FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
B – kategória (mladší)
17. ročník
letný semester
školský rok 2001/2002

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B – 3.1 Krasokorčuliarka (opravoval Roman)

Majka sa už odmalička obdivovala krasokorčuľovanie a tak sa rozhodla, že to dotiahne až na olympiádu. A tak trénovala, trénovala, nacvičovala piruety, skoky a dokonca ako šestnásťročná už zvládla aj každým obdivovaný skok menom trojitý rittberger. Pokúste sa odhadnúť, koľko energie Majka vynaloží na takýto zložitý skok.

Napriek tomu, že som hľadaniu o trojitom rittbergerovi na internete venoval viac času, ako som pôvodne chcel, nepodarilo sa mi obohatiť svoju predstavu o technike jeho vykonávania. Takže za trojitý rittberger budeme považovať skok, pri ktorom

i. treba mať istú nájazdovú rýchlosť v (kinetická energia priamočiareho pohybu)
ii. sa treba vo vhodnom momente odraziť s vertikálnou zložkou rýchlosti w tak (dtto i.)
iii. aby sa bolo možné počas pobytu vo vzduchu otočiť trikrát (kinetická energia rotácie).

Tomuto zodpovedá mechanická energia

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mw^2 + \frac{1}{2}I\omega^2,$$

kde m je hmotnosť Majky, $I = \frac{1}{2}mr^2$ je jej moment zotrvačnosti (aproximujme ju valcom s polomerom r) a $\omega = (2\pi)/T = (2\pi n)/t$ je jej uhlová rýchlosť pri otáčaní ($n = 3$ je počet otočení, t je čas strávený vo vzduchu a T je čas jednej otočky).

Keďže sa jedná o odhad, zanedbajme zmeny momentu zotrvačnosti a uhlovej rýchlosti otáčania Majky počas skoku. Teraz sme v stave, že by sme mohli túto energiu odhadnúť a byť spokojní. Aby však odhad nebol uletený, vyjadrime si ešte vzťah medzi ω a w. Majka bude v podstate počas skoku letieť po krivke šikmého vrhu nahor, pre ktorý platí $t = 2\sqrt{(2h/g)}$, kde h je výška o ktorú sa posunie jej ťažisko vo vertikálnom smere, čiže pre jej uhlovú rýchlosť bude platiť vzťah

$$\omega = \frac{\pi n}{\sqrt{2h/g}}.$$

Výška h je dôsledkom pôvodnej vertikálnej zložky rýchlosti w (ZZE). Mechanickú energiu si teraz môžeme vyjadriť ako

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}m\frac{g(\pi n)^2}{4h}r^2.$$

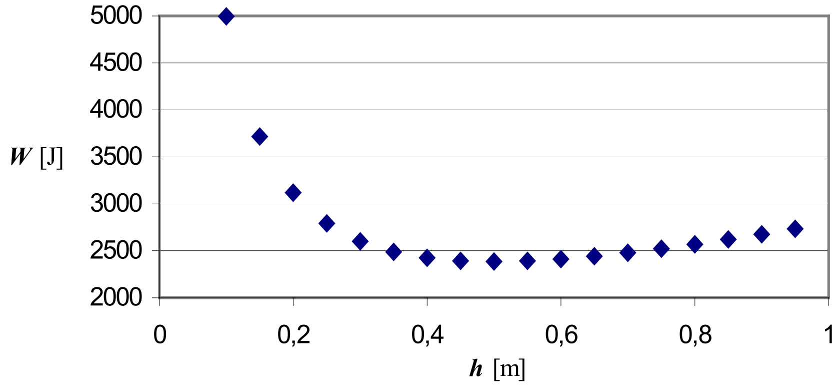
No a teraz prichádza na to, aby bolo odpovedané na otázku: Koľko že to Majka vynaloží energie na trojitý rittberger? Označme si túto vynaloženú energiu W. Pre ňu platí, že

$$W = \frac{E}{x},$$

kde x je Majkina účinnosť premeny jej energetických zdrojov na mechanickú energiu. Táto účinnosť sa pohybuje do 20 – 30 %. Majka je mladá a výkonná, navyše trénovaná, prisúďme jej teda účinnosť 30 %. Vynaložená energia potom vyzerá takto

$$W = \frac{1}{0{,}3}\left[\frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{mr^2\pi^2n^2g}{8h}\right].$$

Odhadnuté hodnoty: m = 50 kg; v = 3 ms^{-1}; r = 0,15 m. Výšku nebudeme odhadovať (kto by však chcel, nie je mu zakázané), ale pokúsime sa analyzovať závislosť W od h.



Na grafe tejto závislosti je vidieť, že W má oblasť minimálnych hodnôt a táto oblasť je pomerne široká. Hodnoty h prislúchajúce tejto oblasti vyzerajú tiež dosť rozumne. Ak uvážime, že Majka sa snaží skákať temer ideálne, vychádza nám hodnota $W \approx 2500$ J.

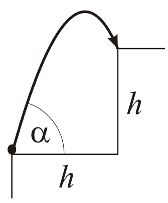
Na záver: skoro nikto z vás neuvažoval účinnosť premeny energie :-(Kto má záujem, nech si pozrie http://courses.washington.edu/phys208/muscle.html. Howgh.

B – 3.2 Blcha (opravoval Nagi)

Malá blcha sa rozhodla, že vyskáče hore celým veľkým 12–schodovým schodiskom (schody sú rovnako vysoké, ako široké). Vymyslela si na to dokonca dve metódy. Prvá: skáče vždy z rohu schodu a len–tak–tak doskočí na roh ďalšieho schodu. Druhá je skoro taká istá, akurát že schody berie „po dvoch“. Ktorým spôsobom spotrebuje blcha na vyskákanie celého schodiska (12 schodov) menej energie?

Vitajte v našom blšom cirkuse! Nevídaná akrobacia! Fantastická súhra! Dnes naposledy...

Poďme skákať. Ale ako? Mnohí z vás príklad podcenili a povedali si, že doskáčeme do rovnakého bodu, teda spotrebujeme rovnaké množstvo energie. Nikomu by ale nenapadlo, že letieť z Košíc do Bratislavy cez Moskvu je rovnako neefektívne, ako letieť priamo... Bolo by to jedno len vtedy, ak by nám energia „neutekala“ von turbínami... Kedy a kam sa teraz stráca nám? Pri dopade na každý zo schodov sa niekam musí „schovať“ zvyšná kinetická energia! Preto by to mohlo byť teoreticky rôzne. Na(ne)šťastie to vyšlo v oboch prípadoch úplne rovnako. Našou úlohou je minimalizovať tieto straty a potom analyzovať spôsoby skákania.



Ako skákať tak, aby sme len–tak–tak doskočili? Radi by sme použiť čo najmenej energie. Potrebujeme nájsť spôsob, pri ktorom budeme potrebovať najmenšiu počiatočnú rýchlosť. Väčšina z vás (priznávam sa, že donedávna aj ja) si myslela, že skok bude ideálny vtedy, keď nebudeme vyskakovať vyššie, ako nutne musíme, teda že roh ďalšieho schodu bude práve vrcholom našej dráhy. To však nie je pravda, ako sa čoskoro presvedčíme. Existuje istý uhol, pod ktorým máme vyskočiť. Tento uhol je rovnaký pre oba prípady. Dráha takéhoto skoku však nemá vrchol v rohu ďalšieho schodu...

