FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
B – kategória (mladší)
18. ročník
zimný semester
školský rok 2002/2003

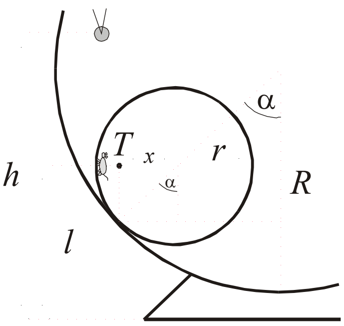
www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

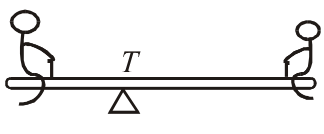
B – 3.1 Myš(ka) (opravoval Stano)

Vo vnútri upevneného valca je menší valec (so zanedbateľnou hmotnosťou) a v ňom Myš(ka). Ako každá myš, aj tá naša vie veľmi rýchlo utekať. Vďaka jej ostrým pazúrikom dokáže roztočiť malý valec, ktorý sa potom pohybuje po stene väčšieho. Šmykové trenie medzi valcami je veľmi veľké. Jej dobrí priatelia zvyknú do valca zavesiť nejaké to papanie (niekam do výšky h = R/5). Zistite, akú najmenšiu hodnotu musí mať hmotnosť vnútorného valca m, aby mala Myš(ka) šancu najesť sa – teda dostať sa do výšky h nad podložkou. Polomer vnútorného valca je R/3. Hmotnosť Myšky je M, na stene malého valca sa pritom dokáže udržať maximálne vo zvislej polohe (nevie teda sedieť na jeho hornej polovici).

Mnohým z vás sa nepozdávalo zadanie tohto príkladu a svoju nespokojnosť ste aj patrične vyjadrili vo svojich riešeniach. Keď sa naň však človek pozrie bližšie zistí, ... že tomu naozaj tak je. Toto zadanie bolo naozaj zlé. Hmotnosť malého valca ste skutočne nemali zanedbávať (na čo väčšina z vás prišla), ale čo je najhoršie jedlo nemalo byť vo výške 1/5 *R* ale vo výške 6/5 *R* (vskutku nešťastný preklep ☹). Riešenie úlohy sa potom rapídne zmení, čo nakoniec uznáte sami. Čo sa týka obrázku ani ten nie je na tom najlepšie, nesedí ani jeden pomer výšok. Prihliadnuc na toto všetko sa vám všetkým ospravedlňujeme. Hlavne tým čo strávili bezsenné noci nad naším „nie príliš podareným“ zadaním ☺. Čo dodať. Snáď už len vzorové riešenie, ak nezanedbávame hmotnosť malého valca, ak je jedlo vo výške $h = 6/5\ R$ a ak sa nenecháme obalamutiť obrázkom.



Na celý problém sa dá pozerať dvomi spôsobmi. Prvý spôsob vychádza z toho, že máme lenivú dobre kŕmenú a tým pádom aj málo pohyblivú myšku. Naša myška (ako bolo v zadaní správne napísané), sa môže udržať nanajvýš na kolmej stene, teda v malom valci sa dostane najviac do výšky jeho polomeru. Takže keď sa myška presunie ku kraju valca, ten sa pod jej váhou otočí vo veľkom valci tak, aby spoločné ťažisko *T* malého valca a myšky bolo presne nad bodom dotyku malého a veľkého valca (pozri obr.).



Je to presne analogická situácia ako s hojdačkou. Ťažší Jano si sadne na jeden koniec a ľahší Janko na druhý, ak chceme aby sa hojdačka nenakláňala, musíme ju podoprieť bližšie k Janovi. Presnejšie pod ich spoločné ťažisko.

S našou myškou je to teda to isté. Ak je myš veľmi ťažká, alebo malý valec veľmi ľahký, bude ich ťažisko takmer v ťažisku myšky. A tým akoby myška malý valec vôbec necítila. Naopak ak bude myška veľmi ľahká, alebo malý valec veľmi ťažký, bude ich ťažisko takmer v ťažisku malého valca. A nech sa naša myška snaží akokoľvek, s malým valcom to nepohne.

Pozrime sa teraz do akej výšky l sa dostane naša myška. Ak si dobre pozriete obrázok, hneď zistíte, že to je: $(R - R \cos \alpha) + r \cos \alpha = l$. Ak uvážime, že $r = R/3$, tak po malom trápení dostaneme: $3/2 (1 - l/R) = \cos \alpha$.

Uhol α závisí od hmotností malého valca a myšky. Ak sa však lepšie pozrieme na posledný vzťah, zistíme, že výška l, do ktorej sa naša myška dostane, nemôže byť väčšia ako polomer veľkého valca, lebo kosínus uhla α nemôže byť záporný, ak je α od 0 do 90 stupňov. Teda ak zavesíme jedlo do výšky 6/5 R, myška ho nemôže dosiahnuť.

To je však len v prípade, že je veľmi málo pohyblivá. Ak je vyšportovaná a vie rýchlo utekať, môže sa jej to podariť. Tu sa dostávame k druhému pohľadu na celé riešenie. Myška sa môže vyštverať do nejakej výšky horeuvedeným spôsobom a potom môže rýchlo utekať na opačný koniec veľkého valca. Tým dodá valcu nejakú dodatočnú energiu, pomocou ktorej sa valec dostane do väčšej výšky ako v statickom prípade. Ak má myška dostatočný výkon, môže dostať valec do ľubovolnej výšky. V podstate môže šikovná myška valček rozkmitať až k úplnému loopingu. Tu treba dodať, že vďaka veľkému šmykovému treniu sa môže malý valec točiť ľubovoľne rýchlo, bez prešmykovania.

Niektorí z vás sa pozastavovali nad faktom, že nie je jedno, či bude jedlo zavesené vo výške h pri kraji veľkého valca alebo bližšie ku stredu. Na to sme pravdaže pri zadávaní nemysleli. Ak však berieme do úvahy aj túto možnosť, je zjavné, že v prípade málo pohyblivej myšky sa môže stať, že sa síce myška dostane do požadovanej výšky, ale k jedlu ešte nie. Ak je však dostatočne pohyblivá, môže sa dostať na ľubovolné miesto. Stačí ak rozhýbe malý valec správnou rýchlosťou a potom sa šikmým vrhom dostane kam chce. To sú však už veľmi extrémne úvahy.

Nakoniec už len pár slov k bodovaniu. Bodovala sa v podstate každá dobrá myšlienka. Ak ste teda nejako pochopili zadanie a potom ste ho vyriešili, zobral som to ako dobré riešenie. Jediné čo som nebral do úvahy, je odpoveď typu: *V zadaní je napísané, že hmotnosť valca je zanedbateľná, a teda niet čo počítať.* Ste predsa dostatočne inteligentní na to, aby ste pochopili, že sa niekto pomýlil a že to tak nemohlo byť myslené. Celkovo však riešenia dopadli dobre. Ak sa už niekto pustil do riešenia (nech pochopil zadanie ľubovoľným spôsobom), viac či menej ho vyriešil správne.

B – 3.2 Ďalekohľad (opravoval Cyril)

Ak pri ceste autom na mieste spolujazdca pozorujete cestu pred sebou ďalekohľadom, zdá sa vám, že cesta pred vami ubieha oveľa pomalšie. Vypočítajte, koľkokrát sa cesta „spomalí“ v závislosti od parametrov ďalekohľadu.

Tento príklad vám celkom išiel, aj keď som to veľmi nečakal. Aby však zostal vlk sýty aj koza celá, uvediem dve riešenia tohto príkladu. Pri jednom využijem svoj sedliacky rozum a pri druhom fyziku (optiku). Keďže som sedliak už od pätnástich a sedliacky rozum mám fajne vyvinutý, vyjde to dobre oboma riešeniami. Ta podzme na to:

Sedliacky:

Majme ďalekohľad, ktorý zväčšuje obraz napr. 10-krát. Je to v podstate to isté, ako keby sa obraz 10-krát priblížil a nezmenil svoju veľkosť. Možno sa vám to nezdá, ale váš mozog to tak vyhodnotí. Takže ak ideme v aute a sledujeme napríklad strom, ktorý je 100 metrov ďaleko, nám sa vidí, že je len 10 metrov ďaleko. Pri bežných rýchlostiach auta (okolo 20 ms^{-1}, teda 72 $km.h^{-1}$) minieme strom za 5 s. Všetko sa zdá v poriadku až na to, že pri pohľade ďalekohľadom sme "prešli" len 10 m a teda naša rýchlosť "je" 2 ms^{-1} (10/5) teda 7,2 $km.h^{-1}$, čo je rýchlosť takej rýchlejšej chôdze a z pochopiteľných dôvodov je to presne 10-krát menej ako skutočná rýchlosť. Teda ak ďalekohľad zväčšuje n-krát, všetky rýchlosti, ktoré majú smer nášho pohľadu (alebo opačný, t.j. idú priamo k nám alebo priamo od nás) sú n-krát menšie. Samozrejme, že tento výsledok nezávisí od konkrétnej vzdialenosti stromu alebo rýchlosti

auta. To sme len využili, že sedliacky rozum pracuje vždy s konkrétnymi číslami a všeobecné výsledky dosiahne sedliackou indukciou, ktorú snáď každý sedliak volá nesprávne *dedukcia*.
Fyzikálne:
V skutočnosti ďalekohľad veci n-krát zmenšuje a n^2-krát približuje, čo v konečnom dôsledku zväčší n-krát uhol, pod ktorým predmety pozorujeme (teda tangens tohto uhla, ale rátame s malými uhlami, takže je to jedno). Toto uhlové zväčšenie, ktoré sa udáva na ďalekohľade ako prvé z dvoch čísel (napr. 8×22), náš mozog vníma ako priblíženie predmetu n-krát. Teda predmet, ktorý je vo vzdialenosti s my vnímame vo vzdialenosti s/n. A ak sa k tomuto predmetu približujeme rýchlosťou v minieme ho za čas

$$t = \frac{s}{v},$$

ale pri pohľade ďalekohľadom sa nám zdá, že dráha je len s/n, čas sa nezmenil, teda rýchlosť sa nám musí zdať

$$v = \frac{s}{nt} = \frac{v}{n}.$$

Teda rýchlosť auta sa pri pohľade ďalekohľadom „spomalí“ n-krát. Vyšlo to rovnako, koniec!

