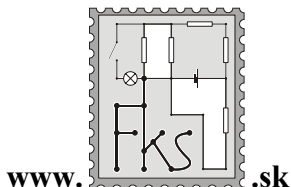


# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. kolo zimnej časti 18. ročníka  
B – kategória (mladší)  
školský rok 2002/2003  
termín príchodu riešení  
30. 10. 2002



FKS, KZDF FMFI UK  
Mlynská dolina  
842 48 Bratislava  
riesenia@fks.sk  
info@fks.sk

---

## B–2.1 Odpor (5 bodov)

Máte k dispozícii a) tri, b) štyri  $1 \Omega$  odpory. Zostrojte z nich *všetky* možné zapojenia (s dvoma výstupmi) a vypočítajte ich odpory týchto zapojení v Ohmoch. Tieto číselné výsledky medzi sebou vynásobte. Aký je výsledok v prípadoch a) a b)?

---

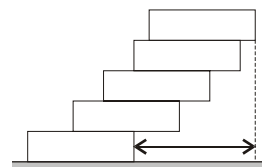
## B–2.2 Prevracanie (6 bodov)

Predstavte si pravidelný trojboký hranol (dĺžka hrany podstavy je  $a$ , výška tiež  $a$ , hustota  $\rho$ ). Akou najmenšou silou musíme na hranol pôsobiť, aby sme ho prevrhli? Aký musí byť pritom koeficient trenia medzi hranolom a podložkou, aby sa nám to podarilo?

---

## B–2.3 Zápalky (5 bodov)

Zožeňte si päť prázdnych zápalkových škatuliek (najlepšie nových, zachovalých). Pokúste sa pomocou nich postaviť čo najdlhšie schodište podobné tomu na obrázku. Akú najväčšiu dĺžku presahu sa vám podarilo dosiahnuť? Aká je jej teoretická hodnota?



---

## B–2.4 Jedna a či dve? (4 body)

Pokúste sa odhadnúť v akej vzdialenosti vám koľajnice splývajú do jednej.

---

Tento seminár je organizovaný s podporou  
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť – Open Society Fund  
a KZDF FMFI UK

# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

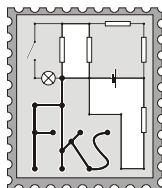
vzorové riešenia 1. série

B – kategória (mladší)

18. ročník

zimný semester

školský rok 2002/2003



www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK

Mlynská dolina

842 48 Bratislava

riesenia@fks.sk

info@fks.sk

## B–1.1 Cesta za krásou (opravoval Priky)

Teenagerka Vierka sa pravidelne váži. Aby sa ani náhodou nestalo, že by sa jej hmotnosť zdala príliš vysoká, váži sa veľmi zvláštnym spôsobom. Váhu (klasickú osobnú) položí na vozík na naklonenej rovine, plošina vozíka je pritom vodorovná. Váha jej ukáže hmotnosť 55 kilogramov. Naklonená rovina má sklon  $20^\circ$ . Aká je skutočná Vierkina hmotnosť?

Zdravím všetkých Vierkiných prívržencov! Vierka z osobných dôvodov nemohla prísť na tlačovú konferenciu, tak sa z funkcie jej hovorcu pokúsim vysvetliť jej jedinečný patent na menšiu váhu :). V prvom rade si bolo treba uvedomiť, že ide o pretransformovaný prípad výťahu! Taký príkladík isto poznáte všetci, že človek ide vo výťahu, tiež v ňom je váha a akú hmotnosť nameria, keď výťah zrýchľuje nadol. Je to v podstate rovnaký prípad, len naša Vierka to ešte zdokonalila a skomplikovala o šikmú rovinu. No tiež je to veľmi jednoduché. Stačí nám zistiť, aké je zrýchlenie vozíka a záhada je vyriešená. Lebo môžeme dať potom do rovnosti silu, ktorou pôsobí Vierka na vozík ( $F_m$ ), keď je v pohybe, s tiažovou silou ( $F_g$ ), od ktorej odrátame „zotrvačnú silu“ ( $F_a$ ). A naše hľadané zrýchlenie vyrátame tiež jednoducho. Najprv si vypočítame „šikmé“ zrýchlenie vozíka  $a_1$ . Vyjadríme ho pomocou sily  $F_1$  (je rovnobežná s naklonenou rovinou), ktorá je vlastne zložkou  $F_g$ :

$$\sin \alpha = \frac{F_1}{F_g} = \frac{m \cdot a_1}{m \cdot g},$$

$$a_1 = g \sin \alpha.$$

Tak už máme zrýchlenie vodorovné s naklonenou rovinou. No my potrebujeme „zvislé“ zrýchlenie. No keď už máme zrýchlenie  $a_1$ , tak ľahko vyjadríme aj  $a$ :

$$\sin \alpha = \frac{F_a}{F_1} = \frac{m \cdot a}{m \cdot a_1},$$

$$a = a_1 \sin \alpha = g \sin^2 \alpha.$$

A teraz už len spravíme tú rovnosť síl:

$$F_m = F_g - F_a$$
$$m_1 \cdot g = m (g - a),$$

a po dosadení a rôznych úpravách zistíme, že:

$$m = \frac{m_1}{\cos^2 \alpha}$$

a dosadením konkrétnych údajov nám vyjde Vierkina skutočná váha, ktorá je cca 62,29 kg.

Vierka sa inak veľmi potešila, keď ste jej niektorí tipovali menej ako daných 55 kg. No naopak bola veľmi nahnevaná, keď ste jej podaktorí hádali až príliš veľa – niečo okolo 70 a našli sa aj experti, ktorí tvrdili, že Vierka váži až 85 kg. Ak vám príde do niekoľkých dní predvolanie na súd, nečudujte sa – Vierka Vás zažalovala za urážku na cti :). Tak to je asi všetko k Vierkinej záhade. Majte sa krásne a záujemcovia o autogram ... až na letisku :).

## B–1.2 Bungee (opravoval Fajo)

Oproti Janovi stojí zrkadlo, ktoré siaha až po zem. Nie je však zvislé, ale naklonené smerom od Jana, so zvislicou pritom zvierajú uhol  $2,5^\circ$ . Ako ďaleko môže vzpriamene stáť Jano od zrkadla, ak v ňom chce vidieť aspoň kúsok svojho obrazu? Čo pritom vlastne uvidí?

Ahojte deti, nooo, veľmi ste ma vašimi riešeniami nepotešili, ale páčilo sa mi s akým nasadením ste robili experimenty.

Áno, skoro všetci ste správne pochopili, že bude treba využiť zákon odrazu: Lúč, ktorý dopadá na zrkadlo zvierá s kolmicou na odrazovú plochu uhol  $\alpha$ . Lúč sa odrazí od zrkadla a prekvapivo zvierá s kolmicou rovnaký uhol  $\alpha$  – teda uhol odrazu sa rovná uhlu dopadu. Každému lúču sme teda schopní nájsť kolmicu odrazu, ktorá leží na zrkadle.

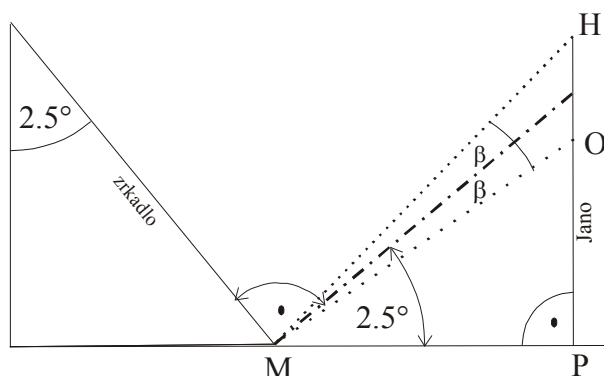
Prvou časťou úlohy bolo zistiť, ktorú časť svojho tela Jano uvidí poslednú, ak sa bude vzdďaľovať od zrkadla: Jano uvidí iba tú časť, z ktorej sa svetelný lúč po odraze od zrkadla dostane do jeho oka. Ak by nebolo zrkadlo naklonené, videl by sa v ňom vždy, či by už bol od neho 5 metrov alebo kilometer. No a teraz zrkadlo nakloňme. V jeho tesnej blízkosti sa Jano vidí celý, a tak sa začne pomaly vzdďaľovať až zrazu: lúč z jeho topánok dopadajúci na zrkadlo sa odrazí na každom mieste pod väčším uhlom, aby sa dostal Janovi do oka. Inak povedané, lúč, ktorý by sa mal z topánok odraziť od zrkadla do oka má svoju odrazovú kolmicu už mimo zrkadla (pod ním), a teda taký lúč neexistuje.