Takže nasaďme brutálny aparát šikmého vrhu! Hľadáme závislosť veľkosti počiatočnej rýchlosti v od uhla nášho skoku α. Výšku schodu si označme h. Jeho šírka je tiež h, takže pre celý náš pohyb bude platiť: vo vodorovnom smere

$$h = Tv\cos\alpha,$$

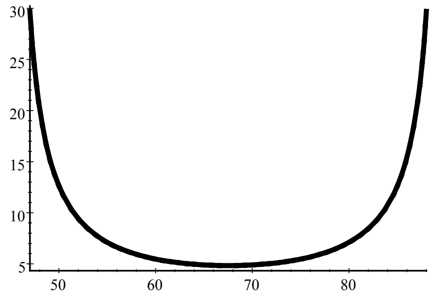
v zvislom smere zase

$$h = Tv\sin\alpha - gT^2/2.$$

Keď z prvej rovnice vyjadríme čas T a dosadíme ho do druhej z nich, môžeme si vyjadriť druhú mocninu potrebnej rýchlosti skoku ako

$$v^2 = \frac{gh}{2}\left(\sin\alpha\cos\alpha - \cos^2\alpha\right)^{-1} = \frac{gh}{2} f(\alpha). \qquad (1)$$

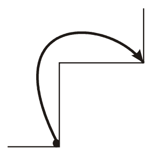
Aby sme videli, ako rýchlosť závisí od uhla, nakreslíme si graf funkcie $f(\alpha)$ pre uhly α od 45° do 90°. Vidíme, že je funkcia $f(\alpha)$ má jediné minimum, teda práve jeden uhol (je to presne polovica medzi 45° a 90°, teda $\alpha = 67{,}5°$) je pre nás „ideálny“ a rýchlosť v najmenšia. Kto chce, všimne si, že ak tento uhol pripočítame k uhlu sklonu zemskej osi, dostaneme 90°. Ajhľa, patafyzika v praxi (vďaka, Matúš).



Teraz už vieme, že v oboch prípadoch budeme skákať pod týmto istým uhlom. Koľko energie na to spotrebujeme? Keď sa pozrieme na vzťah (1), hneď vidíme, že kinetická energia na začiatku skoku $E = ½mv^2$ bude *priamo úmerná* výške schodu h. Na dva skoky cez dva schody s výškou h spotrebujeme preto úplne rovnaké množstvo energie, ako na jeden skok cez schod s výškou $2h$. To je všetko. Oba spôsoby sú naozaj *úplne rovnako* (ne)výhodné.

Môžeme si ešte overiť, či naozaj nie bod $[h,h]$ vrcholom dráhy nášho skoku (ako to predpokladali ¾ riešiteľov). Ak by to tak bolo, znamenalo by to, že platí $T = \sqrt{(2h/g)}$, $v_y = \sqrt{(2hg)}$, $v_x = h/T = \sqrt{(hg/2)}$. Z toho máme $\mathrm{tg}\alpha' = v_y/v_x = 2$. To znamená uhol približne 63,4°. Teda nie ten nie je ideálny, ktorý sme pred chvíľkou našli.

Niektorí z vás zase v každom kroku odvodenia dosadzovali číselné hodnoty, a potom sa potešili, že im nevyšli výsledky pre energie rovnaké. *Neverte zaokrúhľovaniu*! Radšej najprv dopočítajte všeobecne to, čo môžete, a až úplne nakoniec dosadzujte!



Dosť ste ma prekvapili aj tým, že podľa niektorých z vás blchy skáču úplne priamo (takzvané laser–blchy), alebo po štvrťkružniciach (ja viem, ja viem, kedysi som si myslel, že sínus sa kreslí z obyčajných polkružníc, a potom som sa nestačil čudovať...). Dráhou skoku (strely, hodu) je parabola! No a nakoniec ešte aby ste videli, ako sa dal nepochopiť tento príklad, je tu obrázok s Cyrilovým spôsobom skákania z rohu schodu do rohu schodu...

Opona padá (zápalková krabička sa zatvára), blchy unavené (a šťastné sedia na poslednom schode)/(a zničené omdlievajú a padajú z najvyššieho schodu)...

B – 3.3 Toaleťáčik (opravoval Priky)

Predstavte si rolku toaletného papiera. Pevne chytíme jej voľný koniec a kotúč necháme padať z vysokej budovy. Vyjadrite rýchlosť pohybu rolky v hĺbke h *pod miestom, z ktorého sme ju pustili. Odpor vzduchu zanedbajte a všetky potrebné veličiny odhadnite.*

Ahojte všetci „toaleťáčci“! Musím skonštatovať, že z pekného príkladíku sa „vyklubalo“ čosi ťažšie. Je teda jasné, že nie všetci ste to mali dobre (veď nakoniec, ako vždy :-), no na základ, resp. rozobratie príkladíku, čo s čím treba sčítať a tak, ste prišli skoro všetci. Poďme však pekne po poriadku, takže ... vzorák.

Budeme vychádzať zo zákona zachovania energie. To preto, lebo podľa zadania máme zanedbať odpor vzduchu. Iné trenie v našom prípade neprichádza do úvahy, a tak sa energia skutočne nemá kam strácať. Neostane jej, chudine, nič iné len sa zachovať. A to nie ako že zachovať sa slušne, lež ostať v súčte rovnakou na začiatku i na konci.

Aby sme však mali čo s čím porovnať, musíme nájsť vzťahy pre energie, ktoré sú v hre. Tak napríklad potenciálna energia. Skladá sa z dvoch častí – z energie E_{P1} visiaceho kúska papiera a z energie E_{P2} neodvinutej časti papiera na rolke (hmotnosť jej papierového jadra pre zjednodušenie zanedbávame). Ak označíme l dĺžku všetkého papiera, m jeho hmotnosť a h dĺžku odvinutej časti, potom môžeme zapísať

$$E_{P1} = m\frac{h}{l}g\frac{h}{2},$$

pretože vo vzduchu nám visí papier s celkovou hmotnosťou mh/l a jeho ťažisko je vo výške $h/2$. Ako ste si asi všimli, hladinu nulovej potenciálnej energie sme si zvolili na streche, z ktorej náš toaletný papier hádžeme. Pre E_{P2} platí

$$E_{P2} = m\left(1-\frac{h}{l}\right)gh,$$

dôvody sú určite jasné každému, kto si prečítal komentár k vzťahu pre E_{P1}.

