5		16.50
4.	Batmendijnová	Zuzana	se.	G T. Vansovej	3.0	3.5	4.7	5.0	-1	16.12
5.	Baník	Dušan	3 A	G Poprad Popr. nábr.	3.5	3.5	4.7	3.0		15.87
6.	Štolc	Miroslav	se.	G Nitra Párovská	5.0	3.5	5.0	0.5		15.26
7.	Maták	Peter	3 E	G VBN Prievidza	5.0	3.5	–	5.0		14.82
8.	Burger	Michal	se.	G BA Grösslingova	4.5	3.5	–	5.0		14.37
9.	Svrček	Matúš	se.	G Terézie Vansovej	3.8	3.5	4.0	1.5		14.18
10.	Zalom	Peter	4 G	G Poprad Tatarku	5.0	3.5	5.0	0.5		14.00
11.	Fialka	Vlado	3 E	G K2 Prešov	3.8	3.5	4.5	0.5		13.72
	Kvašnáková	Katka	3 E	G K2 Prešov	3.8	3.5	4.5	0.5		13.72
13.	Tekel	Juraj	ok.	G M.M. Hodžu	5.0	3.5	4.0	1.0		13.50
14.	Brutovská	Eva	se.	G Kežmarok	1.0	5.0	4.0	1.5		12.97
	Kysel	Róbert	3 A	G BB Š. Moyzesa	2.5	3.5	5.0	0.5		12.97
16.	Šoltésová	Mária	3 B	G BA Grösslingova	3.0	3.5	4.0	–		12.00
17.	Trubenová	Barbora	3 A	G BA J. Hronca	1.0	4.0	4.0	1.0		11.50
18.	Budáčová	Hana	3 C	G BST Lučenec	1.0	3.5	4.5	0.5		11.00
19.	Mikulík	Andrej	3 B	G BA Grösslingova	1.0	3.5	4.0	–		9.97
20.	Žák	Vladimír	3 A	G LS Bardejov	4.5	3.5	1.0	0.0	-1	9.49
21.	Lauko	Martin	se. A	G JL Martin	1.5	1.5	4.5	0.5		9.44
22.	Dzetkulič	Michal	2 A	G PH Michalovce	4.0	3.5	–	–		8.91
23.	Potočková	Zuzana	se.	G Liptovský Mikuláš	–	5.0	–	2.0		8.37
24.	Molčány	Michal	3 E	SPŠE BA K.Adlera	3.8	–	–	1.0		5.89
25.	Majorošová	Gabriela	3 A	G Veľké Kapušany	–	4.9	1.0	0.0	-2	5.15
26.	Čajka	Jozef	3 A	G Spišská Stará Ves	1.0	1.0	1.5	0.5		4.96
27.	Krššák	Martin	se. A	G Piaristické Nitra	1.0	3.5	3.0	0.0	-4	4.91
28.	Feketeová	Erika	3 A	G Veľké Kapušany	1.0	0.5	1.0	–		3.16
29.	Santusová	Iva	3 C	G VPT Martin	0.0	0.5	1.5	0.0		2.54
30.	Naď	Miroslav	3 A	G Veľké Kapušany	0.5	1.0	1.5	0.0	-2	1.77
31.	Lakatoš	Pavol	3 A	G Veľké Kapušany	0.0	0.5	1.0	1.0	-6	-2.84