To ale znamená, že svoje topánky už nevidí. Ak pôjde ešte ďalej, prestane postupne vidieť svoje kolená, brucho, oči, tvár až to skončí tým, že bude vidieť iba vrch svojej hlavy (obrázok). No a na TÚTO hraničnú vzdialenosť  $x$  Jana od zrkadla sme sa vás pýtali.

Podme teda počítať: označme výšku Jana  $h$ , výšku jeho očí  $o$ . Na obrázku vidíme dva pravouhlé trojuholníky:  $\triangle MOP$  a  $\triangle HMP$ , v ktorých platí:

$$|OP|/|MP| = \operatorname{tg}(\angle OMP),$$

$$|HP|/|MP| = \operatorname{tg}(\angle HMP).$$



Uhol  $\angle OMP$  je ale  $\alpha - \beta$  a uhol  $\angle HMP$   $\alpha + \beta$ . Ak dosadíme dĺžky strán, dostaneme:

$$o/x = \operatorname{tg}(\alpha - \beta),$$

$$h/x = \operatorname{tg}(\alpha + \beta),$$

Čo sú dve rovnice o dvoch neznámych  $x$  a  $\beta$ . Aj keď nevyzerajú veľmi lákavo, dajú sa spočítať – najskôr použijeme vzorec na rozklad tangensu súčtu dvoch uhlov:

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) \pm \operatorname{tg}(\beta)}{1 \mp \operatorname{tg}(\alpha)\operatorname{tg}(\beta)}$$

Teda:

$$\frac{o}{x} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) - \operatorname{tg}(\beta)}{1 + \operatorname{tg}(\alpha)\operatorname{tg}(\beta)} \quad (1)$$

$$\frac{h}{x} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) + \operatorname{tg}(\beta)}{1 - \operatorname{tg}(\alpha)\operatorname{tg}(\beta)} \quad (2)$$

Z rovnice (2) si vyjadríme  $\operatorname{tg}(\beta)$ :  $\operatorname{tg}(\beta) = (h/x - \operatorname{tg}(\alpha))/(\operatorname{tg}(\alpha).h/x + 1)$ . Ak to dosadíme do rovnice (1) a potom trochu upravujeme dostaneme kvadratickú rovnicu pre  $x$ :

$$2\operatorname{tg}(\alpha).x^2 + (h.\operatorname{tg}^2(\alpha) + o.\operatorname{tg}^2(\alpha) - h - o).x - 2o.h.\operatorname{tg}(\alpha) = 0$$

Získame 2 riešenia, pričom kladné je iba to, kde diskriminant pričítujeme:

$$x = \frac{(o + h - h \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha) - o \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha)) + \sqrt{(h \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha) + o \cdot \operatorname{tg}^2(\alpha) - o - h)^2 + 16 \operatorname{tg}^2(\alpha) \cdot o \cdot h}}{4 \operatorname{tg}(\alpha)}$$

Ak dosadíme potrebné údaje ( $\alpha = 2,5^\circ$ , výška Jana môže byť zhruba  $h = 1,7\text{m}$ , oči môže mať vo výške asi  $o = 1,6\text{m}$ ), dostaneme  $x = 37,79\text{m}$ .

Aj keď výsledný vzťah pre  $x$  je dosť hrôzostrašný, myslím si, že tento príklad nebol až taký ťažký. Skoro všetci ste správne prišli na to, že ako posledný uvidí vrch svojej hlavy, niektorí ste aj správne nakreslili obrázok. No potom pri výpočte ste si úlohu zjednodušili predpokladom, že Jano má oči na vrchole hlavy. Potom by bola vzdialenosť  $x$  daná ako podiel Janovej výšky a  $\operatorname{tg}(\alpha)$ :  $x \approx h/\operatorname{tg}(\alpha) = 38,94\text{m}$ , čo je o viac ako meter dlhšie ako pôvodný výsledok. Preto je vaše zanedbanie dosť skresľujúce. Týmto chcem pochváliť Jana Zelinského (zhoda mien čisto náhodná!), ktorý ako *jediný* prišiel na správny princíp.

Tak čauko a polepšite sa.

### B–1.3 Počúvaš svoj smäd? (opravoval Tomáš)

*Kúpte si dve rovnaké plechovky koly a usporiadajte medzi nimi takýto pretek: Jednu z nich dobre potrate, položte ich vedľa seba na mierne naklonenú rovinu a nechajte valiť sa nadol (zariadte to tak, aby sa kotúľali zhruba päť sekúnd, alebo viac). Ktorá plechovka vyhráva? Prečo je to tak?*

2 plechovky, naklonená rovina; štart, rozbeh, cieľová šikminka a je tu víťaz – nepotrasená plechovka vyhráva a to dosť s prehľadom. Pokus samozrejme niekoľko krát zopakujeme, nepotrasená ale stále vedie. Prečo? Pozrime sa, čo sa deje pri kotúľaní plechovky. Budeme sa zaoberať ideálnou plechovkou, ktorá v sebe neobsahuje žiadny vzduch. Kovový obal plechovice sa po pustení začne kotúľať, teda začne zrýchľovať posuvnú aj rotačnú zložku svojho pohybu.

Čo sa bude diať s tekutým vnútrom plechovky? Posuvná zložka jeho rýchlosti musí byť rovnaká ako posuvná zložka rýchlosti obalu plechovky. Toto ale neplatí o rotačnej zložke rýchlosti. Pre ilustráciu si vezmeme 2 extrémne prípady:

1. Supratekutá plechovka, ktorej tekutý obsah kašle na rotáciu obalu a pri kotúľaní plechovky sa iba posúva bez rotácie.
2. Zmrznutá plechovka, ktorej obsah musí pevne rotovať s obalom plechovky.

Ktorá plechovka bude rýchlejšia? Prvá pri svojom pohybe mení potenciálnu (polohovú) energiu, na kinetickú posuvnú. (trením sa zatiaľ zaoberať nebudeme). Druhá mení potenciálnu energiu na kinetickú posuvnú a kinetickú rotačnú. Na dosiahnutie určitej posuvnej rýchlosti teda potrebuje väčšiu energiu ako prvá (!!!), preto bude druhá plechovka meškať. V praxi ani jedna z možností 1, 2 nenastáva. Ale je jasné, o čo ide: čím menej energie musí plechovka vynaložiť na rotáciu svojho obsahu, tým rýchlejšie sa bude pohybovať. Ide teda o to, obsah ktorej plechovky je pevnejšie prepojený s obalom.

Čo sa deje pri potrasení plechovky? V plechovke prebiehajú 2 obojsmerné chemické reakcie ktoré popisujú rozpúšťanie  $\text{CO}_2$  vo vode a naopak jeho opätovné vznikanie v plynnom skupenstve. Potrasením dostanú reagujúce látky v kole lepšie možnosti na reagovanie, čím sa reakcie posilnia v smere vznikania plynného  $\text{CO}_2$ . Tohto ale v skutočnosti vznikne iba máličko, pretože bublina v plechovke je malá (ja som nameral 19 a 21 ml), rýchlo sa teda zvýši tlak na hodnotu keď zase zavládne rovnováha. Pre nás je dôležité práve toto z praxe dobre známe zvýšenie tlaku. Dôsledkom zvýšenia tlaku je zvýšenie trenia koly o steny plechovky a aj koly o samú seba. Preto sa kola pri určitej rotačnej rýchlosti obalu plechovky bude v nepotrasenej plechovke otáčať pomalšie. Vnútro potrasenej plechovky je akoby “pevnejšie prepojené s obalom” ako vnútro nepotrasenej. No a to je aj dôvod prečo táto plechovka prehrá.