Ešte si napíšme súčet týchto dvoch energií v šikovnom úspornom tvare

$$E_P = E_{P1} + E_{P2} = gh\left(1-\frac{h}{2l}\right).$$

Týmto však naša cesta nekončí. Čaká nás vyjadrenie pohybovej energie. Táto je súčtom kinetickej energie rolky letiacej nadol rýchlosťou v a energie jej otáčavého pohybu. Kinetická časť je jasná. Platí totiž zrejme vzťah

$$E_K = \frac{1}{2}m\left(1-\frac{h}{l}\right)v^2.$$

Horšie je to s „otáčavou energiou". Pre tú platí vo všeobecnosti vzťah $E_{ROT} = I\omega^2/2$, kde I je moment zotrvačnosti telesa a ω je uhlová rýchlosť jeho otáčania. Pre ω pritom platí vzťah $v = \omega R$ (papier sa odtáča presne tak rýchlo, aká je obvodová rýchlosť jeho povrchu). Čo je ale zač to tajomné R? Polomer toaletného papiera po odvinutí dĺžky h. A aký je vo vzťahu k počiatočnému polomeru R_0 a vnútornému polomeru rolky r? Zmeňme uhol pohľadu, pozrime sa na papier zboku. Čo vidíme? To čo sa odvíja sa stráca z obvodu. Ak sa odvinie polovica dĺžky l, mal by sa aj obsah navinutej časti zmenšiť na polovicu. V našom prípade sa odvinula dĺžka h, ostalo teda $l - h$. Tomu zodpovedá „bočný" obsah πR^2. Pri navinutej dĺžke l bol tento obsah πR_0^2. Keďže sme už odhalili trojčlenku v pozadí problému, môžeme napísať

$$\frac{l-h}{l} = \frac{\pi\left(R^2 - r^2\right)}{\pi\left(R_0^2 - r^2\right)},$$

odkiaľ už R vyjadríme ľahko. Je to

$$R^2 = R_0^2\frac{l-h}{l} + r^2\frac{h}{l}.$$

Tento polomer R sa nám hodí nielen kvôli výpočtu ω, ale vystupuje aj v dosiaľ tajomnom I. Ako si s ním poradiť? V tabuľkách či učebnici sa dá nájsť vzťah pre moment zotrvačnosti homogénneho valca. Ten je rovný $MR^2/2$. Čo je náš toaletný papier? Nič iné než homogénny valec s polomerom R, z ktorého sme vyrezali okolo osi valček s polomerom r. Už vieme, že hmotnosť takéhoto toaletného papiera je rovná $m(1-h/l)$. Ak by nemal tú vnútornú dieru, bola by toľkokrát hmotnosť M väčšia, koľkokrát by bol väčší bočný prierez takého útvaru. Preto je

$$M = m\cdot\left(1-\frac{h}{l}\right)\times\frac{\pi R^2}{\pi R^2 - \pi r^2}.$$

Naopak, hmotnosť m iba vnútornej rolky vyplnenej papierom by bola (opäť podľa obsahov)

$$m = M\times\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = m\cdot\left(1-\frac{h}{l}\right)\times\frac{\pi r^2}{\pi R^2 - \pi r^2}.$$

No a keďže náš toaletný papier s dierou vzniká odčítaním jedného homogénneho valca od druhého, aj moment zotrvačnosti I môžeme takto vypočítať a dostaneme

$$I = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}mr^2 = \frac{m}{R^2 - r^2}\left(1 - \frac{h}{l}\right)\left(R^4 - r^4\right) = m \cdot \left(1 - \frac{h}{l}\right)\left(R^2 + r^2\right).$$

Inak, pri úprave sme použili ten známy vzorec $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$. Teraz už môžeme s kľudom napísať vzťah pre celkovú pohybovú energiu toaletného papiera

$$E_{POHYB} = E_K + E_{ROT} = \frac{1}{2}mv^2\left(1 + \frac{(l-h)R_0^2 + (l+h)r^2}{(l-h)R_0^2 + hr^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{h}{l}\right).$$

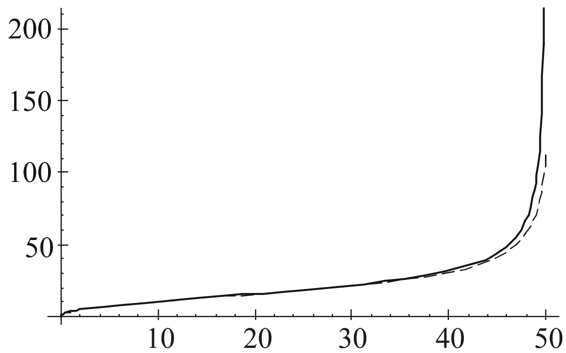
Po dlhých prípravách môžeme konečne zapísať sľubovaný zákon zachovania energie, teda

$$E_{POHYB} = E_P.$$

Dosadením predchádzajúcich vyjadrení do tejto rovnosti sa celý náš boj skončí. Kto vytrvá, získa hľadaný vzťah pre rýchlosť v toho kotúčika

$$v^2 = hg\frac{2l - h}{l - h}\left(1 + \frac{(l-h)R_0^2 + (l+h)r^2}{(l-h)R_0^2 + hr^2}\right)^{-1}.$$

Tento vzťah na prvý pohľad hovorí málo. V takej situácii nie je nič lepšie než nakresliť si graf závislosti, ktorú predstavuje. Ak dosadíme $l = 50$ m, $R_0 = 6$ cm, $r = 2$ cm (čo sú parametre nepochybne vynikajúceho toaletného papiera Economy od firmy JackPol, na ktorý prišla Cyrilovi reklama mailom), dostaneme závislosť rýchlosti kotúčika od dĺžky odvinutého papiera, ktorú vidíte vpravo. Na začiatku pádu je na nerozoznanie od o polovicu pomalšieho voľného pádu (jojo sa správa rovnako), na konci naša rýchlosť kotúčika utešene rastie.



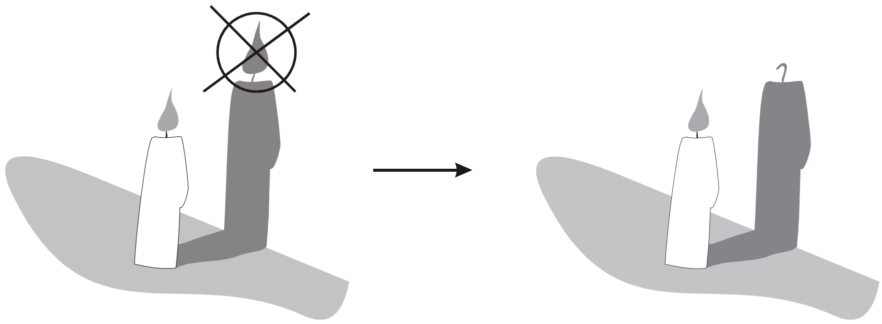
Nezabúdajme však na to, že práve ten koniec je oblasť, kde už naše výpočty pomaly, ale isto strácajú platnosť. Hmotnosť papierového jadra vtedy už totiž nie je zanedbateľná, a tak by sme mali tieto okrajové výsledky brať dosť s rezervou, po uvážení nenulovej hmotnosti toho jadra (konkrétne päťdesiatkrát menšej ako hmotnosť celého toaletného papiera) dostaneme závislosť, ktorá je znázornená prerušovanou čiarou. Neuteká už do nekonečna, dá sa jej snáď celkom veriť. Iným pekným prístupom k nenulovej hmotnosti jadra je uvedomenie si faktu, že to je vlastne akoby sme si predstavili celkovú dĺžku toaleťáku väčšiu, napríklad 52 metrov, ale nesnažili sa ju odvíjať celú. Oblasť nad 50 metrami by bola pre nás tabu (navždy navinutá a predstavujúca onú nenulovú hmotnosť valčeka) a rýchlosť v (ktorá by letela do nekonečna až pri 52 metroch) by tak opäť ostávala slušná.