B – 3.3 Jupiter (opravovala Rebro)

Verte – neverte, v okamihu, keď sa Jupiter pri pohľade zo Zeme na oblohe bude javiť presne oproti Slnku, sa stane strašná vec. Zmizne Slnko i všetky planéty okrem Zeme a Jupitera. Zem si bude musieť nájsť novú dráhu, po ktorej môže obiehať. V ohnisku tejto novej dráhy bude Jupiter. Aký dlhý bude náš „nový rok“?

Tak milí moji, tu je vzorák, ktorý som väčšine z vás spomínala v ich riešení. Na úvod, pre niektorých z vás bol trošku problém určiť postavenie planét v tom osudnom okamihu. Predstavte si, že ste Malý princ a stojíte na svojej maličkej planéte, pozriete sa doľava a tam uvidíte Jupiter, pozriete doprava a tam Slnko. A teda okamih spomínaný v zadaní nastane, keď Jupiter, Zem a Slnko bude v jednej priamke, v tomto poradí.

Popíšme si teraz, čo všetko vieme vyčítať z tabuliek. Poznáme hmotnosti Slnka, Jupitera i Zeme. Vieme, že priemerná vzdialenosť Zeme od Slnka je 1 AU = 149597870 km, priemerná vzdialenosť Jupitera od Slnka je 5,2 AU, a teda vzdialenosť Zeme od Jupitera v tom našom osudnom okamihu bude 5,2 AU – 1 AU = 4,2 AU. Priemerná obežná rýchlosť Zeme okolo Slnka je 30 km/s. Priemerná obežná rýchlosť Jupitera okolo Slnka je 13 km/s. Tieto si môžeme vypočítať napríklad takto: planéty obiehajú okolo Slnka po elipsách málo odlišných od kružníc, v podstate môžeme ich dráhy považovať za kružnice. Vieme polomer kružnice, obežnú dobu (z tabuliek), $v = 2\pi r / T$.

Tak a teraz necháme Slnko zmiznúť, čáry, máry a už ho niet. Máme len Jupiter a Zem. V tom okamihu bude rýchlosť Zeme i Jupitera mať rovnaký smer, prenesieme sa do sústavy Jupitera, Jupiter bude akokeby stáť a Zem sa vzhľadom naň bude pohybovať rýchlosťou v_1 = 30 km/s – 13 km/s = 17 km/s. Väčšina z vás si povedala: „Nuž platí prvý Keplerov zákon, ktorý som už vyššie spomínala, tak si poviem, nejak sa to utrasie a Zem začne krúžiť okolo Jupitera.“ Ale vo vesmíre sa nič len tak samo od seba neutriasa. Prečo by inak kozmonauti v beztiažovom stave len tak poletovali a každá vec, do ktorej len jemne ťuknú, letela pekne krásne v danom smere a nezastavila sa? Ak by sa teraz Zem mala pohybovať okolo Jupitera po kruhovej dráhe muselo by platiť:

$$F_{od} = F_G \quad \text{t.j.} \quad \frac{M_Z v_1^2}{r_{ZJ}} = \mathrm{G}\frac{M_Z M_J}{r_{ZJ}^2}, \tag{1}$$

kde r_{ZJ} je vzdialenosť Zeme od Jupiter a G je gravitačná konštanta, známa ako kapa. Ale ak si dosadíme číselné hodnoty, zistíme, že rovnať sa to určite nerovná. Mnohí z vás rýchlosť nemenili, ale povedali si, že tá vzdialenosť Jupiter-Zem sa časom upraví, tak vyššie spomínaný vzorec platil. Ale to nemožno, vo vesmíre sa nič neutriasa.

Tak, po kružnici to nebude. Pozrime sa bližšie na ďalšie Keplerove zákony. Prvý zákon hovorí, že planéty sa pohybujú po elipsách, málo odlišných od kružníc. Ale tie kružnice súvisia s tým, že Slnko je oveľa, oveľa hmotnejšie ako ostatné planéty. Jupiter je len 317,9-krát hmotnejší ako Zem, a tým pádom elipsa prestane byť celkom slušná kružnica a stane sa obyčajnou elipsou. Druhý Keplerov zákon hovorí, že tzv. plošná rýchlosť je konštantná, resp. plocha opísaná sprievodičom za jednotkový čas je konštantná. Zvolím si dva význačné body, analogicky s pohybom Zeme okolo Slnka ich nazvem perijupiterium a aféjupiterium, t.j. najvzdialenejší a najbližší bod k Jupiteru, ktorý sa nachádza v ohnisku dráhy. Obrázok nenakreslím, veď ste ho určite už všetci videli. Sú tam dva skoro trojuholníky s rovnakým obsahom (nasledujúce vzorčeky by mali byť podelené dvojkou).

$$s_1 \cdot d_1 = s_2 \cdot d_2 \qquad \text{a} \qquad v_1 \cdot t \cdot d_1 = v_2 \cdot t \cdot d_2, \tag{2}$$

kde s_1, s_2 sú prejdené dráhy, d_1, d_2 sú vzdialenosti spomínaných bodov od ohniska, v ktorom je Jupiter, pričom $d_1 = r_{ZJ}$.

A ešte môžeme použiť zákon zachovania energie, lebo ani vo vesmíre sa energia nestráca. Celková energia Zeme v perijupiteriu sa rovná celkovej energii v aféjupiteriu. A teda:

$$\frac{1}{2} M_Z v_1^2 - \mathrm{G}\frac{M_Z M_J}{d_1} = \frac{1}{2} M_Z v_2^2 - \mathrm{G}\frac{M_Z M_J}{d_2}. \tag{3}$$

Keď si z 2. Keplerovho zákona vyjadrím, že $v_2 = v_1 \cdot d_1 / d_2$ a dosadím do Zz energie a trocha sa pohrám, čo nechám na vás, dostanem dva korene, t.j. dva body na elipse. Jedným je $d_1 = d_2$ (bod, v ktorom sa nachádza Zem v osudnom okamihu) a druhý bude

$$d_2 = \frac{d_1}{\dfrac{2\mathrm{G}M_J}{d_1 v_1^2} - 1}. \tag{4}$$

Dosaďte si číselné hodnoty a zistíte, že menovateľ v zlomku je záporný. Tým pádom d_2 je záporné a to je divné, vzdialenosti poznáme len kladné. Čo teraz? Kdesi je zrada. Nevyzerá to ani na elipsu.

Poďme sa pozrieť na to kdesi. Vypočítajme si kinetickú a potenciálnu energiu Zeme v sústave Jupitera v osudnom okamihu, keď Slnko zmizne.

$$E_k = \frac{1}{2} M_Z v_1^2 = 8.6 \cdot 10^{32} \qquad\qquad E_p = \mathrm{G}\frac{M_Z M_J}{r_{ZJ}} = 1.2 \cdot 10^{30}$$

Zem má teda stokrát väčšiu energiu kinetickú než energiu potenciálnu. Čo to znamená ? Nuž ak má teleso v radiálnom gravitačnom poli iného (väčšieho) telesa (nazvime ho tyran) $E_p > E_k$ a kinetická energia nie je nulová, bude teleso obiehať okolo väčšieho po kružnici abo elipse. Ak sa energie rovnajú bude sa naše teleso od tyrana vzďaľovať po parabolickej dráhe až nakoniec zastane a zostane stáť, ak samozrejme cestou nenatrafí na nového tyrana. No a keď je $E_p < E_k$, teleso od tyrana uletí po hyperbolickej dráhe až.....to slovo znie hrozne, ale až do nekonečna. A to je náš prípad. Rýchlosť Zeme, t.j. jej kinetická energia je príliš veľká vzhľadom na potenciálnu energiu, resp. silu akou ju môže pútať Jupiter. Mnohí z vás si povedali, že Zem si ponechá svoju rýchlosť, zmení len nejako vzdialenosť od Jupitera, tak aby sedel vzťah (1). Ale to nejako nefunguje, Zem sa nezastaví, neporozmýšľa, čo teraz, proste si to namieri kam ju srdce ťahá, či skôr kam ju fyzikálne zákony ťahajú.