Podme sa pozrieť na niekoľko vecí, ktoré sme zanedbali. Energetické straty pri trení v kole sú dosť malé a v plechovke s väčším tlakom budú určite väčšie, tento efekt teda ešte podporuje to, čo sa snažíme vysvetliť. Treba sa tiež zamyslieť nad tým, čo spraví vzduchová bublina pri pretrepaní. Je možné, že kola vytvorí akúsi penu, tá však v konečnom dôsledku potrasenú plechovku iba viac spomalí.

Na záver pár slov k vašim riešeniam. Veľa z vás spravilo experiment a malo aj dobrý výsledok. Vysvetlenie pozorovaného javu však veľa riešiteľov (hlavne B – skupiny), nezvládlo. Viacerí z A – skupiny ste uvažovali, že pre rotačný pohyb plechovky platí

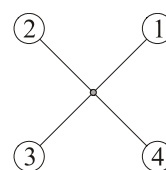
$$E = mv^2 + J\omega^2,$$

kde  $v$  je rýchlosť posuvného pohybu,  $\omega$  rýchlosť rotačného pohybu,  $J$  moment zotrvačnosti plechovky a  $E$  celková kinetická energia plechovky (premenená polohová energia). Keďže  $v$  a  $\omega$  sú priamo úmerné ( $v = \omega r$ ) treba ukázať, že pomalšia plechovka má väčšie  $J$  (čo je myšlienka v podstate totožná so vzorákom). Toto zväčšenie ste ale vysvetľovali najrôznejšími spôsobmi – napríklad tým, že väčší tlak rozťahne plechovku, alebo že vzduchová bublinka sa spení a neskôr presunie do stredu plechovky, čím sa zväčší  $J$ , ohľadom natlačenia sa koly na miesta vzdialenejšie od stredu.

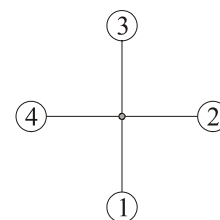
### B – 1.4 Točí sa mi točí (opravoval Matúš)

Na obrázku je „kolovrátok“ so štyrmi ramenami dĺžky 30 cm, na koncoch ktorých sú upevnené závažia hmotnosti 1, 2, 3 a 4 kg. Kolovrátok sa môže voľne otáčať okolo stredu  $O$ . Na začiatku ho držíme nehybný v polohe aká je na obrázku. Aká bude maximálna rýchlosť, akú dosiahnu závažia pri svojom pohybe potom, čo „kolovrátok“ uvoľníme?

Ak sa vám nechce čítať celé (dosť dlhé) vzorové riešenie, prečítajte si aspoň tento prvý odstavec. Obsahuje totiž celú fyzikálnu pointu: Zaujímá nás maximálna rýchlosť otáčajúcich sa závaží. Odkiaľ sa ale vlastne berie? Zo zákona zachovania energie! Podľa neho súčet pre daný príklad podstatných energií (teraz to sú kinetická a potenciálna energia) ostáva konštantný. Preto keď sa pri otáčaní kolovrátku potenciálna energia závaží na jeho koncoch znižuje, musí kinetická energia rásť. A kedy bude najväčšia? Keď bude potenciálna energia najmenšia! Teda to je ten okamih, kedy sa závažia pohybujú najrýchlejšie... Ostáva však zistiť, kedy bude oná potenciálna energia  $E_P$  najmenšia. To nám napovie múdra veta, ktorú budete počuť ešte veľa krát: „Sústava sa snaží zaujať stav (poznámka: ten zvykne volať rovnovážny) s minimálnou energiou.“ Nevedeli ste, prečo padajú jablká na zem? No presne kvôli tomu! A aký je rovnovážny stav nášho kolovrátku? Očividne práve ten na obrázku. Závažia 2 kg a 3 kg vľavo presne vyvážia 1 kg a 4 kg vpravo.



Teraz už neostáva nič iné než trochu manuálne zapracovať a výsledok máme vo vrecku. Alebo v rukách, ako chcete. Označme potenciálnu energiu závaží ako  $E_{P1}$  tesne po uvoľnení kolovrátku (na obrázku vpravo),  $E_{P2}$  v okamihu ich maximálnej rýchlosti, teda v polohe na hornom obrázku. Ak označíme dĺžku ramien kolovrátku a ako hladinu nulovej potenciálnej energie si zvolíme úroveň stredu otáčania, môžeme pre tieto dve energie zapísať vzťahy



$$E_{P1} = m_1g(-a) + m_2ga,$$

$$E_{P2} = m_1ga \frac{\sqrt{2}}{2} + m_2ga \frac{\sqrt{2}}{2} + m_3g \left( -a \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + m_4g \left( -a \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Samozrejme, hmotnosti  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  a  $m_4$  sú postupne 1, 2, 3 a 4 kg... Mohli by sme sa aj ďalej trápiť všeobecnými vzťahmi, ale však nie sme masochisti, preto ďalej už len číselne

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} \approx 14,49 \text{ J.}$$

Čo ešte chýba je vyjadrenie kinetickej energie hýbucich sa závaží. Keďže sú všetky ramená kolovrátka rovnako dlhé, rýchlosť všetkých závaží musí byť rovnaká – označme ju  $v$ . Celkovú kinetickú energiu dostaneme ako súčet príspevkov jednotlivých závaží, teda

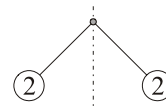
$$E_K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)v^2.$$

Súčet všetkých hmotností je 10 kg. V spojení s predchádzajúcim vzťahom tak už dostávame hľadanú maximálnu rýchlosť  $v_{\max} = 1,70 \text{ m/s}$ .

Ostáva upozorniť na niekoľko záležitostí, ktoré si vás pri riešení úlohy našli. Tak napríklad ste mnohí suverénne prehlasovali, že najrýchlejšie sa budú závažia pohybovať vtedy, keď bude 4 kg závažie najnižšie. Nakreslite si to... Nezdá sa vám, že 3 kg závažie vľavo preváži ten 1 kg vpravo? A podľa prvého odstavca nerovnovážna poloha nemá najmenšiu energiu, preto je pre nás úplne nanič.

Ďalšia pasca súvisela s veľmi pekným nápadom: oproti sebe sú na jednom ramene 4 kg a 2 kg. Zjavne je to to isté (aspoň pokiaľ sa týka hľadania rovnovážnej polohy) ako 2 kg a 0 kg. Obdobne sa dali odmyslieť časti oproti sebe stojacich závaží 3 kg a 1 kg. Čo ostalo? Jednoduchý dvojramenný kolovrátok s rovnakými 2 kg závažiami zvierajúcimi uhol  $90^\circ$ . Ich rovnovážna poloha je už jasná, že? Pekná úvaha, ďalej sa však skrýval háčik.

Závažia ste si odmysleli a potom už späť „neprimysleli“, čo je pri používaní zákona zachovania energie neprípustné. Veď roztáčajú sa všetky štyri závažia, všetky budú mať kinetickú energiu!



Posledným problémom boli nejasnosti súvisiace s rovnovážnou polohou. Keď kolovrátok uvoľníme, rovnovážna poloha sa neprejaví tým, že v nej pohyb zastane! Naopak, tam bude jeho rýchlosť najväčšia (pravda, iba ak pôjde o tzv. stabilnú rovnovážnu polohu, ako v našom prípade). V tom nemal úplne každý jasno... I keď musím priznať, že ak by sa niekde skrývalo trenie, ktoré pohyb kolovrátko zabrzdí, skončí tento práve v tej rovnovážnej polohe.