Ešte upozornenie pre tých, čo by radi použili vzťah $F = ma$. Pozor! Ten platí iba ak sa hmotnosť m nemení. Nám sa však papier odvíja a vzťahu $F = \Delta p/\Delta t$ sa preto vyhnúť nedá.

B – 3.4 Sviečka (opravovala Zuzi)

Pozorne sa zahľadte na obrázok sviečky na stole v miestnosti so zasvietenou lampou. Nájdite na ňom chybu. Využite všetko svoje nadanie a nakreslite obrázok tak, ako má byť. Vysvetlite, prečo je to tak.

Milí špiritisti! Vaše „súkromné očká" pri pohľade na našu sviečku spozorovali zaujímavé veci. Mnohí ste sa zapodievali otázkami tieňov a polotieňov, tým, či môže byť tieň sviečky vyšší ako sviečka samotná, zalomený a podobne. To sú všetko nesporne zaujímavé podnety na rozmýšľanie, ale vzhľadom na to, že sme bližšie nešpecifikovali podmienky, pri ktorých bol obrázok „nafotený" (to znamená hlavne umiestnenie, typ a intenzitu osvetľovacieho zdroja svetla), zrejme bolo treba problémik hľadať o kúsok ďalej. Poďme sa teda pozrieť na to, kde. Prišiel čas ukázať, ako to celé malo v skutočnosti vyzerať; voilà:



Ako ste si iste všimli, tieň na správnom obrázku je nádherným tieňom zhasnutej sviečky. Tak to bola tá malá chybička krásy. Zobrazený tieň plameňa. Ale to stále ešte nie je všetko. Mnohí ste svojim skúseným očkom bádateľa totiž túto skutočnosť odhalili. Aké ale bolo vaše vysvetlenie tohto javu?

Nebolo zriedkavosťou dočítať sa vetu: Plameň sviečky je zdrojom svetla, a teda nemôže vrhať tieň. Je to naozaj ten správny smer, ktorým sa má bádateľ hľadajúci pravdu a nič len pravdu vydať? Ako potom tento bádateľ vysvetlí, že na tieni je úplne zreteľne viditeľný knôt, hoci sa nachádza „vnútri“ plameňa, a teda nášho zdroja svetla. A keď sa na celú vec zahľadíme ešte z iného rožka, získame konečný protiargument. Keď si totiž zoberieme žiarovku, ktorú presvietime inou, silnejšou žiarovkou, dostaneme tieň vlákna žiarovky, hoci tento je sám zdrojom svetla. Hmmm, zdá sa, že na jazyk sa nám opäť derie otázka: ako to teda vlastne celé je?

Odpoveď je až podozrivo jednoduchá. Náš plameň je iba horiaca zmes plynov. Keď teda zabudneme na drobné čiastočky, ktoré odlietavajú zo sviečky (preto občas na tieni vidíme matne aj akýsi dym), svetlo z lampy nemá dôvod, aby sa na plameni „zastavilo“ a nedorazilo tak do svojho vytúženého cieľa – k stene. Predsa len mu v ceste čosi stojí, a to je práve už spomínaný knôt, ktorého tieň sa dá krásne pozorovať. Nuž, a takto jednoducho zdôvodníme aj tieň vlákna žiarovky.

A to je všetko? Na záver snáď ešte... Pozornému čitateľovi by sa po krátkom zamyslení mohlo teraz zdať čosi divné. Keď teda svetlo prechádza skrz plameň sviečky, prečo cezeň nevidíme my? Žeby sme čitateľa trošku potrápili a nechali ho ešte rozmýšľať? ;-) Ale nie, veď trápiť vás ešte budú dosť a dúfam, že nie my... Vlastne je to len o tom, že plameň sviečky je predsa len dosť intenzívny, takže znemožní oku rozlíšiť predmety nachádzajúce sa za ním.

A to už je teraz naozaj všetko, blíži sa horúce leto, mláky lákajú, a tak hor sa na ne... alebo predsa, ešte tu mám jeden odkaz od Maťa (viete ktorého?): „Som dieťa plameňov...“ A vy?

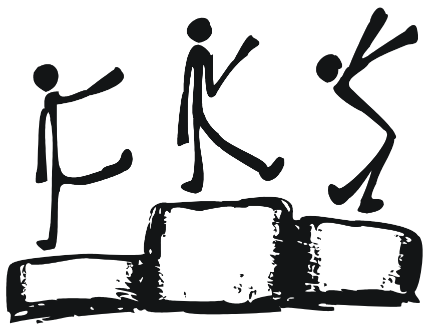
FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 3. sérii letného semestra 17. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	②	B-3.1	B-3.2	B-3.3	B-3.4	☠	Σ
1.	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	35,5	4,0	6,0	5,0	4,0		54,50
2.	Burger	Michal	sx.	G BA Grösslingova	35,5	4,0	5,0	5,0	2,0		51,50
3.	Neilinger	Pavol	2 A	G Dunajská Streda	34,0	3,5	5,5	3,0	3,5		49,50
	Štolc	Miroslav	sx.	G Nitra Párovská	35,0	4,0	4,0	2,5	4,0		49,50
5.	Batmendijnová	Zuzana	sx.	G T. Vansovej	33,5	4,0	4,0	3,5	4,0		49,00
6.	Jančuška	Marek	sx.	G Nitra Párovská	32,5	3,0	6,0	3,0	4,0		48,50
7.	Dzetkulič	Michal	1 A	G PH Michalovce	36,8	3,8	4,0	2,5	0,5	-1	48,12
8.	Fialka	Vlado	2 E	G K2 Prešov	35,0	4,5	4,0	3,0	1,3		47,80
9.	Sasák	Róbert	1 D	SPŠE Piešťany	32,0	4,0	4,0	0,5	4,0		45,89
10.	Kvašnáková	Katka	2 E	G K2 Prešov	33,5	3,0	4,0	3,0	2,0		45,50