A ešte pár slov k 3. Keplerovmu zákonu. T^2 / a^3 je konštanta len dovtedy, kým sa nezmení centrálne teleso, okolo ktorého všetci ostatní obiehajú. Keď si dáte dokopy vzťah (1), zanedbáte, že pohyb telies je eliptický a budete sa tváriť, že je kruhový, t.j. veľkosť hlavnej poloosi je vlastne veľkosť polomeru kružnice $a = r$ a obežná doba bude $T = 2\pi r / v$ kde v je obežná rýchlosť, dostaneme 3. Keplerov zákon

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\mathrm{G}M_c},$$

kde M_c je hmotnosť centrálneho telesa, nie vždy je to naše Slniečko.

A nakoniec – trojčlenka je *fajn*, ale spústa vecí vo fyzike nezávisí od seba lineárne, a teda nedá sa počítať trojčlenkou.

B – 3.4 Hrebeň (opravovala Lucia)

Nejakým vhodným spôsobom zelektrizujte hrebeň. Ak si teraz pustíte vodu (tak aby tiekla čo najtenším súvislým prúdom) a priblížite k nej už zelektrizovaný hrebeň, prúd vody sa vychýli. Napíšte prečo, a ktorým smerom. Aké problémy by vznikli, keby ste chceli z odklonenia prúdu vypočítať náboj na hrebeni? Ako by sa dali tieto problémy odstrániť?

Na začiatok by som spomenula pár slov smerom k vašim riešeniam. Páčilo sa mi, že ste sa pokúšali experimentovať s hrebeňom a vlasmi. A naozaj ste písali to, čo sa vám podarilo vidieť. Avšak trošku ma mrzí, že tých nameraných údajov až tak veľa nebolo. Napríklad ste písali o tom, ako ťažko je vzdialenosť hrebeňa od prúdu vody zmerať. Ja som to skúšala s trojuholníkovým pravítkom a celkom sa mi darilo. Bolo pekné, že ste sa zamýšľali aj nad vecami, ktoré mohli mať vplyv na vychýlenie tečúcej vody. Príkladom sú začiatočná rýchlosť vody z kohútika alebo rôzne prímesi (napríklad chlór), ktoré voda obsahuje. Poďme sa teda na všetko pozrieť spolu.

Aby sme vedeli, čo s čím súvisí, rozoberme si najprv to tajuplné pôsobenie voda – hrebeň. Aj ja som si na začiatok pekne učesala vlasy. Tým som z nich vlastne nejaké elektróny preniesla na hrebeň a nabila ho záporne. Voľný záporný náboj sa po ňom mohol voľne hýbať. A ako to bolo s vodou? Vodu si môžeme predstaviť ako molekulu H_2O, kde kyslík má z dvoch strán naviazaný vodík, vodíky medzi sebou zvierajú uhol cca 104°, v priestore. (Údaj beriem od jedného riešiteľa, Janka.) Nakreslite si molekulu ako tri guličky pri sebe, jednu väčšiu a dve menšie. Určite si všimnete, že molekula má časť, v ktorej prevažuje kyslík a časť, v ktorej vyčnievajú vodíky. Vodíky svoj jediný elektrón poskytujú kyslíku, preto na tej vyčnievajúcej časti majú prevažne kladný náboj (od jadra). Kyslík elektróny od vodíkov prijíma, preto má náboj záporný. Keď je molekula ďaleko od hrebeňa, pôsobenie od oboch nábojov v nej sa vyrovná a navonok sa javí ako neutrálna. Keď však priblížime hrebeň k vode, molekuly vody sa natočia tak, že ich kladná časť (a teda vodíky) budú smerovať k záporne nabitému hrebeňu. Ako už iste tušíte, dve nesúhlasne nabité telesá sa priťahujú. A preto sa aj prúd vody natáča smerom k hrebeňu. Javu natáčaniu sa molekuly v elektrickom poli hovoríme polarizácia.

Poďme si teraz ukázať, aká veľká je asi elektrická sila, ktorá medzi hrebeňom a vodou pôsobí. Okrem príťažlivej sily medzi nábojom hrebeňa a vodíkmi pôsobí aj odpudivá sila medzi hrebeňom a kyslíkom, ktorá príťažlivé pôsobenie oslabuje! Preto výsledná elektrická sila pôsobiaca na jednu molekulu vody je

$$F_e = kQ\,(2e/r^2 - 2e/(r+d)^2)$$

Vo vzorci je Q náboj hrebeňa, r je vzdialenosť hrebeňa od vody, d je vzdialenosť, o ktorú je záporný náboj kyslíka posunutý oproti kladnému náboju vodíka, $d \approx 10^{-10}$ m (taká veľká je asi molekula), elementárny náboj $e = 1{,}6.10^{-19}$ C, $k = 9.10^9\ \mathrm{Nm^2C^{-2}}$. Na prúd vody pôsobí aj gravitačná sila. Tá na jednu molekulu s hmotnosťou $m_0 = 3{,}10^{-26}$ kg je

$$F_g = m_0 g.$$

Medzi oboma silami platí $F_e = F_g \,\mathrm{tg}\alpha$, kde α je uhol, pod ktorým tečie voda. Treba si ale dať pozor, že počiatočná rýchlosť vody z kohútika nemusí byť nulová. Preto na začiatku vidieť skôr oblúčik, pod ktorým sa stočí prúd.

Našim cieľom bolo odhadnúť náboj Q na hrebeni. Preň z predošlých vzťahov máme

$$Q = \frac{m_0 g}{2ek}\frac{r^2(r+d)^2}{d(2r+d)}\mathrm{tg}\alpha = \frac{m_0 g}{2ek}\frac{r^3}{2d}\mathrm{tg}\alpha = 5{,}1.10^{-7} r^3 \mathrm{tg}\alpha\,.$$

Použila som úpravu, $(r + d) = r$, pretože d je oproti r veľmi maličké. Pre určenie vzdialenosti r a uhlu α som si vyskúšala malý experiment. Trikrát som si prečesala vlasy a pri vychyľovaní vody zaznamenala:

	α_1	r_1[cm]	α_2	r_2[cm]	α_3	r_3[cm]
1.meranie	15°	5	20°	4	30°	3
2.meranie	5°	5	10°	4	20°	3
3.meranie	15°	5	25°	4	40°	3

(Hrebeň som ku vode približovala tak, že jeho zuby ležali kolmo na padajúci prúd.)

Potom som vypočítala priemerné hodnoty náboja Q pre každé meranie: $Q_1 = 1{,}2.10^{-11}$ C, $Q_2 = 0{,}5.10^{-11}$ C, $Q_3 = 1{,}5.10^{-11}$ C. Keby sme nepostupovali takto precízne, už len z toho, že sme si raz skúsili hrebeň k vode priblížiť, by sme mohli odhadnúť $r = 2$ cm a $\alpha = 20°$. Potom $Q = 0{,}2.10^{-11}$ C.

Je to dobre? Je to zle? Ako vidíme, náboj na hrebeni má hodnotu asi 10^{-11} C. A to je približne o dva rády menej, než by sa čakalo. Kde sa stala chyba? Na čo sme zabudli? V tenučkom prúde vody je veľa molekúl. (Koľko ich je asi v takom 1mm^3?) A tie pôsobia aj medzi sebou príťažlivými a odpudivými silami. Ak si predstavíme napríklad dve molekuly vody za sebou, obe natočené vodíkmi smerom k hrebeňu, zistíme, že príťažlivá sila nebude pôsobiť len medzi prvou molekulou (najbližšou molekulou k hrebeňu) a hrebeňom, ale aj medzi oboma susednými molekulami. Príťažlivý účinok hrebeňa sa tak zoslabí. Preto aj skutočný náboj, ktorý na hrebeni je, musí byť väčší. Aby sa nezmenila výchylka α. Môžete si skúsiť vypočítať, aký by bol náboj na hrebeni Q, keby sme elektrickú silu počítali ako $F_e - K$, kde K je konštanta. Nové Q bude oproti nášmu Q o niečo väčšie. Aké veľké je K závisí od vzájomného pôsobenia molekúl vody. Nedá sa presne určiť. Preto sa našim postupom nedá presne určiť ani náboj Q.