Ešte pre tých, ktorí nechcú odhaľovať rovnovážne polohy „od oka“ (ako sa to podarilo nám). Istotou je postup, kedy napíšeme sily pôsobiace v sústave a hľadáme polohu, kedy budú tieto navzájom v rovnováhe. Keďže teraz skúmame otáčajúce sa teleso, podstatnými budú nie sily, ale momenty síl – tie majú vplyv na otáčavý pohyb. Túto cestu niekoľkí z vás zvládli, ale keďže si pýta niekoľko goniometrických vzorcov, dal som prednosť menej výpočtovému postupu. Pekný postup riešenia súvisel s ťažiskom kolovrátko, ktoré bude v okamihu najvyššej rýchlosti v najnižšom bode. Stačilo to ťažisko nájsť a už bolo hotovo...

## FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii zimného semestra 18. ročníka

Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	Σ
1. Štoková	Jana	kv.	G Nitra Párovská	4.0	3.0	4.0	6.0	17.77
2. Imriška	Jakub	1 A	G BA J. Hronca	4.0	2.5	3.5	6.0	16.96
3. Lalinský	Ján	sx. A	G Varšavská cesta	4.0	4.5	1.5	5.0	15.00
Savincová	Katarína	2 E	G PH Michalovce	4.0	2.0	5.0	4.0	15.00
5. Chotváčová	Katarína	kv. B	G KE Alejová 1	2.5	3.0	2.0	5.5	14.37
6. Dzetkulič	Michal	2 A	G PH Michalovce	4.0	2.5	3.0	4.5	14.00
Sasák	Róbert	2 D	SPŠE Piešťany	4.0	2.5	3.5	4.0	14.00
8. Simančík	František	sx.	G BA Grösslingova	1.5	3.0	3.0	6.0	13.50

9.	Škrovinová	Katarína	kv.	G Nitra Párovská	1.5	3.5	3.5	3.5		13.44
10.	Foltin	Miroslav	1 C	G Jána Hollého	1.5	2.0	2.0	6.0		12.97
	Molčány	Dušan	1 B	SPŠS BA Feinorovo nábr.	1.5	2.5	2.0	5.5		12.97
12.	Komorovský	Marek	kv.	G Dubnica n. Váhom	1.5	2.5	3.5	5.0	-1	12.91
13.	Bratko	Milan	sx. A	G BA Pankúchova	2.5	3.0	2.5	5.5	-1	12.50
	Molnárová	Katka	2 D	G KE Šrobárova	4.0	2.5	3.0	4.0	-1	12.50
15.	Pôbišová	Zuzana	1 F	G BB Tajovského	1.5	1.5	2.5	5.5		12.49
16.	Hrdá	Marcela	kv.	G Turčianske Teplice	4.0	2.0	3.0	5.0	-3	12.26
17.	Duník	Matej	1 B	G VOZA	1.0	2.5	0.5	6.0		11.50
	Perešíni	Peter	1 F	G BB Tajovského	0.5	2.0	2.0	5.5		11.50
	Struhár	Pavel	2 A	G BA J. Hronca	1.5	3.5	3.0	3.5		11.50
20.	Demím	Michal	1 B	G Nitra Golianova	4.0	2.0	2.5	2.5	-1	11.49
21.	Kováč	Adrián	2 A	G PH Michalovce	1.5	3.0	0.5	6.0		11.00
	Ďurčík	Miroslav	1 C	G BST Lučenec	1.0	0.5	2.5	5.5		11.00
23.	Hlavačiková	Jana	2 A	G BA Einsteinova	4.0	3.0	2.5	–		9.50
	Rajniaková	Gabriela	sx.	G Liptovský Mikuláš	1.0	1.5	3.0	4.0		9.50
	Trnovecová	Zuzana	2 C	G BA J. Hronca	1.5	2.5	3.5	3.0	-1	9.50
	Uhrin	Tomáš	2 E	G PH Michalovce	1.5	3.0	2.5	2.5		9.50
27.	Dolejšia	Edita	sx.	OG ZA Varš. cesta	1.5	1.5	0.5	5.5		9.00
	Schlosáriková	Eva	2 B	G Piešťany	4.0	0.0	1.0	4.0		9.00
29.	Gašparík	Peter			1.5	1.5	0.5	4.0		8.91
30.	Novák	Lubomír	1 B	G BA J. Hronca	1.5	3.0	2.0	3.0	-3	8.00
31.	Šomodiová	Kristína	1 A	G Piešťany	1.5	1.0	3.0	1.0		7.82
	Veselovská	Lenka	kv.	G Liptovský Mikuláš	1.5	1.5	2.5	1.0		7.82
33.	Vojtko	Andrej	sx. A	G Skalica	1.5	2.5	2.5	1.0		7.50
34.	Lampášová	Júlia	sx.	G Považská Bystrica	0.5	3.0	2.5	2.0	-1	7.00
35.	Kuchta	Miroslav	3 A	Evanjelické gym. BA	0.5	2.0	2.5	2.5	-2	6.91
36.	Czókolyová	Eva	1 A	G Piešťany	1.0	2.5	2.0	–		6.70
37.	Kravec	Martin	1 A	G PH Michalovce	–	2.5	3.5	–	-1	6.26
38.	Gottweis	Martin			1.5	2.5	0.5	0.5		6.13
	Kažmér	Ladislav	1 A	G Veľké Kapušany	1.5	1.5	2.0	–		6.13
	Táborský	Roman		G BA J. Hronca	0.5	1.0	2.0	1.5		6.13
41.	Beňuš	Ondrej	2 A	G Štúrovo	1.0	1.0	0.5	3.5		6.00
	Kanovszký	Michal	2 A	OG Štúrovo	1.0	1.0	0.5	3.5		6.00
	Kulík	František	2 E	G Humenné	3.0	1.5	0.5	1.0		6.00
	Rubovič	Peter	sx. B	G KE Alejová	1.5	1.5	0.5	2.5		6.00
	Sojáková	Stanka	2	G BA J. Hronca	1.5	2.5	2.0	6.0	-6	6.00
46.	Pettyová	Silvia	kv. B	G KE Alejová	1.0	2.0	2.0	0.5	-1	5.70
47.	Hergelová	Beáta	1 B	G BST Lučenec	1.0	2.0	1.5	0.5	-1	5.13
48.	Jandošková	Alexandra	2 A	OG Štúrovo	1.0	1.0	0.5	3.5	-1	5.00
49.	Přikrylová	Veronika	kv. A	OG ZA Varšavská c.	0.5	2.5	0.5	0.5		4.96
50.	Pápayová	Zuzana	1 A	G Veľké Kapušany	1.0	0.3	2.0	0.5		4.72
51.	Leová	Iveta	4 G	G VPT Martin	0.5	1.0	1.0	1.0		4.37
52.	Karasová	Barbora	1 B	G Púchov	0.5	2.5	0.5	2.5	-3	4.26
53.	Džunko	Ján	sx.	G Spišská Stará Ves	0.5	2.5	0.5	5.5	-5	4.00
54.	Kováč	Michal	kv.	G BA Grösslingova	1.0	2.0	1.0	–	-1	3.96
55.	Holičková	Ivana	kv.	G Banská Štiavnica	0.5	0.5	2.0	–		3.77
	Kissová	Marcela	1 A	G Veľké Kapušany	1.0	–	2.0	–		3.77
	Lázár	Tomáš	1 A	G Veľké Kapušany	1.0	–	2.0	–		3.77
	Malčická	Martina	kv.	G Banská Štiavnica	0.5	0.5	2.0	0.0		3.77
	Rochová	Alica	kv.	G Banská Štiavnica	0.5	0.5	2.0	–		3.77