11.	Trubenová	Barbora	2 A	G BA J. Hronca	30,5	4,0	4,0	2,0	2,5		43,00
12.	Savincová	Katarína	1 E	G PH Michalovce	29,0	3,0	2,5	2,5	4,0		42,43
13.	Kováč	Adrián	1 A	G Pavla Horova	33,9	3,5	1,5	1,5	0,5		42,26
14.	Ceľuchová	Zuzana	2 E	G K2 Prešov	33,0	3,0	2,0	3,5	0,5		42,00
15.	Molnárová	Katarína	1 D	G KE Šrobárova	31,2	3,5	3,0	1,0	2,0	-1	41,17
16.	Potočková	Zuzana	sx.	G Liptovský Mikuláš	30,0	3,5	4,0	0,5	2,5		40,50
17.	Jurov	Dávid	1 D	G Humenné	30,9	3,5	3,5	2,0	0,0	-1	40,35
18.	Brutovská	Eva	sx.	G Kežmarok	31,5	3,0	2,5	1,5	1,6		40,10
19.	Rajniaková	Gabriela	kv.	G Liptovský Mikuláš	30,4	–	6,0	–	2,0		39,80
20.	Svrček	Matúš	sx.	G Terézie Vansovej	31,0	4,0	1,0	1,0	2,0		39,00
21.	Lauko	Martin	sx. A	G JL Martin	29,3	2,0	2,5	1,0	2,5		37,30
22.	Bratko	Milan	kv. A	G BA Pankúchova	27,1	–	4,0	1,5	1,3		35,27
23.	Baník	Dušan	2 A	G Poprad Popr. nábr.	23,0	3,5	4,0	2,5	4,0	-2	35,00
24.	Šoltésová	Mária	2 B	G BA Grösslingova	23,5	3,0	3,5	2,0	2,0		34,00
25.	Vojtko	Andrej	kv. A	G Skalica	24,4	3,0	3,5	1,5	0,0		33,83
26.	Kulík	František	1 E	G Humenné	24,7	3,3	2,5	1,0	0,0		32,82
27.	Lampášová	Júlia	kv.	G Považská Bystrica	24,9	2,5	2,0	2,0	0,0		32,75
28.	Host	Ján	2 E	G K2 Prešov	29,5	–	–	–	–		29,50
29.	Molčány	Michal	2 A	SPŠE BA K.Adlera	18,0	3,0	3,5	0,5	1,3		26,30
30.	Šťastný	Vladimír	sx.	G M.M.Hodžu	18,0	1,5	1,5	0,5	4,0		25,50
31.	Lenhardt	Rastislav	sx.	G M.M.Hodžu	22,5	0,5	1,0	–	1,3		25,30
32.	Uhrin	Tomáš	1 E	G PH Michalovce	19,6	2,5	1,0	0,5	0,5	-1	24,15
33.	Prievalský	Juraj	2 A	G VBN Prievidza	19,0	2,8	1,5	0,5	0,0		23,80
34.	Naď	Miroslav	2 A	G Veľké Kapušany	18,5	2,0	1,0	0,5	2,5	-1	23,50
35.	Sčensný	Jozef	sx. B	G Nitra	19,5	2,3	–	0,5	0,5		22,80
36.	Babjak	Viktor	2 A	G LS Bardejov	22,5	–	–	–	–		22,50
37.	Lakatoš	Pavol	2 A	G Veľké Kapušany	17,0	2,2	1,0	0,5	2,5	-1	22,20
38.	Pikna	Peter	2 D	G BA Metodova	19,0	3,1	–	–	–		22,10
39.	Faťol	Vladimír	1 E	G PH Michalovce	22,1	–	–	–	–		22,08
40.	Santusová	Iva	2 C	G VPT Martin	15,5	2,0	1,5	0,5	2,5		22,00
41.	Hornák	Rastislav	2 D	SPŠE Piešťany	20,5	–	1,0	0,5	1,5	-2	21,50
42.	Patáčik	Ivan	2 C	G Partizánske	14,0	2,7	2,0	0,5	2,0		21,20
43.	Skalný	Ján	1 B	G BA Einsteinova	14,3	–	2,0	1,0	0,8		19,06
44.	Vyžinkárová	Danka	kv.	G BA Grösslingova	18,5	–	–	–	–		18,54
45.	Mikulík	Andrej	2 B	G BA Grösslingova	14,5	–	–	–	–		14,50
	Trtílek	Radovan	2 C	G VPT Martin	10,5	2,0	1,5	0,0	0,5		14,50
	Végsö	Karol	2 A	G KE Poštová	14,5	–	–	–	–		14,50
48.	Kubová	Miška	1 A	G Vrbové	10,5	1,0	1,5	0,5	0,0		14,26
49.	Matlák	Roman	2 AC	G KE Šaca	14,0	–	–	–	–		14,00
50.	Feketeová	Erika	2 A	G Veľké Kapušany	11,0	2,0	–	–	1,6	-1	13,60
51.	Palušáková	Katarína	2 C	G VPT Martin	10,5	1,5	1,5	0,5	0,0	-1	13,00
52.	Kamenská	Katarína	2 C	G VPT Martin	11,0	–	–	–	–		11,00
53.	Matúšek	Michal	2 D	G BA Einsteinova	11,5	0,5	–	–	–	-2	10,00
54.	Poláček	Lukáš	2	G Modra	9,5	–	–	–	–		9,50
55.	Majorošová	Gabriela	2 A	G Veľké Kapušany	5,5	1,5	1,0	–	1,6	-1	8,60
56.	Breuer	Tomáš	2 E	SPŠE Piešťany	8,5	–	–	–	–		8,50
57.	Kováčik	Viktor	2 A	G BA Einsteinova	7,0	–	–	–	–		7,00
58.	Fidmik	Ján	2 AB	G KE Šaca	6,0	–	–	–	–		6,00
59.	Vontorčíková	Lenka	2 C	G VPT Martin	3,5	–	–	–	–		3,50
60.	Jurko	Martin	2 C	G KE STA	3,0	–	–	–	–		3,00

Veselé prázdniny a veľa chuti do riešenia
vám všetkým do ďalšieho roku
praje vaše



Presne takýto stupeň víťazov budú mať
najlepší z vás na rukáve nového skvelého trička FKS.
O tieto tričká ale môžete bojovať aj o rok Tak sa snažte!

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
A – kategória (starší)
17. ročník
letný semester
školský rok 2001/2002

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 3.1 Svetový rekord (opravoval Matúš)

Na rovníku a na severnom póle boli postavené dve dokonalé (a klimatizované) športové haly. Majstrovstvá sveta sa uskutočnili v tej „polárnej“. Rekord v hode guľou do diaľky bol na súťaži zlepšený o jeden centimeter. Ak by sa hádzalo v „rovníkovej“ hale, bol by svetový rekord tiež prekonaný? O koľko? Predpokladajte, že na oboch miestach by športovci podávali rovnaké fyzické výkony.

Ako mnohí správne postrehli, hod guľou naozaj nemá ďaleko k šikmému vrhu... Stačí zanedbať vplyv odporu vzduchu (na toto zanedbanie je práve ťažká kovová guľa ideálna) a Coriolisovu silu. Tak to teda zanedbajme a s kľudným svedomím môžeme napísať pre dĺžku hodu l počiatočnou rýchlosťou v_0 pod uhlom α k zemi vzťah

$$l = \frac{v_0^2}{g}\sin^2\alpha.$$

Športovci na to nevyzerajú, no to, čo im z fyziky treba, majú v malíčku. Preto za uvedených podmienok hádžu pod uhlom 45° – vedia, že im to tak doletí najďalej. Ak dosadíme túto hodnotu do minulého vzorca, dostaneme $l = v_0^2/(2g)$. Ako ste si určite všimli, zanedbali sme to, že guliari hádžu guľu nie z úrovne Zeme. Lež táto opúšťa ich ruku vo výške takmer 2,5 metra! To je zle, že sme na čosi také zabudli. Dobré na tom je to, že sme na to zabudli pri oboch našich guliaroch (polárnom i rovníkovom), takže ničoho strašného sa nakoniec nedopúšťame. Akurát hodnoty v_0 (pre nás aj tak nezaujímavé) nám vyjdú jemne prehnané. Na rozdiele dĺžok hodov by sa však nič podstatné zmeniť nemalo (nejaký ten centimeter nám náladu nepokazí). Kto neverí, nech si skúsi prejsť tým mínovým poľom sám.

Otázne je, čím sa budú pokusy prekonať svetový rekord na póle a rovníku líšiť. No predsa hodnotou tiažového zrýchlenia g! Športovec bude totiž ten istý a predpokladáme, že malá zmena tiažového zrýchlenia nijako neovplyvní techniku jeho hodu, a teda ani hodnotu v_0.