Jedným z riešení, ako by sme sa takémuto problému mohli vyhnúť, by bolo zapísať si odchýlku α pri vzdialenosti r a určiť náboj hrebeňa napríklad elektrometrom. Z nášho nového vzorca pre Q by sme potom ľahko určili K. To sa pri tom istom prúde vody veľmi nemení, takže každé ďalšie meranie náboja hrebeňa by sa zaobišlo aj bez elektrometra. Jednoducho by sme náboj Q určili zo vzorca s našou, už známou, konštantou K. Vylepšenie samotného merania, napríklad ako odčítať čo najpresnejšie uhol α nechám na vás.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 3. sérii zimného semestra 18. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	②	B-3.1	B-3.2	B-3.3	B-3.4	☠	Σ
1.	Imriška	Jakub	1 A	G BA J. Hronca	36.2	-	6.0	5.0	3.0		51.51
2.	Štolcová	Jana	kv.	G Nitra Párovská	36.2	5.0	4.0	3.0	1.5		50.97
3.	Škrovinová	Katarína	kv.	G Nitra Párovská	31.4	5.0	4.5	3.5	3.0		48.40
4.	Dzetkulič	Michal	2 A	G PH Michalovce	33.0	5.0	2.0	4.0	2.5		46.50
	Sasák	Róbert	2 D	SPŠE Pieštany	32.0	5.0	4.5	3.0	2.0		46.50
6.	Hrdá	Marcela	kv.	G Turčianske Teplice	28.2	4.5	6.0	3.0	3.5	-1	44.99
7.	Molnárová	Katarína	2 D	G KE Šrobárova	25.8	5.0	6.0	5.0	2.5		44.30
8.	Duník	Matej	1 B	G VOZA	28.5	5.0	6.0	-	3.0		43.72
9.	Pôbišová	Zuzana	1 F	G BB Tajovského	25.4	5.0	6.0	4.0	2.5		43.55
10.	Kováč	Adrián	2 A	G PH Michalovce	25.8	5.0	4.5	5.0	2.3		42.55
11.	Savincová	Katarína	2 E	G PH Michalovce	28.8	3.0	5.5	3.0	2.0		42.30
12.	Simančík	František	sx.	G BA Grösslingova	31.5	0.0	6.0	2.0	2.3		41.75
13.	Lalinský	Ján	sx. A	G Varšavská cesta	27.3	5.0	-	3.0	4.0		39.30
14.	Molčány	Dušan	1 B	SPŠS BA Fajnorovo nábr.	28.2	5.0	-	3.0	1.0		38.71
15.	Gašparík	Peter	2 B	G AV Levice	20.8	5.0	6.0	4.0	2.5		38.30
16.	Komorovský	Marek	kv.	G Dubnica nad Váhom	27.5	5.0	3.0	0.5	1.5	-1	38.04
17.	Chotváčová	Katarína	kv. B	G KE Alejová 1	26.4	-	5.0	3.0	2.0		37.86
18.	Foltin	Miroslav	1 C	G Jána Hollého	22.4	2.0	6.0	3.0	2.3		37.00
19.	Džunko	Ján	sx.	G Spišská Stará Ves	22.5	2.2	2.0	3.0	2.0		31.70
20.	Novák	Ľubomír	1 B	G BA J. Hronca	20.0	5.0	-	2.0	3.0	-1	30.49
21.	Demín	Michal	1 B	G Nitra Golianova	28.7						28.69
22.	Veselovská	Lenka	kv.	G Liptovský Mikuláš	22.5	-	-	2.0	2.0		27.41
23.	Trnovcová	Zuzana	2 C	G BA J. Hronca	20.3	2.0	-	3.0	3.0	-1	27.30
24.	Struhár	Pavel	2 A	G BA J. Hronca	27.0						27.00
25.	Pettyová	Silvia	kv. B	G KE Alejová	20.9	1.5	0.5	1.5	2.0	-1	26.57
26.	Czókolyová	Eva	1 A	G Piešťany	14.6	-	6.0	3.0	1.3		26.37
27.	Hergelová	Beáta	1 B	G BST Lučenec	15.6	5.0	0.5	3.0	1.5	-1	26.11
28.	Ďurčík	Miroslav	1 C	G BST Lučenec	21.5	-	1.0	3.0	0.5	-1	26.03
29.	Regec	Mário	1 A	G PH Michalovce	14.4	2.0	6.0	1.0	1.0		25.87
30.	Uhrin	Tomáš	2 E	G PH Michalovce	19.3	3.0	1.0	-	2.0		25.30
31.	Šomodiová	Kristína	1 A	G Piešťany	15.9	2.5	2.0	0.5	1.5		23.67
32.	Hlavačiková	Jana	2 A	G BA Einsteinova	23.3						23.30
33.	Vojtko	Andrej	sx. A	G Skalica	18.5	0.5	2.0	-	1.5		22.50
34.	Rubovič	Peter	sx. B	G KE Alejová	19.3	-	1.0	0.5	2.5	-1	22.30
35.		Milan	sx. A	G BA Pankúchova	22.0						22.00
36.	Rajniaková	Gabča	sx.	G Liptovský Mikuláš	21.5						21.50
37.	Sojáková	Stanka	2	G BA J. Hronca	21.0						21.00
38.	Gottweis	Martin	1 B	G BA J. Hronca	20.0						20.03
39.	Kažmér	Ladislav	1 A	G Veľké Kapušany	16.6	-	-	2.0	1.5	-1	19.98
40.	Pápayová	Zuzana	1 A	G Veľké Kapušany	16.0	0.3	0.0	2.0	1.5	-1	19.75
41.	Kravec	Martin	1 A	G PH Michalovce	19.7						19.70
42.	Kissová	Marcela	1 A	G Veľké Kapušany	14.8	0.3	0.0	2.0	1.5	-1	18.48
43.	Lampášová	Júlia	sx.	G Považská Bystrica	17.5						17.50
44.	Kulík	František	2 E	G Humenné	12.5	-	1.0	2.0	2.0	-1	16.50
45.	Rušin	Michal	sx.	G Spišská Stará Ves	10.0	2.2	-	3.0	1.5	-1	15.70

46.	Kováč	Michal	kv.	G BA Grösslingova	11.2	-	0.5	2.0	1.5	-1	15.15
47.	Lázár	Tomáš	1 A	G Veľké Kapušany	12.7	0.3	0.0	-	1.5		14.96
48.	Přikrylová	Veronika	kv. A	OG ZA Varšavská cesta	11.9	-	1.0	0.5	0.5		14.42
49.	Schlosáriková	Eva	2 B	G Piešťany	14.0						14.00
50.	Rochová	Alica	kv.	G Banská Štiavnica	11.0	-	-	-	1.8		13.25
51.	Karasová	Barbora	1 B	G Púchov	11.2	0.5	2.0	0.5	1.0	-3	13.14
52.	Dolejšia	Edita	sx.	OG ZA Varšavská cesta	13.0						13.00
53.	Bruncko	Milan	2 C	G V.P.Tótha	7.8	-	1.0	3.0	1.0		12.80
54.	Malčická	Martina	kv.	G Banská Štiavnica	10.0	-	-	-	1.8		12.25
55.	Kanovszký	Michal	2 A	OG Štúrovo	11.0	0.0	1.0	0.5	0.5	-1	12.00
56.	Pašuth	Ondrej	1 A	G PH Michalovce	11.7						11.70
57.	Perešíni	Peter	1 F	G BB Tajovského	11.5						11.50
58.	Beňuš	Ondrej	2 A	G Štúrovo	10.0	0.0	0.5	0.5	0.5	-1	10.50
59.	Holičková	Ivana	kv.	G Banská Štiavnica	7.9	-	-	-	1.8		10.12
60.	Jandošeková	Alexandra	2 A	OG Štúrovo	9.5						9.50
61.	Máčaiová	Zuzana	1 A	OG Štúrovo	8.6						8.58
62.	Leová	Iveta	4 G	G VPT Martin	8.1						8.13
63.	Kuchta	Miroslav	3 A	Evanjelické gym. BA	6.91						6.91
64.	Krajčírovič	Michal	kv. B	G Trnava Hollého	6.9						6.88
65.	Táborský	Roman	1 C	G BA J. Hronca	6.1						6.13
66.	Vasilová	Elena	kv.	G Sabinov	4.3						4.31
67.	Nagy	Jakub	8 C	ZŠ-Požiarnicka	2.8						2.77
68.	Kabát	Lukáš	1 D	SPŠE Piešťany	2.2						2.17
69.	Kubová	Miška	2 A	G Vrbové	3.5		0.5	0.5	0.5	-3	2.00
70.	Šaturová	Zuzana	2	G BA Einsteinova	2.0						2.00
71.	Molnárová	Zuzana	kv.	OG KE Alejová	0.8						0.77
72.	Machajdová	Katarína	2 C	G V.P.Tótha	0.5						0.50
73.	Taploová	Arikó	1 A	OG Štúrovo	-0.4						-0.35
74.	Melegová	Jazmína	1 A	OG Štúrovo	-5.5						-5.46

No a opäť sú tu Vianoce!