Vasilová	Elena	kv.	G Sabinov	0.5	0.0	2.0	0.5		3.77
61. Kubová	Miška	2 A	G Vrbové	0.5	0.5	3.5	0.0	-1	3.50
62. Bruncko	Milan	2 C	G V.P.Tótha	1.0	2.0	–	–		3.00
63. Nagy	Jakub	8 C	ZŠ-Požiarnicka	1.5	1.0	0.5	–	-1	2.77
64. Šaturová	Zuzana		G BA Einsteinova	1.5	–	0.5	–		2.54
65. Krajčírovič	Michal	kv. B	G Trnava Hollého	1.0	–	0.5	–		1.92
66. Máčajiová	Zuzana	1 A	OG Štúrovo	0.5	–	2.5	–	-3	0.77
Molnárová	Zuzana	kv.	OG KE Alejová	0.5	2.5	–	–	-3	0.77
68. Machajdová	Katarína	2 C	G V.P.Tótha	–	–	0.5	–		0.50
69. Taploová	Arikó	1 A	OG Štúrovo	0.5	–	–	–	-1	-0.35
70. Pašuth	Ondrej	1 A	G PH Michalovce	1.0	2.5	2.5	–	-8	-0.74
71. Rušin	Michal	sx.	G Spišská Stará Ves	0.5	–	–	2.0	-5	-2.50
72. Melegová	Jazmína	1 A	OG Štúrovo	0.5	1.5	–	–	-8	-5.46

## Náboj FKS

1. Na začiatku súťaže dostane každé družstvo 8 príkladov. Za správne vyriešený príklad získavajú súťažiaci zadanie ďalšieho príkladu. Úlohou je za cca 1,5 hodiny správne vyrátať čo najviac príkladov.
2. Zúčastniť sa môžu družstvá s najviac piatimi členmi. Zapojiť sa smú aj družstvá s menším počtom členov, avšak nie sú nijak zvýhodnené.
3. Každá škola môže zostaviť buď jedno družstvo, alebo dve družstvá, vtedy ale musí byť aspoň jedno z nich juniorské. Juniorským nazveme také družstvo, ktoré je zložené len z prvákov a druhákov klasickej strednej školy (do maturity im chýbajú viac ako dva roky).
4. Zadávané príklady sú jednotné, najlepšie juniorské družstvo však získava osobitnú cenu.
5. Súťaž sa koná 25. októbra v posluchárni A FMFI UK v Bratislave o 13:00. Z hlavnej železničnej stanice tam ide priamo električka č. 1 (zastávka Botanická záhrada).
6. Priamo v budove FMFI UK bude orientácia súťažiacich uľahčená šípkami.
7. Riešenie príkladov začne o 13:00, povinná prezentácia družstiev trvá od 11:45 do 12:45.
8. Po skončení súťaže bude možné zakúpiť si brožúrku zadávaných úloh spolu s riešeniami.
9. Aktuálne informácie o súťaži nájdete na stránke [www.fks.sk](http://www.fks.sk).

Na väčšinu gymnázií posielame v tomto čase pozvánku s rovnakým textom. Nemusíte však na ňu čakať, môžete sa chopiť iniciatívy aj vy: poproste svojho učiteľa fyziky, či by vám s organizáciou družstva nepomohol. Informáciu, či sa škola zúčastní Náboja (a s koľkými družstvami), treba poslať do 18. októbra.

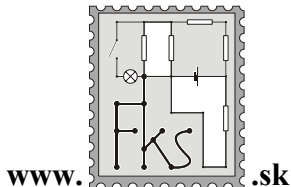
♣ buď e-mailom na [stanislav.komorovsky@st.fmph.uniba.sk](mailto:stanislav.komorovsky@st.fmph.uniba.sk)

♣ alebo písomne na adresu: FKS, KZDF MFF UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava 4



# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. kolo zimnej časti 18. ročníka  
A – kategória (starší)  
školský rok 2002/2003  
*termín príchodu riešení*  
**30. 10. 2002**



**FKS, KZDF FMFI UK**  
**Mlynská dolina**  
**842 48 Bratislava**  
riesenia@fks.sk  
info@fks.sk

---

## A–2.1 Rýchlovlak (5 bodov)

Pri maximálnom výkone lokomotívy prejde rýchlovlak 200 km dlhú trať Bratislava – Žilina za dve hodiny. Odhadnite, aký je najmenší čas, za ktorý dokáže prejsť túto trasu opačným smerom. Výškový rozdiel medzi koncovými stanicami je 150 metrov, hmotnosť vlaku je 1000 ton. Pre jednoduchosť predpokladajte konštantný sklon trate, rozbíhanie a spomaľovanie vlaku neuvažujte.

---

## A–2.2 Kúzníkov recept (5 bodov)

Do dutej hliníkovej tyče vpustíme cez horný otvor magnet. Na dolnom konci spozorujeme, že akosi dlho trvá, kým magnet z tyče vylezie von. Prečo?

---

## A–2.3 Balón vo výškach (5 bodov)

Do akej výšky môže vystúpiť teplovzdušný balón? Predpokladajte, že má konštantný objem, polomer 8 m, hmotnosť záťaže je 100 kg a potrebné údaje nájdete v tabuľkách.

---

## A–2.4 Narkoman (5 bodov)

Pokúste sa experimentálne zistiť (bez priameho merania), aký vnútorný priemer má ihla na injekčnej striekačke.

---

Tento seminár je organizovaný s podporou  
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť – Open Society Fund  
a KZDF FMFI UK

# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

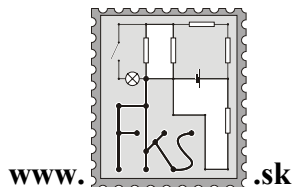
vzorové riešenia 1. série

A – kategória (starší)

18. ročník

zimný semester

školský rok 2002/2003



FKS, KZDF FMFI UK

Mlynská dolina

842 48 Bratislava

riesenia@fks.sk

info@fks.sk

## A–1.1 Magnetky (opravoval Čermo)

*Na stole ležia dve naoko rovnaké desaťcentimetrové tyčky. Jedna je obyčajná železná, tá druhá je však magnet. Navrhnite spôsob, akým sa dá zistiť, ktorá je ktorá, keď môžete do ruky vziať len jednu z nich a len raz ju priblížiť k tej druhej.*

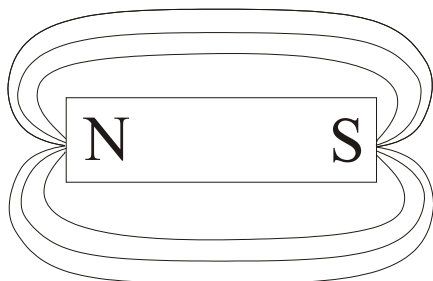
Úvodom by som chcel všetkým poďakovať za vskutku krásne riešenia (toľko tyčiek pokope...). Poďme ale na vec (pre tých s  $3 \pm 0,5b$  je určený hlavne druhý odsek).

V prvom rade si treba uvedomiť aký je rozdiel medzi permanentným magnetom a obyčajným železom. Okrem toho, že niekedy majú rôzne hustoty ide hlavne o to, že ten prv menovaný má permanentné magnetické pole, respektíve ide hlavne o jeho podobu. Toto pole je totiž nehomogénne (obrázok 1), teda ak sa k nemu približujeme z rôznych strán, má na nás rôzne účinky, zatiaľ čo železo takéto pole nemá. To je aj príčina, prečo sa naše tyčky dajú rozlíšiť.

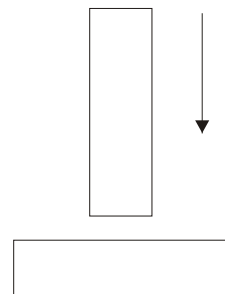
Pri vlastnom postupe si treba uvedomiť, aké obmedzenia v spôsobe vykonania experimentu nám kládlo zadanie (1 ruka, 1 priblíženie). Vďaka tomu nemôžeme ľubovoľne približovať tyčky k sebe, bo by sa nám pritiahli a pretože zákon akcie a reakcie vraví, by na seba pôsobili rovnako veľkou silou (pri približne rovnakej hmotnosti) by sme nič zistili.