Nuž a prečo bude g iné? Dôvody sú (pozor!) dva: pôsobenie odstredivej sily a rozdiel medzi polárnym a rovníkovým polomerom Zeme. Ešte raz a pomaly. Odstredivá sila pôsobí na všetky telesa na Zemi, pretože krúžia spolu s jej povrchom okolo osi jej otáčania. Poznáme vzťah pre odstredivú silu $F_O = m\omega^2 r$, kde ω je uhlová rýchlosť otáčania (samozrejme, pre celú Zem rovnaká a rovná $2\pi/1$ deň – Zem sa otočí o celý uhol 2π za jeden deň, 24 hodín) a r je vzdialenosť od stredu otáčania. Tu už netreba veľkého fiškusa, aby sme zistili, že na póle odstredivá sila nepôsobí ($r = 0$), zatiaľ čo na rovníku snaživo zmenšuje hodnotu g danú gravitačným priťahovaním.

Ešte sa pohrajme s tým priťahovaním. Newton a jeho zákon vravia, že gravitačné zrýchlenie udeľované Zemou telesám na jej povrchu by malo mať veľkosť

$$g = \frac{\kappa M}{r^2},$$

kde r je vzdialenosť od stredu Zeme, M jej hmotnosť a κ gravitačná konštanta. Tu sme opäť raz využili našu moc fyzika a použili tento vzťah (ktorý presne platí iba pre sféricky symetrické rozloženie hmoty) i pre našu, predsa len trochu šišatú, Zem. Opäť nám možno nejaký ten milimeter výsledku uletí, ale neplačme a počítajme ďalej.

Polárny a rovníkový polomer Zeme označme r_P a r_R. Keďže vieme, že $r_P < r_R$, je už teraz nad slnko jasnejšie, že rekord by bol prekonaný aj v rovníkovej hale – je v nej menšie gravitačné priťahovanie, dokonca ešte zoslabené odstredivou silou, ktorá na póle chýbala!

Poďme už ale čosi naozaj vypočítať. Podľa vyššie napísaného môžeme pre gravitačné zrýchlenia na póle (g_P) a na rovníku (g_R) zapísať vzťahy

$$g_P = \frac{\kappa M}{r_P^2}, \quad g_R = \frac{\kappa M}{r_R^2} - \omega^2 r_R.$$

Pomocou spomínaného vzťahu pre dĺžku hodu máme potom pre tieto dve g-čka dĺžky hodov

$$l_P = \frac{v_0^2}{2g_P}, \quad l_R = \frac{v_0^2}{2g_R}.$$

Halovým rekordom v hode guľou je teraz 22,66 metra, preto nech v polárnej hale vrhol borec rovných 22,67 metra. To znamená, že

$$\frac{v_0^2}{2g_P} = 22{,}67\,\text{m}.$$

Ak odtiaľto vyjadríme v_0 a dosadíme do vzťahu pre dĺžku hodu na rovníku, zistíme, že

$$l_R = \frac{g_P}{g_R} \times 22{,}67\,\text{m}.$$

Ostáva dosadiť hodnoty $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg, $r_P = 6357$ km, $r_R = 6378$ km, $\omega = 7{,}27 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}. Dostaneme tak $g_P = 9{,}87$ ms^{-2}, $g_R = 9{,}77$ ms^{-2}. No a podľa skvelého posledného vzťahu máme sladkú odmenu, $l_R = 22{,}90$ m. Rozdiel v dĺžke hodu je takmer štvrť metra – to je dĺžka! Ďakujeme za pozornosť, od mikrofónu sa s vami lúči Karol Polák mladší...

A – 3.2 Virtuálna práca (opravoval Fajo)

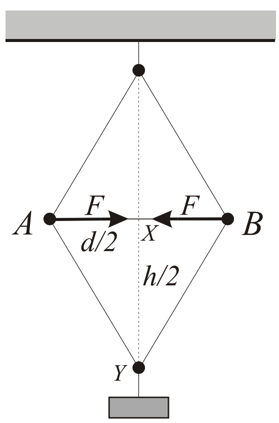
Na obrázku je závažie hmotnosti m *zavesené na jednoduchej konštrukcii zloženej zo síce nehmotných, no neohybných tyčí. Dĺžka tyčí na obvode je* a, *dĺžka tyče medzi bodmi* A *a* B *je* d. *Akou silou je stláčaná táto tyč?*

Ahojte budúci skvelí stavitelia mostov. Tento príklad, aj keď nebol najľahší, ste skoro všetci vypočítali správne. Páčilo sa mi, že ste použili rôzne postupy, ktoré nakoniec viedli k správnemu výsledku. Ako už názov príkladu napovedá, jeden (najčastejší) spôsob riešenia je pomocou takzvaných virtuálnych prác:

Ide vlastne o to, že v inak stabilnom systéme vykonáme nejakú zmenu – posunutie a pozorujeme, čo to spraví s celkovou energiou systému.

V prvom rade je podstatné, že všetky tyče sú nehmotné, teda gravitačná sila pôsobí len na závažie. Teda ak posunieme závažie o nekonečne malý kúsok Δh smerom dole, skráti sa priečka medzi bodmi A,B o nekonečne malý kúsok Δd. Z hľadiska energie to znamená, že pokles potenciálnej energie telesa $|\Delta E_p|$ sa rovná práci ΔW potrebnej na stlačenie tyče:

$$|\Delta E_p| = \Delta W. \tag{1}$$



Veľkosť zmeny energie telesa je $|\Delta E_p| = mg\,\Delta h$.

Pretože konštrukcia je kosoštvorcového tvaru, bude hľadaná sila F pôsobiť v smere priečky. Teda práca $\Delta W = F\,\Delta d$. Vráťme sa k rovnici (1) : $mg\,\Delta h = F\,\Delta d$ a z toho hneď máme

$$F = (\Delta h / \Delta d) mg, \tag{2}$$

kde Δh a Δd sú nekonečne malé, takže

$$F = mg \lim_{\Delta d \to 0} \frac{\Delta h}{\Delta d}.$$

Uvedená limita je vlastne derivácia vzdialenosti h podľa dĺžky d. Vyjadrime si vzdialenosť h podľa d. Z Pytagorovej vety platí :

$$(d/2)^2 + (h/2)^2 = a^2 \tag{3}$$
$$h = (4a^2 - d^2)^{1/2}$$

Naša hľadaná derivácia potom bude: $h' = - d/(4a^2 - d^2)^{1/2}$. Ak ju dosadíme do vzťahu pre silu dostaneme (derivácia je záporná, nás však zaujíma veľkosť – absolútna hodnota sily):

$$F = \frac{mgd}{\sqrt{4a^2 - d^2}}.$$

Ak si ešte celkom nerozumiete s deriváciami alebo by ste radšej videli riešenie bez nich, dá sa prísť na správny výsledok aj pomocou trošky zanedbávania.