Tak sme to zase raz dotiahli do šťastného konca. Tretia séria je za nami, Vianoce, nový rok za dverami, i sústredenie za dverami. Užite si sviatky v zdraví, tešte sa z teplých ponožiek a papúč pod stromčekom, opadaného ihličia, snehuliaka na dvore. No a v novom roku Vám želáme všetko dobré. Napríklad lákavé a chutné zadania prvej série FKS (na našej stránke už v januári!), skvelé sústredenie na Dobrej Vode, ako aj všetky ostatné veci, ktoré stoja za to. Tak nech sa darí,

vaše **FKS**.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
A – kategória (starší)
18. ročník
zimný semester
školský rok 2002/2003

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 3.1 Lietadlo (opravovala Zuzi)

Bežné dopravné lietadlo letí vo výške 11 km nad hladinou mora rýchlosťou 890 km/h. V tejto výške je tlak vzduchu približne 10000 Pa a teplota okolia –65°C. V kabíne lietadla je izbový tlak aj teplota. Keďže každé lietadlo má netesnosti, musí do kabíny vháňať stále nový vzduch z okolia. Musí lietadlo vháňaný vzduch zohrievať, alebo ochladzovať, aby sa udržiavala vnútri želaná teplota? Prečo?

Dámy a páni, vítame vás na palube nášho lietadla. Mali by ste sa cítiť príjemne, podmienky sú na to prispôsobené. A ak vás zaujíma, akým spôsobom, môžeme sa na to spoločne pozrieť. Keď chceme do lietadla vháňať nejaký vzduch z okolia, pričom by sme, samozrejme, mali záujem na tom, aby sa zmenil jeho tlak, budeme s ním musieť trošku popracovať, konkrétne ho stlačiť. Človek by sa teda mohol najskôr zamyslieť nad nejakým prijateľným dejom, ktorý bude pri stláčaní prebiehať. Celé sa to deje pomerne rýchlo, preto budeme ďalej počítať s adiabatickým dejom.

Zo školy všetci dobre poznáme rovnicu adiabaty, ktorá je

$$pV^{\kappa} = konšt.,$$

kde $\kappa = 1{,}4$ (nezabúdajme, že vzduch sa skladá z vyše *70%* N_2 a vyše *20%* O_2, čo sú 2-atómové molekuly). Tu by sa nám však viacej zišla rovnica dávajúca do súvisu tlak a teplotu. To ale nie je taký vážny problém, keďže k dispozícii máme aj inú rovnicu – stavovú rovnicu plynov. Ako všetci viete, má tvar

$$\frac{pV}{T} = konšt.$$

Zlúčením týchto dvoch rovníc dostaneme

$$p^{\frac{1}{\kappa}-1}T = konšt.$$

(Konštanty v týchto troch rovniciach sú, samozrejme, rôzne). Použitím tejto rovnice a hodnôt uvedených v zadaní dostávame, že stlačený vzduch bude mať teplotu okolo 130ºC, čo by znamenalo, že ho budeme musieť pri vháňaní do lietadla ochladzovať.

To by mohol byť celkom prijateľný pohľad na vec. Skúsme sa na to pozrieť ešte z trošičku inej perspektívy a overiť si tak naše úvahy. My by sme vlastne potrebovali zo vzduchu vo výške 11 km dostať vzduch z vlastnosťami vzduchu pri Zemi. Zamyslime sa teda nad tým, ako to s atmosférou je. V zásade prežívajú dva základné modely atmosféry, a to izotermický a adiabatický. Keby sme si chceli vytvoriť akúsi intuitívnu predstavu o týchto modeloch, v prvom prípade by sme si predstavovali, že vzduch úplne pomalička stúpa hore, v druhom zasa veľmi rýchly presun. Je asi prirodzené, že v skutočnosti sa bude diať niečo medzi tým. Keď teda v našom prípade pracujeme s adiabatickým stláčaním, mala by nám vyjsť teplota vyššia, ako je teplota pri Zemi. A teda opäť: vzduch bude treba ochladzovať.

Niektorí z vás si ale dali tú námahu (týmto chválim Jakuba Závodného a Rasťa Hornáka) a skúsili nájsť na sieti aj nejaké cenné a relevantné informácie. A došli k tomuto: vzduch vháňaný do kabíny totiž pochádza zčasti z kompresorovej komory motora a zvyšok je „recyklovaný“. No a pri motore by sa človek pekne zapotil, lebo je tam horúco. Čo sa s ním deje ďalej? Môže pokračovať dvoma cestami, ktoré obsahujú regulačné ventily. Na jednej ceste sa tento horúci vzduch ochladzuje okolitým, na ceste druhej ide priamo, a na konci sa zmiešajú. Tak takéto múdre veci sa môžete dočítať napríklad na stránkach Boeingu. Ja by som sa veľmi nechcela pliesť do roboty leteckým inžinierom, iba by som chcela podotknúť, že asi by lietadlo malo mať k dispozícii aj ohrev vzduchu a klimatizáciu, pretože je v ňom príjemne, aj keď sa nachádzame ešte len niekde nízko a teploty môžu byť vysoké, resp. nízke (a stláčať netreba, lebo tlak je ešte normálny).

Tak to teraz vyzerá, že cestu máme za sebou a môžeme ísť na vianočné nákupy. Predsa len by som však chcela ešte spomenúť pár drobností. Napríklad to, že aj samotné lietadlo je dosť ochladzované vonkajším vzduchom, takže vháňaný vzduch by mal mať o čosi vyššiu teplotu, ako potrebujeme. Také lietadlo je ale celkom dobre zaizolované a okrem toho vzduch sa tam mení pomerne rýchlo, takže až o toľko teplejší vzduch nepotrebujeme (nie je to ako v aute, keď cítime fučať teplý vzduch). Navyše tesne vedľa lietadla nie je teplota -65ºC. Pri tej rýchlosti je tam totiž dosť veľké trenie a okolie sa zahrieva. Na toto sa možno pozerať aj z trošku iného pohľadu. Položme si otázku, čo je to vlastne teplota vzduchu? Výpovednú hodnotu by mala mať kinetická energia molekúl vzduchu, lenže... v akej vzťažnej sústave sa máme pozerať na rýchlosti? Lietadlo má rýchlosť okolo 250 m/s a molekuly vzduchu pri teplote 20ºC okolo 500 m/s (resp. asi 400 m/s pri –65ºC). Nuž, a keďže sú tieto rýchlosti porovnateľné, na scénu prichádzajú čudné, magické veci. Teplota, ktorú „vidí“ lietadlo totiž bude iná, ako predpokladaných –65ºC. Okrem toho bude zrejme záležať aj na tom, *kam* od seba sa lietadlo „pozerá“. Otázkou však je, či vôbec môžeme hovoriť o teplote, pretože o nej hovoríme v rovnovážnych systémoch, a to okolie lietadla tak celkom asi nie je ☺. Je to v podstate to isté, ako keby sme skúmali tlak okolo lietadla, a o tom veľmi dobre vieme, že pri tých rýchlostiach je o dosť iný napr. pred a za lietadlom.

Nuž, a to je pre dnes všetko. Dámy a páni, ďakujeme, že ste si pre svoj let vybrali práve našu spoločnosti a dúfame, že sa niekedy opäť stretneme na palube našich lietadiel.

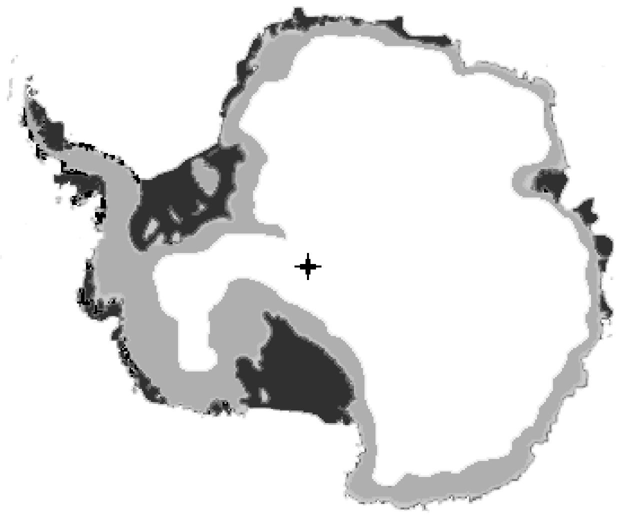
A – 3.2 Global war(n)ming (opravoval Matúš)

Ak by sa teplota na Zemi zvýšila o 5°C, časť ľadu na jej povrchu by sa roztopila. V dôsledku toho by stúpla hladina oceánov. Popíšte javy vplývajúce na tento vzostup a pokúste sa odhadnúť jeho číselnú hodnotu.

Ako ste mnohí správne postrehli, globálne otepľovanie nie je z tých jednoduchých problémov. Asi si nevystačíme s trojčlenkou (i keď i také pokusy boli), začnime však pekne sedliacky, bez vzorcov. Bez ohľadu na to, čo spôsobí to oteplenie o 5ºC (to nebolo cieľom skúmať)… Aké procesy vplývajú na výsledný vzostup morskej hladiny?

Základom je samozrejme roztápanie ľadovcov. Na Zemi sa najväčšie zaľadnené plochy nachádzajú v Antarktíde, Arktíde, Grónsku a vysokohorských oblastiach. Tých posledne menovaných je zanedbateľne málo, Grónsko popri Antarktíde plochou tiež neoslní. No a Arktída nemá pevninský základ. Prečo je to dôležité? Lebo ako viete už zo základnej školy, ak sa ľad plávajúci v po okraj naplnenom pohári roztopí, voda sa z pohára nevyleje. Rovnako je to i s Arktídou, jej roztápanie určite nespôsobí vzostup oceánov. Podobný osud postihne rozsiahle pobrežné ľady okolo Antarktídy – asi sa roztopia, ale hladinu nezdvihnú.