Ako však vidieť z obrázka, približne v strede magnetu je jeho pole homogénne, takže ak by sme priblížili Fe k magnetu podľa obr. 2, nič by sa nestalo, pretože v tej časti sa magnetické účinky jednotlivých pólov rušia. Ale ak by sme rovnako priblížili magnet ku Fe tyčke, cítili by sme, ako sa tyčky priťahujú. No a rozprávky je koniec...

Obr. 1



Obr. 2



## A-1.2 Niečo je vo vzduchu (opravoval Roman Kováčik)

Odhadnite hmotnosť atmosféry Zeme. Potrebne údaje si nájdite v tabuľkách alebo ich odhadnite.

Vaše riešenia tohto problému by sa dali rozdeliť na tri zhruba tretiny. Krátko sa zastavím pri menej presných prvých dvoch prístupoch.

**Prvý prístup:** odhadneme si výšku  $h$  atmosféry, odhadneme si akúsi priemernú hustotu vzduchu  $\rho_p$  a hmotnosť atmosféry  $m$  dostaneme dosadením do jednoduchého vzťahu

$$m = \frac{4}{3}\pi[(R+h)^3 - R^3]\rho_p,$$

kde  $R = 6378 \text{ km}$  je polomer Zeme. Hustotu atmosféry budeme považovať za zanedbateľnú oproti hustote pri zemi vo výške  $h = 15 \text{ km}$  (hranica troposféry). Ako priemernú hustotu zoberme polovicu hustoty pri zemi  $\rho_p = 0,63 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Celková hmotnosť atmosféry by potom bola  $m = 1,9\cdot 10^{19} \text{ kg}$ .

**Druhý prístup** spočíva zhruba v tom istom, v čom prvý, len si atmosféru rozdelíme na viac vrstiev, pričom pre každú vrstvu určíme príslušnú priemernú hustotu.

**Tretí prístup** je najpohodlnejší a asi aj najpresnejší, čo sa odhadu týka. Vychádza z definície tlaku  $p = F/S$ . Keď vieme akú silu vyvoláva stĺpec vzduchu nad  $1 \text{ m}^2$ , stačí vynásobiť tlak povrchom Zemským  $S$  a máme celkovú silu, ktorou tlačí atmosféra. Keďže sa atmosféra nachádza v gravitačnom poli, je táto sila úmerná hmotnosti  $m = F/g$ , ktorou atmosféra disponuje. Jednoduchým dosadením teda dostaneme

$$m = \frac{pS}{g} = (101\cdot 10^3 \cdot 511\cdot 10^{12} / 9,81) \text{ kg} = 5,3\cdot 10^{18} \text{ kg}$$

Teraz trochu k presnosti odhadu. Je evidentné, že prvým prístupom môžeme dostať dosť široký interval odhadovanej hmotnosti. Je však aj možné, že sa nám náhodou podarí srafiť sa presne. Na to by sme sa ale nemali spoliehať. Druhým prístupom sa dopúšťame omnoho menších nepresností a dá sa povedať, že je vhodný prístup, pokiaľ máme dosť trpezlivosti. Tretí prístup sa môže zdať na prvý pohľad ako úžasné riešenie, ale aj tu sa môžu skrývať záludnosti, ak sa nezamyslíme. Ja som sa začal zamýšľať nad číslami, čo som dosadil. 101 kPa je predsa akýsi štandardný tlak. Platí to aj v prípade celej atmosféry? Ako by sa odhad zmenil, keby sa zjemnili kritériá a nepovažovali by sme tlak na celej Zemi za konštantný. To je prípad náhorných plošín a skoro celej Antarktídy, ktorá má priemernú nadmorskú výšku cez 2 km. Zrejme by bolo treba Zem rozdeliť na zóny, kde ten tlak je zhruba rovnaký. Po pátraní na internete sa mi podarilo nájsť distribúciu povrchu Zeme podľa nadmorskej výšky.

nadmorská výška [km]	0 - 1	1 - 2	2 - 3	3 - 4	4 - viac
plocha [ $10^6 \text{ km}^2$ ]	110	20	10	5	5

Po zahrnutí týchto údajov, prepočítaní tlakov pre príslušné výšky vyšla hmotnosť atmosféry

$$m = 5\cdot 10^{18} \text{ kg}.$$

Rozdiel 6 %, nie veľa, nie málo. Takéto korekcie som však od nikoho nežiadal, čakal som iba akúsi diskusiu na tému čo mi vyšlo a asi ako presne (za diskusiu som dával 1 b). Hawk.

### A-1.3 Počúvaš svoj smäd? (opravovala Miška, vzorák dal dokopy Tomáš)

*Kúpte si dve rovnaké plechovky koly a usporiadajte medzi nimi takýto pretek: Jednu z nich dobre potraсте, položte ich vedľa seba na mierne naklonenú rovinu a nechajte valiť sa nadol (zariadte to tak, aby sa kotúľali zhruba päť sekúnd, alebo viac). Ktorá plechovka vyhráva? Prečo je to tak?*

2 plechovky, naklonená rovina; štart, rozbeh, cieľová šikminka a je tu víťaz – nepotrasená plechovka vyhráva a to dosť s prehľadom. Pokus samozrejme niekoľko krát zopakujeme, nepotrasená ale stále vedie. Prečo? Pozrime sa, čo sa deje pri kotúľaní plechovky. Budeme sa zaoberať ideálnou plechovkou, ktorá v sebe neobsahuje žiadny vzduch. Kovový obal plechovice sa po pustení začne kotúľať, teda začne zrýchľovať posuvnú aj rotačnú zložku svojho pohybu.

Čo sa bude diať s tekutým vnútrom plechovky? Posuvná zložka jeho rýchlosti musí byť rovnaká ako posuvná zložka rýchlosti obalu plechovky. Toto ale neplatí o rotačnej zložke rýchlosti. Pre ilustráciu si vezmime 2 extrémne prípady:

1. Supratekutá plechovka, ktorej tekutý obsah kašle na rotáciu obalu a pri kotúľaní plechovky sa iba posúva bez rotácie.
2. Zmrznutá plechovka, ktorej obsah musí pevne rotovať s obalom plechovky.

Ktorá plechovka bude rýchlejšia? Prvá pri svojom pohybe mení potenciálnu (polohovú) energiu na kinetickú posuvnú. (trením sa zatiaľ zaoberať nebudeme). Druhá mení potenciálnu energiu na kinetickú posuvnú a kinetickú rotačnú. Na dosiahnutie určitej posuvnej rýchlosti teda potrebuje väčšiu energiu ako prvá (!!!), preto bude druhá plechovka meškať. V praxi ani jedna z možností 1, 2 nenastáva. Ale je jasné, o čo ide: čím menej energie musí plechovka vynaložiť na rotáciu svojho obsahu, tým rýchlejšie sa bude pohybovať. Ide teda o to, obsah ktorej plechovky je pevnejšie prepojený s obalom.

Čo sa deje pri potrasení plechovky? V plechovke prebiehajú 2 obojsmerné chemické reakcie ktoré popisujú rozpúšťanie  $\text{CO}_2$  vo vode a naopak jeho opätovné vznikanie v plynnom skupenstve. Potrasením dostanú reagujúce látky v kole lepšie možnosti na reagovanie, čím sa reakcie posilnia v smere vzniku plynného  $\text{CO}_2$ . Tohto ale v skutočnosti vznikne iba máličko, pretože bublina v plechovke je malá (ja som nameral 19 a 21 ml), rýchlo sa teda zvýši tlak na hodnotu keď zase zavládne rovnováha. Pre nás je dôležité práve toto z praxe dobre známe zvýšenie tlaku. Dôsledkom zvýšenia tlaku je zvýšenie trenia koly o steny plechovky a aj koly o samú seba. Preto sa kola pri určitej rotačnej rýchlosti obalu plechovky bude v nepotrasenej plechovke otáčať pomalšie. Vnútro potrasenej plechovky je akoby “pevnejšie prepojené s obalom” ako vnútro nepotrasenej. No a to je aj dôvod prečo táto plechovka prehrá.