Vzťah medzi vzdialenosťou h a dĺžkou l nám určuje rovnica (3) . Poďme si načrtnúť situáciu po posunutí závažia o Δh smerom dole. Dĺžka strany AX sa zmení na $(h+ \Delta h)/2$ a dĺžka AY na $(d- \Delta d)/2$, preto:

$$((d - \Delta d)/2)^2 + ((h + \Delta h)/2)^2 = a^2 .$$

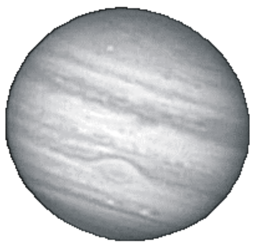
Po úprave dostaneme: $d^2 - 2d\, \Delta d + \Delta d^2 + h^2 + 2h\, \Delta h + \Delta h^2 = 4a^2$. Keďže dĺžky Δd a Δh sú veľmi malé, môžeme ich druhé mocniny zanedbať (rovnako ako môžeme zanedbať desaťtisícinu voči stotine): $d^2 - 2d\, \Delta d + h^2 + 2h\, \Delta h = 4a^2$. Ak dosadíme za h z rovnice (3) dostaneme $\Delta h/\Delta d = d/(4a^2 - d^2)^{1/2}$ (čo je vlastne tá derivácia). Ak tento výsledok spätne použijeme v rovnici (2), vidíme, že získame rovnaký vzťah pre silu ako pri použití derivácie.

No a je to. Čo dodať k vašim riešeniam? Boli poväčšine správne a vyskytli sa aj takí, ktorým sa zdala úloha jednoduchá a sťažili si ju počítaním s hmotnými tyčami.

Takže šťastné a veselé prázdniny a žite s mierou.

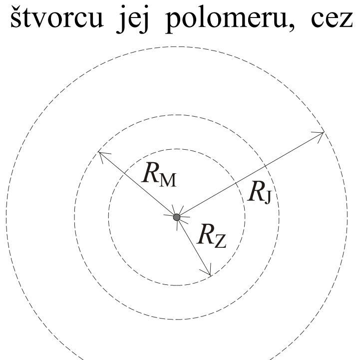
A – 3.3 Jupiter (opravoval Matúš)

Predstavte si, že by Jupiter obiehal Slnko nie po svojej doterajšej dráhe, ale po dráhe Marsu. Pozreli by sme sa naň vo chvíli, kedy by bol k Zemi najbližšie. Koľkokrát viac svetla Jupitera (oproti súčasnej situácii) by dopadalo do nášho oka? Ak to dokážete, zistite, akej hviezdnej veľkosti (magnitúde) to zodpovedá. Pri hľadaní potrebných hodnôt vám určite pomôže Encyklopédia astronómie. Tam zistíte aj to, čo je vlastne zač tá hviezdna veľkosť.



Vcelku ste ju zvládli, netradičnú astronomickú úlohu. Pravda, platí to iba o tých, čo sa aspoň trošku snažili (že, Kubo?). Tak sa snažme aj my.

To, že intenzita žiarenia nejakého zdroja prechádzajúca jednotkovou plochou klesá so štvorcom vzdialenosti od zdroja, to je známa vec. Prečo je to tak? Ak zostrojíme pomyseľnú guľu s našim zdrojom svetla v strede, celkové množstvo žiarenia prechádzajúce cez povrch tejto gule nemôže závisieť od jej polomeru – energia sa pri svojom toku zo zdroja nestráca! No a keďže povrch myslenej gule je priamo úmerný štvorcu jej polomeru, cez jednotku plochy nám musí tiecť množstvo svetla nepriamo úmerné tomuto štvorcu…



Označme si intenzitu svetla, ktoré k nám prichádza od Jupitera teraz, na jeho starej obežnej dráhe, Φ_0. Kvôli čomu sa zmení prechodom Jupitera na obežnú dráhu Marsu? Jupiter bude bližšie k Slnku a preto zachytí svojou plochou viac jeho žiarenia, ktoré potom rozptýli do priestoru. Navyše sa bude k Zemi dostávať bližšie než doteraz a my z toho rozptýleného svetla zachytíme viac. A je to. Už len v súlade s obrázkom označme polomer dráhy Zeme R_Z, polomer dráhy Marsu R_M a polomer terajšej dráhy Jupitera R_J. Ak bolo doteraz Jupiterom do priestoru rozptyľované nejaké množstvo svetla, potom to bude $(R_J / R_M)^2$-krát viac (v dôsledku jeho priblíženia sa k Slnku). Ak sa doteraz približoval Jupiter k Zemi na najmenšiu vzdialenosť $R_J - R_Z$, teraz to bude iba $R_M - R_Z$. V dôsledku toho narastie celkový svetelný tok prichádzajúci k nám od Jupitera z Φ_0 na

$$\Phi' = \Phi_0 \cdot \left(\frac{R_J}{R_M} \right)^2 \cdot \left(\frac{R_J - R_Z}{R_M - R_Z} \right)^2 .$$

Ak dosadíme tabuľkové hodnoty $R_Z = 1$ AU, $R_M = 1{,}5$ AU, $R_J = 5{,}2$ AU (zoznámte sa s novou jednotkou dĺžky, v astronómii často používanou „astronomickou jednotkou", či Astronomical Unit), zistíme, že prichádzajúci svetelný tok sa nám zväčší asi 850-krát. Mimochodom, nemá cenu dosadzovať uvedené hodnoty omnoho presnejšie – dráhy všetkých troch telies sú totiž elipsy a nie kružnice (najmä v prípade Marsu dosť šišaté elipsy...) a oné tabuľkové hodnoty sú akési ich priemerné hodnoty. Navyše, nemilosrdný logaritmus nám o chvíľu vymiesi všetky detaily do homogénnej masy.

Ostáva odpovedať na otázku, aká by bola jasnosť takéhoto Jupitera, či po „astronomicky" povedané, aká by bola jeho magnitúda. Stačí nájsť múdry vzťah (Pogsonov), ktorý hovorí o rozdiele magnitúd (značíme ich m) dvoch telies, od ktorých k nám prichádzajú rôzne množstvá svetla E_1 a E_2. Tento rozdiel je

$$\Delta m = -2{,}5 \cdot \log \frac{E_1}{E_2} .$$

Dosadením nášho podielu $E_1/E_2 = 850$ dostaneme $\Delta m = -7{,}3^{\mathrm{m}}$. Keďže teraz je maximálna jasnosť Jupitera rovná $-2{,}6^{\mathrm{m}}$, po jeho presťahovaní bude $m' = -9{,}9^{\mathrm{m}}$. To je skoro toľko, ako má Mesiac (ten má $-12{,}7^{\mathrm{m}}$). (Správne ste si všimli, v astronómii je to naozaj tak, že jasnejšie objekty majú menšiu magnitúdu.) No a ešte jedna poznámka – priblížením Jupitera k Slnku by stúpla teplota jeho atmosféry, čo by mohlo pozmeniť jej zloženie a dramaticky zmeniť množstvo žiarenia odrážané Jupiterom do okolitého priestoru. To nikto nespomenul, no za zmienku to nepochybne stojí.

A – 3.4 Tenisík (opravovala Rebro)

Dominik, veľký to tenista, sa jedného dňa rozhodol, že si nacvičí špeciálne podanie. Podá prudkú loptu (ktorá bude letieť skoro úplne rovno, ako keby tam ani gravitácia nebola), ktorá sa po dopade na súperovu časť ihriska odrazí späť na Dominikovu polovicu ihriska. Má význam, aby Dominik takéto podanie trénoval? Ak áno, ako by musel udierať do loptičky? Ak nie, prečo?