Ostala nám teda Antarktída, kontinent ktorý má viac než 20 miliónov km^2. Pravda, nemôžeme rátať s tým, že sa všetok tamojší ľad rozpustí. Ohlasované je totiž oteplenie o 5ºC a teploty v okolí južného pólu klesajú veselo na –80ºC, roztopí sa teda iba časť ľadovej prikrývky. Aká veľká časť? No tu si najviac pomôžeme pohľadom na mapu, kde sú vyznačené teplotné pásma. Jedna taká je na obrázku vpravo. Najtmavšou farbou sú vyznačené spomínané pobrežné ľady, sivou oblasti s najvyššími teplotami (ročný priemer medzi 0ºC a -5ºC (práve tie sa oteplením dostanú nad nulu a roztopia). Podľa obrázka môžeme odhadnúť, že roztopí sa ľad s rozlohou približne $5 \cdot 10^6$ km^2 (ideálne je prekresliť si mapu na štvorčekovaný papier a rátať). Priemerná hrúbka ľadu pokrývajúceho Antarktídu je 2000 metrov. Keďže roztápať sa budú tenšie pobrežné vrstvy, vezmime hrúbku ľadu menšiu, 500 metrov, a už máme objem ľadu $V = 2{,}5.10^6$ km^3 určený na roztopenie.



Čo sa s ním stane pri topení? Zmenší sa na objem $V' = 2{,}3.10^6$ km^3 vody (lebo táto má väčšiu hustotu než ľad – tento číselný výsledok sme získali jednoduchým použitím vzťahu $\rho V = \rho' V'$, kde ρ je hustota ľadu, ρ' je hustota vody). Ako to už s vodou býva, neostane z nej kopec okolo Antarktídy, ale rozleje sa po všetkých oceánoch Zeme. Tieto zaberajú plochu $S = 361.10^6$ km^2 (toto je aktuálna hodnota, keďže ale vzostup hladiny, ako o chvíľu uvidíme nebude mať hodnoty stoviek metrov, zrejme ani zatápanie pobrežných oblastí ju výrazne nezmenší). No a použitím vzťahu $V = S\,h$ dostávame pre vzostup hladiny číselný výsledok cca 7,2 metra. Ale pozor, ešte nie sme v cieli!

Proti tomuto prirodzenému vzostupu pôsobí iný efekt. Je ním zvýšenie obsahu vodnej pary vo vzduchu dané tým, že teplý vzduch je v sebe schopný pojať jej väčšie množstvo. Ak si chvíľku polistujete v MFCh tabuľkách, nájdete takéto hodnoty pre množstvo nasýtenej vodnej pary v 1 m^3 vzduchu.

T [ºC]	0	10	15	20	25	30
ρ [g/m^3]	3,8	7,8	11,0	14,9	20,2	27,7

Zohriaty vzduch je teda schopný v sebe obsiahnuť viac vodnej pary a časť vody v oceánoch sa preto pri vzostupe teploty vzduchu o 5ºC prirodzene odparí. Podľa tabuľky vidíme, že najviac dodatočnej vodnej pary je pri takomto ohreve schopný prijímať teplý vzduch. Preto sa pri výpočte zamerajme na tropické oblasti rozprestierajúce sa medzi 30º severnej a 30º južnej šírky (čo je zhruba 205.10^6 km^2). Vlhkosť vzduchu je tam vysoká, môžeme rátať s tým, že je 100%-ná. Teplota vzduchu je tam v priemere 25ºC. Táto teplota však s výškou prudko klesá (vo výške 2000 metrov je to už iba cca 12ºC), rátajme preto iba s masou vzduchu siahajúcou do výšky 1000 metrov – vyššie je už vzduch dosť chladný a dokáže obsiahnuť iba málo ďalšej vodnej pary. Celkový objem tohto vzduchu je 205.10^6 km^3, podľa našej tabuľky teda v sebe teraz udržiava vodnú paru s celkovým objemom $5{,}1.10^3$ km^3. Po vzostupe teploty o 5ºC, teda z 25ºC na 30ºC to bude už objem $7{,}0.10^3$ km^3. Odkiaľ sa berie tá chýbajúca voda? No predsa z oceánov, vyparí sa. Ak tento objemový úbytok rozrátame na pokles hladiny (tak ako predtým), zistíme, že zvýšené odparovanie spôsobí pokles ani nie o centimeter! Bez ohľadu na to, aký približný bol náš výpočet (uvažovali sme iba vzduch v okolí rovníka, aj to iba ten do výšky 1 km), teraz je jasné, že zvýšené odparovanie priamo nepovedie k žiadnym dramatickým efektom na výšku hladiny oceánu.

Výšku hladiny ovplyvní ešte jeden jav – tepelná rozťažnosť vody. S tou to však nie je ľahké. Keď zohrejeme Zem o 5ºC, nebude to znamenať, že teplota vody pri dne stúpne tiež o týchto 5ºC. Pri dne ostane najhustejšia voda s teplotou cca 4ºC. Preto to s tým rozťahovaním sa vody nebude až také dramatické. Vyskúšajme si výpočet s ohrevom oceánov do hĺbky 200 metrov. Objem tejto vody je zhruba 72 miliónov km^3. Ak použijeme koeficient tepelnej rozťažnosti vody pri teplote 10ºC ($\beta = 10^{-4}$), zistíme, že nám „pribudne“ asi 36 000 km^3 vody. To prerátame ako už veľakrát na vzostup hladiny a dostaneme vzostup asi 10 cm.

Tak a teraz trochu meditácie bez výpočtov na záver. Najprv k vlhkosti vzduchu. Väčší objem vodných pár vo vzduchu znamená vyššie úhrny zrážok. Tie spadnú kade kde, ale aj na neroztopené zvyšky ľadovcov, takže je možná situácia (ako predpovedajú niektoré zdroje), že oteplením sa zmenší plocha ľadovcov, ale ich celkový objem môže dokonca vzrásť. Každopádne, zvýšené zrážky majú tendenciu zmenšovať obsah vodnej pary v ovzduší, ten však (keďže teplota je vysoká) klesať nemôže. Preto bude odparovanie pokračovať a vo väčšej miere než sme to vypočítali znižovať hladinu oceánov. Odhadnúť celkovú zmenu klímy, vodných prúdov a podobne je však veľmi ťažké, pre nás nemožné. Preto našim výsledkom netreba veriť doslovne – dôležité sú iba procesy, ktorých vplyvy sme odhadovali. Inak, vplyv má aj gravitačné priťahovanie vodných más ľadovcami v Antarktíde (pozrite si stránku `http://www.ekoskola.sk/energia.htm`), ale na tom už fakt nič nezrátame...

Inak, možno to tak podľa tých číselných výsledkov nevyzerá, ale to oteplenie by nám rozhodne neprospelo (i keď zďaleka by nebolo nešťastím pre Zem, tej môže byť nejakých pár stupňov ukradnutých). Vyšlo nám zvýšenie hladiny o cca 7 metrov. Tých pár metrov, čo takto stratíme, nám snáď nemôže chýbať. Je to však trochu inak, najúrodnejšie oblasti (delty riek) sú naspospol nie priemernými pobrežiami a zatopenie by ich rozhodne postihlo. A úrodné oblasti majú ľudia radi – v páse šírky 50 km popri pobreží žije viac než 30% všetkých ľudí!

Navyše, väčšie množstvo vodných pár vo vzduchu znamená silnejšie dažde i silnejšie vetry, čo asi poteší málokoho, kto sa nevyžíva v katastrofických filmoch. Dovtedy sa však tešme z prvého snehu, ktorý snáď nie je i snehom posledným…

A – 3.3 Kozmický seriál (opravoval Roman Kováčik)

Odmyslite si na chvíľu zemskú atmosféru a predstavte si, že stojíte na rovníku. Zvislo nahor vyhodíte prvou kozmickou rýchlosťou kameň. Do akej výšky nad povrchom Zeme sa dostane? Pri riešení úlohy otáčanie Zeme: a) neuvažujte, b) uvažujte.