Podme sa pozrieť na niekoľko vecí, ktoré sme zanedbali. Energetické straty pri trení v kole sú dosť malé a v plechovke s väčším tlakom budú určite väčšie, tento efekt teda ešte podporuje to, čo sa snažíme vysvetliť. Treba sa tiež zamyslieť nad tým, čo spraví vzduchová bublina pri pretrepaní. Je možné, že kola vytvorí akúsi penu, tá však v konečnom dôsledku potrasenú plechovku iba viac spomalí.

Na záver pár slov k vašim riešeniam. Veľa z vás spravilo experiment a malo aj dobrý výsledok. Vysvetlenie pozorovaného javu však veľa riešiteľov (hlavne B – skupiny), nezvládlo. Viacerí z A – skupiny ste uvažovali, že pre rotačný pohyb plechovky platí

$$E = mv^2 + J\omega^2,$$

kde  $v$  je rýchlosť posuvného pohybu,  $\omega$  rýchlosť rotačného pohybu,  $J$  moment zotrvačnosti plechovky a  $E$  celková kinetická energia plechovky (premenená polohová energia). Keďže  $v$  a  $\omega$  sú priamo úmerné ( $v = \omega r$ ) treba ukázať, že pomalšia plechovka má väčšie  $J$  (čo je myšlienka v podstate totožná so vzorákom). Toto zväčšenie ste ale vysvetľovali najrôznejšími spôsobmi – napríklad tým, že väčší tlak rozťahne plechovku, alebo že vzduchová bublinka sa

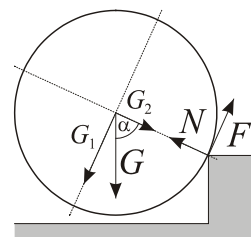
spení a neskôr presunie do stredu plechovky, čím sa zväčší  $J$ , ohľadom natlačenia sa koly na miesta vzdialenejšie od stredu.

#### A-1.4 Klaun (opravoval Nagi)

Akú najvyššiu hranatú prekážku dokáže prejsť klaun na cirkusovom jednokolesovom bicykli? Polomer kola je  $R$ , koeficient trenia kola o prekážku je  $f$ .

Zdravím všetkých cirkusantov! Bolo veľa tých, ktorí svoje cyklistické schopnosti precenili. Ďalší na to išli s rozbehom, ale prišli len na to, že asi prekonajú čokoľvek (bez ohľadu na následky). Zaujímalo nás, ako to bude, keď sa pôjde na vec pekne pomaly. Klaun stojí bezradný pred prekážkou a nevie, čo ďalej. Poďme mu teda ukázať, ako sa má cez ňu dostať.

Ako prvú si položíme otázku: „Kedy bude mať klaun počas prejazdu cez prekážku najväčšie problémy?“ Odpoveď je jednoduchá – hneď po tom, ako sa odlepí od zeme. Poďme teda rozanalyzovať túto situáciu. Aké sily vtedy pôsobia na bicykel? Klaun tlačí do pedálov, koľko to dá, ale z konštrukcie bicykla je jasné, že to nedá viac, ako jeho tiaž. A tiež, že celá táto sila smeruje nadol. Označme ju  $G$ . Ďalej tu vchádza do hry reakcia od prekážky  $N$  a trecia sila  $F \leq Nf$  na jej rohu. Na obrázku sme tiažovú silu rozložili na jej zložky  $G_1$  a  $G_2$  smerom „okolo“ a „k“ prekážke.



Podľa prvej vety impulzovej sa bude ťažisko klauna a bicykla pohybovať práve tak, ako keby všetky pôsobiace sily pôsobili v samotnom ťažisku. Prenesme teda všetky sily práve tam. Keď ich zložíme a pozrieme sa na výslednice v dvoch smeroch vyznačených na obrázku, zistíme, že v smere „k prekážke“ je  $G_2 - N$  rovné nule (koleso sa nepučí a neprehýba :-). Čo však v smere „okolo prekážky“? Výslednica  $F - G_1$  musí byť väčšia, alebo rovná nule, ak chceme, aby sa koleso cez prekážku prevalilo... Poďme vypočítať, kedy sa to môže stať.

Veľkosť trecej sily je zhora obmedzená veľkosťou prítláčnej sily aj koeficientom trenia

$$F \leq Nf.$$

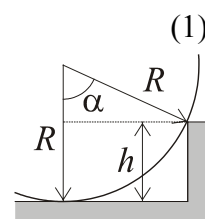
Veľkosť sily  $N$  (reakcie prekážky) je rovná zložke tiažovej sily  $G_2$ . Už vieme, že aby sa koleso cez prekážku prevalilo, musí byť

$$G_1 \leq F,$$

čiže  $G_1 \leq G_2 f$ . Keď si teraz ešte vyjadríme zložky  $G$  pomocou uhla  $\alpha$ , dostaneme

$$\operatorname{tg} \alpha \leq f. \quad (1)$$

Z tejto podmienky je teraz už vidno, že naozaj stačí, aby bola splnená na začiatku, a potom sa už koleso cez prekážku dostane. Pri prechode cez prekážku sa totiž uhol  $\alpha$  znižuje. Teraz už len stačí vyjadriť výšku  $h$  pomocou tohto počiatočného uhla  $\alpha$ . Pomocou Pytagorovej vety a obrázka môžeme napísať



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{R^2 - (R-h)^2}}{R-h} = \sqrt{\frac{R^2}{(R-h)^2} - 1}. \quad (2)$$

Po dosadení do nerovnosti (1) dostaneme po umocnení a niekoľkých ďalších úpravách (dajú sa naozaj jednoducho spraviť, len málokto to dorazil) výsledný vzťah

$$h \leq R \left( 1 - \sqrt{\frac{1}{f^2 + 1}} \right). \quad (3)$$

Po tomto „silovom“ prístupe si ale uvedomíme, že v zálohe číhajú momenty týchto síl. Málokto si na to spomenul a len Miro Naď na to ako to je naozaj, aj prišiel. Pozrime sa na otáčanie kola okolo rohu prekážky. Jediná reálna sila, ktorá teraz má moment je tiaž. Ak je

jej pôsobisko (ťažisko) „pred“ prekážkou, klaun sa cez ňu určite nedostane, pretože ho nepustí práve moment tejto sily, ktorý ho vráti pekne späť na zem. Takže ak chce prekážku prekonať, musí sa ešte predtým nakloniť tak, aby mal ťažisko „za“ prekážkou. Musí to naozaj robiť? No veď si len skúste predstaviť, ako by to šlo malinkému klauníkovi s obrovitánskym kolesom a hoci aj maličkou prekážkou pred sebou...

## FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 1. sérii zimného semestra 18. ročníka

Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	Σ
1. Neilinger	Pavol	3 A	G Dunajská Streda	4.0	4.3	4.5	5.0	18.39
2. Závodný	Jakub	se.	G BA Grösslingova	4.0	4.8	3.5	5.0	18.00
3. Brutovská	Eva	se.	G Kežmarok	4.0	4.8	3.5	4.5	17.61
4. Štolc	Miroslav	se.	G Nitra Párovská	4.0	4.5	3.0	5.0	17.37
5. Batmendijnová	Zuzana	se.	G T. Vansovej	4.0	5.0	3.5	5.0	-1 17.16
	Škorupa	3 D	G Liptovský Mikuláš	4.0	4.0	4.5	5.0	-1 17.16
7. Tekel	Juraj	ok.	G M.M. Hodžu	4.0	4.5	4.5	4.0	17.00
8. Baník	Dušan	3 A	G Poprad Popr. nábr.	4.0	4.3	3.5	4.0	16.80
9. Fialka	Vlado	3 E	G K2 Prešov	4.0	4.7	2.5	4.5	16.71
10. Kvašnáková	Katka	3 E	G K2 Prešov	4.0	4.3	2.5	4.5	16.38
11. Zajac	Peter	3 B	G BA Grösslingova	4.0	4.8	3.5	4.0	-1 16.20
12. Smrek	Ján	ok. N	1SG BA Čapkova	4.0	5.0	5.0	2.0	16.00
13. Perešíni	Peter	1 F	G BB Tajovského	4.0	4.3	2.0	4.5	15.95
14. Ďurák	Michal	3	G BST Lučenec	4.0	4.8	1.5	4.0	15.52
15. Molčány	Michal	3 E	SPŠE BA K. Adlera	4.0	4.0	3.5	2.0	14.82
16. Mánik	Tomáš	3 C	G BST Lučenec	4.0	4.3	1.0	4.0	14.64
17. Salajka	Lukáš	3 A	SPŠ IG	4.0	4.8	3.5	–	13.72
	Svrček	se.	G Terézie Vansovej	4.0	4.3	3.0	1.0	13.72
19. Mikulík	Andrej	3 B	G BA Grösslingova	4.0	4.0	3.0	1.0	13.44
	Nad'	3 A	G Veľké Kapušany	4.0	4.5	2.0	1.5	13.44
	Struhár	2 A	G BA J. Hronca	4.0	5.0	3.0	–	13.44
22. Hornák	Rastislav	3 D	SPŠE Piešťany	4.0	4.0	1.0	2.5	12.97
23. Kysel	Róbert	3 A	G BB Š. Moyzesa	4.0	4.8	2.5	–	12.77
	Lakatoš	3 A	G Veľké Kapušany	4.0	4.3	2.5	0.5	12.77
	Potočková	se.	G Liptovský Mikuláš	1.0	4.3	2.0	4.0	12.77
26. Dravecky	Pavol	3 IB	G BA J. Hronca	4.0	3.5	2.5	1.0	12.49
27. Staňák	Luboš	se.	G Dunajská Streda	4.0	2.5	2.0	3.5	-1 12.44
28. Burger	Michal	se.	G BA Grösslingova	4.0	5.0	5.0	5.0	-7 12.29
29. Maták	Peter	3 E	G VBN Prievidza	1.0	4.0	3.0	2.5	12.00
30. Galovič	Marián	4 B	G Kurzw.-Eisenstadt	4.0	4.5	3.0	2.0	-2 11.50
31. Žalom	Peter	4 G	G Poprad Tatarku	4.0	4.3	2.0	1.0	11.30
32. Feketeová	Erika	3 A	G Veľké Kapušany	3.5	4.0	2.0	–	11.00
33. Dzurňák	Tomáš	1 E	G Spišská Nová Ves	4.0	4.0	2.0	–	-1 10.50
34. Dzetkulič	Michal	2 A	G PH Michalovce	4.0	4.7	–	–	10.17
35. Makovníková	Zuzana	3 D	G Žilina Hlinská	4.0	4.0	1.5	–	-1 10.00
36. Trubenová	Barbora	3 A	G BA J. Hronca	4.0	4.3	–	–	9.76
37. Flak	Juraj	se.	G BA Vazovova	3.5	4.2	1.0	0.5	-1 9.69
38. Ploszek	Tomáš	3 D	SPŠE Piešťany	4.0	3.0	1.0	–	9.44
39. Čajka	Jozef	3 A	G Spišská Stará Ves	3.0	1.5	2.5	0.5	8.91

	Šoltéssová	Mária	3 B	G BA Grösslingova	4.0	–	3.5	–	8.91
41.	Žák	Vladimír	3 A	G LS Bardejov	–	4.5	3.0	– -1	7.91
42.	Vontorčíková	Lenka	3 C	G VPT Martin	4.0	–	2.0	0.5	7.82
43.	Haizer	Eudovít	ok.	G BA sv. Uršule	4.0	4.0	0.5	– -1	7.50
	Putiš	Marián	4 B	G BB Sládkoviča	1.0	1.5	3.0	2.0	7.50
45.	Varga	Matej	2 B	Evanjelické gym. BA	1.0	3.0	1.0	1.0	7.26
46.	Rybár	Jozef	ok. B	G BA sv. Uršule	4.0	–	–	3.0	7.00
47.	Kramarič	Michal	3 C	G BA I. Horvátha	4.0	–	2.5	– -1	6.82
48.	Patáčík	Ivan	3 C	G Partizánske	4.0	–	1.5	–	6.70
	Sčensný	Jozef	se. B	G Nitra	4.0	–	1.0	0.5	6.70
	Vančo	Tomáš			4.0	1.0	0.5	–	6.70
51.	Bukovina	Lukáš	3 A	G Spišská Stará Ves	3.0	0.3	2.5	0.5 -1	6.59
52.	Kuruc	Pavol		G Želiezovce	1.0	3.5	0.5	–	6.13
53.	Ferko	Tomáš	3 A	G Spišská Stará Ves	3.0	0.2	2.0	0.5 -1	5.92
54.	Boháčová	Iveta	3 C	G VPT Martin	0.5	0.5	4.5	– -1	5.70
55.	Pikna	Peter	3 D	G BA Metodova	–	4.0	0.5	–	5.55
	Vavrovič	Juraj	3 A	G Piaristické Nitra	0.0	3.0	1.0	0.5	5.55
	Kamenská	Katarína	3 C	G VPT Martin	1.0	0.5	2.5	0.5	5.55
58.	Trtílek	Radovan	3 C	G VPT Martin	0.0	2.3	2.0	–	5.31
59.	Santusová	Iva	3 C	G VPT Martin	0.5	2.5	0.5	0.5 -6	4.96
60.	Krššák	Martin	se.	G Piaristické Nitra	1.0	4.3	1.0	2.0 -1	3.76
61.	Majorošová	Gabriela	3 A	G Veľké Kapušany	0.5	2.8	0.5	– -6	3.72
62.	Franček	Igor	3	G Žilina Hlinská	4.0	1.0	2.0	0.5 -1	2.91
63.	Oceľák	Michal	4 AB	G KE Šaca	1.0	1.0	0.5	0.5	2.00

## Náboj FKS

1. Na začiatku súťaže dostane každé družstvo 8 príkladov. Za správne vyriešený príklad získavajú súťažiaci zadanie ďalšieho príkladu. Úlohou je za cca 1,5 hodiny správne vyrátať čo najviac príkladov.
2. Zúčastniť sa môžu družstvá s najviac piatimi členmi. Zapojiť sa smú aj družstvá s menším počtom členov, avšak nie sú nijak zvýhodnené.
3. Každá škola môže zostaviť buď jedno družstvo, alebo dve družstvá, vtedy ale musí byť aspoň jedno z nich juniorské. Juniorským nazveme také družstvo, ktoré je zložené len z prvákov a druhákov klasickej strednej školy (do maturity im chýbajú viac ako dva roky).
4. Zadávané príklady sú jednotné, najlepšie juniorské družstvo však získava osobitnú cenu.
5. Súťaž sa koná 25. októbra v posluchárni A FMFI UK v Bratislave o 13:00. Z hlavnej železničnej stanice tam ide priamo električka č. 1 (zastávka Botanická záhrada).
6. Priamo v budove FMFI UK bude orientácia súťažiacich uľahčená šípkami.
7. Riešenie príkladov začne o 13:00, povinná prezentácia družstiev trvá od 11:45 do 12:45.
8. Po skončení súťaže bude možné zakúpiť si brožúrku zadávaných úloh spolu s riešeniami.
9. Aktuálne informácie o súťaži nájdete na stránke [www.fks.sk](http://www.fks.sk).

Na väčšinu gymnázií posielame v tomto čase pozvánku s rovnakým textom. Nemusíte však na ňu čakať, môžete sa chopiť iniciatívy aj vy: poproste svojho učiteľa fyziky, či by vám s organizáciou družstva nepomohol. Informáciu, či sa škola zúčastní Náboja (a s koľkými družstvami), treba poslať do 18. októbra.

♣ buď e-mailom na [stanislav.komorovsky@st.fmph.uniba.sk](mailto:stanislav.komorovsky@st.fmph.uniba.sk)

♣ alebo písomne na adresu: FKS, KZDF MFF UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava 4