Na úvod môjho vzoráku vám všetkým prajem príjemné krásne slnečné leto, maturanti nech po maturách a prijímačkách len oddychujú a tretiaci nech sa tešia na to o rok. Nuž ale k príkladu.

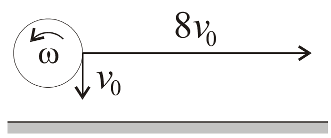
Takmer všetci ste na začiatku svojich riešení uviedli, že sa to nedá, lebo keby áno, určite by sa to už ktosi naučil, minimálne taká špička tenistov, a to by ešte len ľudia otáčali hlavami pri tenisových zápasoch. Ale Marián Galovič napísal, že pozná chlapíka, ktorý to zvládne, ale že je to fakt hnusná vec, keď ti pred nosom loptička uskočí (koniec citácie). Tak neviem, ja tenisu vôbec neholdujem, len sem-tam sa pozerám z intráku na jeden kurt a obdivujem malé deti, ktoré majú v rukách raketu väčšiu ako oni sami a navyše nerada robím hnusné veci...

Ale poďme si povedať, čo by sa muselo diať, aby to šlo a prečo to teda nejde. Ako ste písali, loptička by musela mať slušnú rotáciu okolo vlastnej osi, aby po tom, čo dopadne na súperovu časť ihriska, sa neodrazila ďalej, ale späť.

Ak udierame do loptičky, udierame viac menej len v jednom bode. V extrémnom prípade, keby bolo trenie nekonečne veľké, pôsobíme v tomto bode silou rovnobežnou s povrchom loptičky. Prečo? Trecia sila je nanajvýš f-násobkom kolmej (normálovej) sily od rakety. Ak bude f fakt veľké, tak môže byť táto sila rovnobežná s raketou omnoho väčšia než na raketu kolmá sila a spomínaná rovnobežnosť je na svete.

Sila od rakety má svoju veľkosť a svoj moment, veľkosť rozbieha loptičku a moment ju roztáča. Keď sa má rotujúca loptička po dopade odraziť späť, potrebovala by s pomocou trenia zrušiť celú svoju vodorovnú rýchlosť, lebo sú to práve zvyšky vodorovnej rýchlosti, čo nútia pokračovať normálnu loptičku zhruba v pôvodnom smere pohybu.

Keď však zoberieme do úvahy rozmery tenistu (loptičku podáva z výšky asi tak 2,5 metra), a rozmery ihriska (k sieti to má skoro 12 metrov, pričom sieť je vysoká len o málo viac než 1 meter), vychádza nám, že loptička musí letieť pod veľmi malým uhlom k podložke (cca 7°). Podľa zadania chceme podať prudkú loptu, ktorá bude letieť takmer rovno, nemáme teda na výber a vodorovná zložka rýchlosti loptičky musí byť omnoho väčšia než zvislá (pre tých 7° je to 8-krát väčšia rýchlosť). Opäť nám čosi začína navrávať, že takúto veľkú vodorovnú rýchlosť rotácia loptičky určite nestihne zvrátiť. Pre neveriacich Tomášov môže byť potrebnou poslednou kvapkou nasledujúcich pár vzorcov.



Označme si trvanie odrazu loptičky od podložky ako Δt. To je nejaký krátky, no predsa nenulový čas. Počas neho sa zvislá rýchlosť loptičky, označme ju v_0 zmení na opačnú. Tomu zodpovedá zmena hybnosti $\Delta p = 2mv_0$, kde m je hmotnosť loptičky. Na to musí na loptičku pôsobiť zvislá sila veľkosti

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2mv_0}{\Delta t}.$$

Keďže Δt je malé, určite to musí byť „poriadna šupa“. Keďže sa loptička otáča, pri dopade na podložku na ňu bude pôsobiť trecia sila. Práve ona môže zmenšiť (či dokonca zmeniť na opačnú) vodorovnú rýchlosť loptičky, ktorá je podľa minulých riadkov asi tak $8v_0$. Táto trecia sila má veľkosť $F_T = f\,F$ a zmena vodorovnej rýchlosti, ktorú spôsobí je

$$\Delta v = \frac{F_T}{m} \cdot \Delta t = 2fv_0.$$

Vidíme, že na to, aby táto zmena rýchlosti bola aspoň $8v_0$ (aby sa loptička keď už nie vracala späť, tak aspoň pohybovala zvislo) je potrebné f aspoň 4. Otvorte tabuľky. Vidíte tam také hodnoty koeficientu trenia? Nie. Žiadny teraflex ani najlepšia Wimbledonská tráva Vám k čomusi takému nepomôžu. Inak, ďalšie neriešiteľné problémy sa dali nájsť pri skúmaní detailov odrazu tak rýchlo rotovanej loptičky raketou...

Ktosi by mohol prísť a namietať, že pri ping-pongu sú takéto podania časté. Tam je však stôl kratší a sieť je nižšie. Na druhej strane, stolnotenisová loptička je oveľa hladšia aj stôl, na ktorom sa hrá, teda trenie je tam oveľa menšie, ale to už je iný príklad.

Ale aby som zasa zacitovala Mariána: „…dá sa to, ale musí sa to zahrať veľmi jemne a s citom!“. Tak skúšajte, robte experimenty, budete slávni. Mne stačí, keď porobím skúšky a potom hurá na prázdniny.

Všetkých vás zdraví Rebro.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 3. sérii letného semestra 17. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	②	A-3.1	A-3.2	A-3.3	A-3.4	☠	Σ
1.	Dzetkulič	Tomáš	4 A	G PH Michalovce	36,5	4,0	5,0	3,0	4,0	-1	51,50
2.	Smrek	Ján	se. N	1SG BA Čapkova	28,0	1,5	4,0	3,5	5,0		43,29
3.	Skopalová	Eva	4 A	G Poprad Popr. nábr.	19,5	4,5	5,0	5,0	3,5		37,50
4.	Galovič	Marián	3 B	G Kurzweise-Eisenstadt	22,4	3,5	–	4,5	5,0	-1	35,80
5.	Osuský	Andrej	4 B	G BA J. Hronca	10,5	4,5	5,0	5,0	0,5	-1	24,50
6.	Rybár	Jozef	se. B	G BA sv. Uršule	16,8	3,0	–	–	4,0	-3	22,18
7.	Pitňa	Alexander	se. B	OG Štúrovo	18,8	–	–	–	–		18,76
8.	Chudý	Michal	4 B	G AV Levice	16,0	–	–	–	–		16,00
9.	Kálnai	Peter	4 A	G Levice	13,5	–	–	–	–		13,50
10.	Rjaško	Michal	se.	G Vranov nad Topľou	9,4	–	–	–	–		9,44
11.	Fialka	Vlado	2 E	G K2 Prešov	0,0	2,0	3,0	–	–		6,13
12.	Sütőová	Helena	se.	OG Štúrovo	5,5	–	–	–	–		5,49
13.	Adamec	Michal	3 B	G BA J. Hronca	3,5	–	–	–	–		3,50
14.	Mazánová	Silvia	se.	OG Štúrovo	3,4	–	–	–	–		3,37
15.	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	0,6	–	–	1,0	–		1,93
16.	Stribula	Tomáš Timotej	4 B	G AV Levice	1,5	–	–	–	–		1,50
17.	Mikulík	Andrej	2 B	G BA Grösslingova	0,0	1,5	–	–	–	-1	0,92