i) V prvom prípade neuvažujeme rotáciu Zeme. Zoberme si teda na pomoc zákon zachovania energie (ďalej ZZE) v tvare

$$E_{KR} + E_{PR} = E_{PX} + E_{KX},$$

kde E_{KR} a E_{PR} sú kinetická a potenciálna energia nášho kameňa na povrchu Zeme, teda vo vzdialenosti R (polomer Zeme) od stredu Zeme a E_{PX} a E_{KX} sú potenciálna a kinetická energia v maximálnej výške $H = X – R$, do ktorej kameň doletí. Teraz prichádza zásadné rozhodnutie, ako má vyzerať taká správna potenciálna energia? Keďže vyhadzujeme kameň prvou kozmickou rýchlosťou, výška do ktorej sa dostane, bude tiež asi kozmická a nie taká všedná, napr. 150 m. Použime preto vyjadrenie potenciálnej energie v radiálnom gravitačnom poli

$$E_P = – \kappa Mm/r,$$

kde M je hmotnosť centrálneho telesa, m je hmotnosť napr. kameňa a r je momentálna vzdialenosť od stredu centrálneho telesa. ZZE potom bude vyzerať

$$\frac{1}{2}mv_R^2 - \frac{\kappa Mm}{R} = -\frac{\kappa Mm}{X}.$$

V našom prípade je v_R 1. kozmická rýchlosť, pre ktorú platí $v_{1K} = \sqrt{\kappa M / R}$ a kinetická energia $E_{KX} = 0$ v maximálnej výške X. Po dosadení v_{1K} do rovnice ZZE dostávame pre výšku doletu kameňa

$$H = 2R - R = R = 6380 \text{ km}.$$

ii) Keď uvažujeme rotáciu Zeme, tak sa čosi zmení. Kameň bude mať pri štarte nielen rýchlosť kolmo hore, ale aj vodorovnú zložku rýchlosti. Čo s tým? Tu pomôže druhý štandardne využívaný zákon pri pohybe nebeských telies, a to zákon zachovania momentu hybnosti (ďalej ZZMH). Moment hybnosti bude rovnaký či už na povrchu Zeme alebo v najvyššej dosiahnutej výške. Dá sa vyjadriť ako napr. $L = mv_\perp r$ kde $v_\perp$ je zložka rýchlosti kolmá na polohový vektor $\boldsymbol{r}$. Na povrchu Zeme je táto zložka rýchlosti rovná práve rýchlosti rotácie Zeme a pre výšku X platí podľa ZZMH

$$m\, v_\perp R = m v_X X.$$

Taktiež platí ZZE v tvare, kde rýchlosť na povrchu Zeme má dve zložky: $v_R = \sqrt{v_{1K}^2 + v_\perp^2}$ a $v_\perp = 2\pi R/T$, kde T je čas jedného otočenia Zeme okolo svojej osi.

$$\frac{1}{2} m(v_{1K}^2 + v_\perp^2) - \frac{\kappa M m}{R} = \frac{1}{2} m v_X^2 - \frac{\kappa M m}{X}.$$

Po dosadení v_X zo ZZMH do ZZE dostaneme pre maximálnu výšku X výraz

$$X = \frac{\kappa M \pm \sqrt{(\kappa M)^2 - v_\perp^2 R^2 (\kappa M / R - v_\perp^2)}}{\kappa M / R - v_\perp^2},$$

do ktorého môžeme dosadiť známe hodnoty. Keď uvážime, že rýchlosť pre rýchlosť v_{1K} platí vzťah $v_{1K} = \sqrt{\kappa M / R}$, výška $H = X - R$ a pomer $v_{1K} / v_\perp$ označíme ako η, predošlý vzťah sa po drobných úpravách zjednoduší do tvaru

$$H = R\, \frac{1 \pm \sqrt{\eta^4 - \eta^2 + 1}}{\eta^2 - 1}.$$

A prečo dve riešenia? No predsa "+ riešenie" zodpovedá apogeu, teda najvzdialenejšiemu bodu dráhy a „–" riešenie zodpovedá perigeu, ktoré ale v tomto prípade leží vnútri Zeme.

Teraz je vhodná chvíľa na takú malú myšlienkovú predkontrolu výsledku. Zamyslime sa. Na začiatku má kameň o niečo väčšiu rýchlosť ako v prvom prípade. Po svojom vyletení do výšky max. X mu ešte nejaká ostane, ale podľa ZZMH bude táto rýchlosť menšia ako kolmá zložka na povrchu zeme. K dispozícii teda máme viac kinetickej energie a to sa prejaví ako väčšia výška doletu.

Po dosadení číselných hodnôt (v_{1K} = 7907 m/s, $v_\perp = (2\pi . 6380 . 10^3/86164)$ m/s = 465 m/s a R = 6380 km) dostaneme pre dlho hľadanú výšku

$$H = 6413 \text{ km}.$$

Bodoval som takto:

i) ZZE 1 b, prvá kozmická rýchlosť 0,5 b, výsledok 0,5 b.

ii) ZZE 1 b, ZZMH 1 b, rýchlosť otáčania Zeme 0,5 b, výsledok 0,5 b.

Pár slov na záver. Keď používame nejaké vzťahy, zamýšľajme sa, či naozaj platia pre také podmienky, pre aké ich chceme použiť. Napríklad pohybové rovnice platiace pre rovnomerne zrýchlený pohyb, keď zrýchlenie je konštantné. To zrejme neplatí vo výške rovnajúcej sa polomeru Zeme, ale ani v polovičnej, ktorá vyjde po použití takýchto vzťahov. Rýchlosť rotácie Zeme je dôležitá a využíva sa pri vypúšťaní rakiet. Aj kozmodrómy sa stavajú čo najbližšie k rovníku, aby sa táto rýchlosť využila.

A – 3.4 Celaskon (opravoval Nagi)
Odmerajte, aký objem plynu (bubliniek) sa uvoľní z jednej tablety „šumivého celaskonu".

Zdravím tých, ktorým celaskon pomohol ku zdraviu. Mne ani nie, ale to neprekáža tomu, aby sme si s ním čosi odmerali. Veľmi vás chválim za mnoho rozpustených celaskonov a verím, že nevyšli nazmar (teda že ste vymysleli postupy, po ktorých sa dá vypiť to, čo ostalo).

Na čo sú dobré šumivé tablety? Na stránke http://www.naturalescience.com/more.htm sa dozviete o tom, že sú naozaj *dobré*. Dôležité je čosi iné. Pri šumení celaskonu sa uvoľňuje CO_2, to reaguje kyselina citrónová s hydrogenuhličitanom sodným. Je to reakcia exotermická, prebieha vcelku búrlivo a už viete (aj mňa to prekvapilo a kadička bola primalá), že z jednej tablety sa uvoľní asi 100 ml plynu. Našou úlohou bolo čo najpresnejšie to odmerať.

Väčšina z vás nechala celaskon bublať pod nejakým odmerným valcom a merala objem plynu, ktorý sa uvoľnil. Druhá časť skúšala vážiť celaskony pred a po vyšumení (samozrejme aj s vodou a pohárom, či balónikmi). Oba spôsoby sú fajn, umožňujú celkom slušne odmerať výsledný objem. Keďže nám prvý pokus dá zhruba tých 100 ml, vieme zo stavovej rovnice

$$pV = nRT = \frac{m}{M}RT$$

zistiť, že hmotnosť uvoľneného plynu bude (pri normálnom tlaku 101 kPa, molová hmotnosť $M = 12 + 2\mu 16 = 46$, teplota v miestnosti je tak 20±C)

$$m = M\frac{pV}{RT} \approx 46\times\frac{1{,}01.10^5\times 1.10^{-4}}{8{,}3.10^3\times 293}\,\mathrm{kg} \approx 200\,\mathrm{mg}.$$

To sa dá slušne odvážiť, hlavne keď necháte tabliet vyšumieť viac. Takže si poďme skomentovať vaše experimentálne metódy. Prvá skupina – tzv. *podvodníci*. Bublinky ste veľmi sofistikovane zachytávali do odmerných valcov, kadičiek, skúmaviek, trubičiek, balónikov, sáčkov aj prezervatívov. Vaše hodnoty sa pohybovali vo veľkom rozsahu, zhruba od 25 až do 180 ml. Bolo to spôsobené rôznymi metódami, celaskonmi aj chybami, ktoré čochvíľa spomeniem. Druhá skupina – tzv. *odvážlivci*. Nemnohí majú prístup k elektronickým váham, a tak bolo potrebné vyšumieť viac celaskonov, aby sa dalo spoľahnúť na výsledok merania. Ale niektorým sa to celkom podarilo.

Základný komentár k výsledkom akéhokoľvek experimentu. Keď nameriam (v troch meraniach s presnosťou na 5ml) 83, 91 a 95, *nemôžem* napísať, že mi vyšlo 89,666. Veď vidíte, že samotné vaše merania sa líšia aj o 12 ml. Preto nemá zmysel napísať výsledok na 4 platné číslice. Správnejšie by bolo napísať 90≤10 a okomentovať, že z tabliet sa uvoľňuje okolo 90 ml a rozdiel vo výsledkoch zdôvodniť rôznosťou tabliet, alebo zostavením pokusu.

Kde sa totižto mohla stať chyba? CO_2 sa rozpúšťa vo vode! Ak ste teda pokusy robili v tej istej vode, plyn z neskôr rozpúšťaných celaskonov sa už vo vode ťažšie zachytával. Málokomu napadlo poriadne potriasť kadičkou, v ktorej rozpúšťal. Ja som mal nádobu uzavretú zhora rukou a po zatrasení sa tlak poriadne zväčšil (voda nestíhala otvorom na spodku odtekať a moja ruka mala čo robiť, aby udržala nádobu zavretú)! Veď to poznáte pri minerálkach. (Koľko je plynu tam?) Rozpustnosť CO_2 v 20±C vode je totižto skoro 200 mg/100 ml, čiže vo vode sa kľudne mohlo skryť CO_2 aj párkrát toľko, ako vychádzalo nám. Vyriešiť sa tento problém dal buď trasením, alebo zohriatím vody, to by však ale poriadne zväčšilo aj objem uvoľneného plynu. Takže – kto vôbec nespomenul teplotu vody a rozpustnosť CO_2 vo vode, má o niečo málo menej bodov.

Na koniec – moje prvé *Calcium effervescent (Slovakofarma)* uvoľnilo asi 100 ml. Bolo to ale vo veľkej nádobe, preto veľká časť CO_2 zostala vo vode. To druhé som rozpúšťal v neviemakosavolajúcom kuse chemického skla (vďaka, Roman) s kohútikom na spodku a ryskami na boku. Nádobu som zhora zatváral rukou a vytlačenú vodu vypúšťal. Po poriadnom pretrasení som odčítal, že plynu sa uvoľnilo zhruba 130 ml. Tak na zdravie pri ďalšej experimentálke. Ešte jedna pochvala tým, čo to skúšali merať v ústach…

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 3. sérii zimného semestra 18. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	②	A-3.1	A-3.2	A-3.3	A-3.4	☠	Σ
1.	Závodný	Jakub	se.	G BA Grösslingova	36.5	5.0	3.5	5.0	4.5		55.08
2.	Neilinger	Pavol	3 A	G Dunajská Streda	34.1	4.0	5.0	5.0	4.5		53.00
3.	Batmendijnová	Zuzana	se.	G T. Vansovej	34.1	4.5	3.5	3.0	5.0		51.08
4.	Smrek	Ján	ok. N	1SG BA Čapkova	33.0	3.5	5.0	5.0	4.5		51.00
5.	Štolc	Miroslav	se.	G Nitra Párovská	34.3	3.5	3.0	3.0	4.5		49.59
6.	Kvašnáková	Katka	3 E	G K2 Prešov	30.3	5.0	3.5	2.5	5.0		47.24
7.	Baník	Dušan	3 A	G Poprad Popr. nábr.	32.5	3.5	3.0	2.3	4.5		47.13
8.	Fialka	Vlado	3 E	G K2 Prešov	29.2	5.0	4.0	3.0	5.0		46.96
9.	Brutovská	Eva	se.	G Kežmarok	28.6	5.0	4.0	3.0	4.0		45.56
10.	Škorupa	Martin	3 D	G Liptovský Mikuláš	32.9	1.0	-	2.7	4.5		42.50
11.	Zajac	Peter	3 B	G BA Grösslingova	31.0	1.5	2.0	2.0	4.0	-1	41.02
12.	Tekel	Juraj	ok.	G M.M. Hodžu	30.5	1.0	-	3.7	5.0		40.20
	Svrček	Matúš	se.	G Terézie Vansovej	29.2	2.5	1.5	1.0	4.5		40.20
14.	Kysel	Róbert	3 A	G BB Š. Moyzesa	25.7	1.5	3.0	3.0	5.0		39.65
15.	Zalom	Peter	4 G	G Poprad Tatarku	24.3	1.5	3.5	4.8	4.0		38.10
16.	Mikulík	Andrej	3 B	G BA Grösslingova	24.9	1.3	2.0	2.0	4.5		36.24
17.	Naď	Miroslav	3 A	G Veľké Kapušany	26.4	0.5	1.5	1.0	4.5	-1	34.31
18.	Trubenová	Barbora	3 A	G BA J. Hronca	24.1	1.5	-	3.0	4.0		34.09
19.	Šoltésová	Mária	3 B	G BA Grösslingova	20.4	2.5	1.0	2.7	4.5		32.60
20.	Krššák	Martin	se.	G Piaristické Nitra	21.2	3.5	2.5	1.5	-		30.15
21.	Maták	Peter	3 E	G VBN Prievidza	22.2	1.5	-	5.0	-		30.04
22.	Potočková	Zuzana	se.	G Liptovský Mikuláš	21.7	3.5	1.0	3.0	-	-1	29.59
23.	Dzurňák	Tomáš	1 E	G Spišská Nová Ves	22.9	-	-	1.5	4.0		29.56
24.	Burger	Michal	se.	G BA Grösslingova	28.8						28.83
25.	Molčány	Michal	3 E	SPŠE BA K.Adlera	22.6	1.5	-	1.5	2.0		28.76
26.	Hornák	Rastislav	3 D	SPŠE Piešťany	17.9	2.5	1.0	0.5	2.0		25.19
27.	Lakatoš	Pavol	3 A	G Veľké Kapušany	18.9	0.5	0.5	1.0	2.0		23.86
28.	Čajka	Jozef	3 A	G Spišská Stará Ves	17.3	0.0	1.0	0.5	3.0		22.82
29.	Dzetkulič	Michal	2 A	G PH Michalovce	20.1	1.5	-	-	-		22.06
30.	Feketeová	Erika	3 A	G Veľké Kapušany	17.7	-	0.5	1.0	2.0	-1	21.06
31.	Bukovina	Lukáš	3 A	G Spišská Stará Ves	14.5	0.0	0.5	0.5	3.5		20.05
32.	Ferko	Tomáš	3 A	G Spišská Stará Ves	13.3	0.0	0.5	0.8	3.5		19.18
33.	Struhár	Pavel	2 A	G BA J. Hronca	19.1						19.14
34.	Putiš	Marián	4 B	G BB Sládkoviča	15.5	1.0	0.5	1.0	1.0	-1	18.00
35.	Perešíni	Peter	1 F	G BB Tajovského	16.0						15.95
36.	Staňák	Ľuboš	se.	G Dunajská Streda	15.8						15.81
37.	Flak	Juraj	se.	G BA Vazovova	15.6						15.60
38.	Ďurák	Michal	3	G BST Lučenec	15.5						15.52
39.	Sčensný	Jozef	se. B	G Nitra	6.7	0.5	3.0	1.0	2.5		15.06
40.	Mánik	Tomáš	3 C	G BST Lučenec	14.6						14.64
41.	Salajka	Lukáš	3 A	SPŠ IG	13.7						13.72
42.	Santusová	Iva	3 C	G VPT Martin	8.1	1.0	1.0	0.8	1.0		12.84
43.	Dravecky	Pavol	3 IB	G BA J. Hronca	12.5						12.49
44.	Kramarič	Michal	3 C	G BA I. Horvátha	12.1						12.08
45.	Ploszek	Tomáš	3 D	SPŠE Piešťany	12.0						11.98
46.	Majorošová	Gabriela	3 A	G Veľké Kapušany	9.4	-	0.5	0.5	1.5	-1	11.58
47.	Galovič	Marián	4 B	G Kurzweise-Eisenstadt	11.5						11.50

48.	Pikna	Peter	3 D	G BA Metodova	6.8	0.5	0.5	1.0	2.5	-1	11.38
49.	Kuruc	Pavol		G Želiezovce	10.3						10.25
50.	Kamenská	Katarína	3 C	G VPT Martin	8.1	0.5	1.5	0.5	-	-1	10.24
51.	Makovníková	Zuzana	3 D	G Žilina Hlinská	10.0						10.00
52.	Lauko	Martin	se. A	G JL Martin	10.0						9.97
53.	Vavrovič	Juraj	3 A	G Piaristické Nitra	9.9						9.91
54.	Žák	Vladimír	3 A	G LS Bardejov	7.9						7.91
55.	Vontorčíková	Lenka	3 C	G VPT Martin	7.8						7.82
56.	Haizer	Ľudovít	ok.	G BA sv. Uršule	7.5						7.50
57.	Varga	Matej	2 B	Evanjelické gym. BA	7.3						7.26
58.	Rybár	Jozef	ok. B	G BA sv. Uršule	7.0						7.00
59.	Vančo	Tomáš	3		6.7						6.70
60.	Boháčová	Iveta	3 C	G VPT Martin	6.6						6.61
61.	Patáčik	Ivan	3 C	G Partizánske	6.3						6.34
62.	Franček	Igor	3	G Žilina Hlinská	5.5	0.5	1.0	0.5	1.0	-3	6.22
63.	Trtílek	Radovan	3 C	G VPT Martin	5.3						5.31
64.	Oceľák	Michal	4 AB	G KE Šaca	2.0						2.00
65.	Breuer	Tomáš	3 E	SPŠE Piešťany	0.0						0.00
66.	Bellanová	Jana	3 E	G Žilina Hlinská	2.5	0.5	0.5	0.5		-5	-0.54

No a opäť sú tu Vianoce!

Tak sme to zase raz dotiahli do šťastného konca. Tretia séria je za nami, Vianoce, nový rok za dverami, i sústredenie za dverami. Užite si sviatky v zdraví, tešte sa z teplých ponožiek a papúč pod stromčekom, opadaného ihličia, snehuliaka na dvore. No a v novom roku Vám želáme všetko dobré. Napríklad lákavé a chutné zadania prvej série FKS (na našej stránke už v januári!), skvelé sústredenie na Dobrej Vode, ako aj všetky ostatné veci, ktoré stoja za to. Tak nech sa darí,

vaše **FKS**.