FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo letnej časti 17. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2001/2002
termín príchodu riešení
15. 5. 2002

www.fks.sk

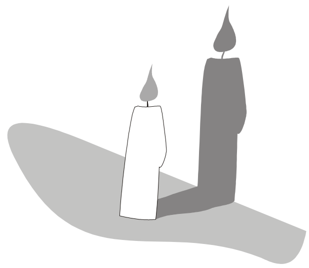
FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B – 3.1 Krasokorčuliarka (5 bodov)
Majka sa už odmalička obdivovala krasokorčuľovanie a tak sa rozhodla, že to dotiahne až na olympiádu. A tak trénovala, trénovala, nacvičovala piruety, skoky a dokonca ako šestnásťročná už zvládla aj každým obdivovaný skok menom *trojitý rittberger*. Pokúste sa odhadnúť, koľko energie Majka vynaloží na takýto zložitý skok.

B – 3.2 Blcha (6 bodov)
Malá blcha sa rozhodla, že vyskáče hore celým veľkým 12–schodovým schodiskom (schody sú rovnako vyskoké, ako široké). Vymyslela si na to dokonca dve metódy. Prvá: skáče vždy z rohu schodu a len–tak–tak doskočí na roh ďalšieho schodu. Druhá je skoro taká istá, akurát že schody berie „po dvoch“. Ktorým spôsobom spotrebuje blcha na vyskákanie celého schodiska (12 schodov) menej energie?

B – 3.3 Toaleťáčik (5 bodov)
Predstavte si rolku toaletného papiera. Pevne chytíme jej voľný koniec a kotúč necháme padať z vysokej budovy. Vyjadrite rýchlosť pohybu rolky v hĺbke h pod miestom, z ktorého sme ju pustili. Odpor vzduchu zanedbajte a všetky potrebné veličiny odhadnite.

B – 3.4 Sviečka (4 body)
Pozorne sa zahľadte na obrázok sviečky na stole v miestnosti so zasvietenou lampou. Nájdite na ňom chybu. Nie, jasné, že to nie je všetko. Využite všetko svoje nadanie a nakreslite obrázok tak, ako má byť. Vysvetlite, prečo je to tak.



Tento seminár je organizovaný s podporou
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund
a KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 2. série
B – kategória (mladší)
17. ročník
letný semester
školský rok 2001/2002
www. **.sk**

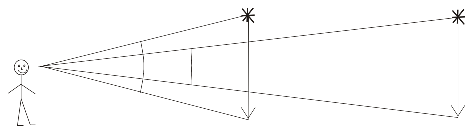
FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B – 2.1 Vločky (opravovala Miška)

Ako to už býva, niekedy v zime sneží. Ak sa zahľadíte na padajúce vločky, zdá sa vám, že tie, čo sú bližšie k vám, padajú rýchlejšie ako tie vločky, ktoré sú od vás vzdialené. Prečo?

Skutočne je to tak: vzdialenejšie vločky – aspoň nám sa to tak zdá – padajú pomalšie ako vločky bližšie pri nás. A že prečo?

Presne tak, ako to mnohí z vás pekne popísali, súvisí tento jav so spôsobom pohľadu ľudí na veci, ktoré sa dejú v ich (väčšej či menšej) blízkosti. V prvom rade si musíme ujasniť, že nami skúmané vločky padajú pekne tíško v bezvetrí k zemi, sú zhruba rovnako veľké a rovnako ťažké, a teda v konečnom dôsledku i rovnako rýchle. Teraz sa však na ne pozrie človek. Ten sa na realitu pozerá pod tým spomínaným zorným uhlom. A ak sa pozerá na dve rôzne vzdialené vločky padajúce po rovnakej dráhe za rovnaký čas, jediné, v čom môže nastať problém, je uhlová rýchlosť vločiek. Vyzerá to potom asi nejako takto:



Bližšiu vločku pozorujeme pod väčším zorným uhlom ako vločku vzdialenejšiu, a teda jej uhlová rýchlosť bude väčšia. Preto sa nám to zdá tak, ako sa nám to zdá.

Ďalšia možnosť, ako si vysvetliť spomínaný jav, je nechať vločky padať po čo najväčšej možnej dráhe v závislosti od zorného uhla. Čas preletu bližšej vločky naším zorným poľom je kratší a rýchlejšie sa nám stratí z dohľadu. Kým my ešte stále pozorujeme padanie vzdialenej vločky, tú bližšiu už dávno nevidíme (resp. na jej mieste už vidíme inú). Človek však vníma dráhy preletu jednotlivých vločiek naším zorným poľom ako rovnaké (to je presne tak, ako keď si dáte ceruzku rovno pred nos a zdá sa vám byť rovnako veľká ako vzdialená budova). Oko teda vidí rovnaké (fiktívne) dráhy, ale rôzne časy pádu vločiek (bližšia vločka potrebuje na prelet zorným poľom kratší čas), a preto sa mu zdá, že tá bližšia je rýchlejšia…

Pri pohľade na vaše riešenia sa mi zdá, že túto zimu snežilo asi po celom Slovensku. Väčšina z vás totiž nemala nejaké väčšie problémy s touto našou zimnou úlohou. Nie všetci však dostali päť bodov. Svoje tvrdenia totiž treba nejako rozumne (alebo aspoň zdanlivo rozumne) formulovať – jednoducho to vysvetliť. Tvrdenie typu “padá rýchlejšie, lebo padá kratšie” nie je dostatočné. Nemôžete očakávať, že je všetkým jasné, že veľkosť dráhy vločky ovplyvňuje náš zorný uhol. Preto to všetko treba pekne poporiadku napísať. Nebojte sa s dobrou myšlienkou trochu pohrať. Tí, ktorí sa nebáli, sú teraz odmenení…

B – 2.2 Plávacia doska (opravoval Cyril)

Azda každý z vás už videl plť alebo aspoň dosku plávajúcu na vode. Ale napadlo vám už niekedy, prečo pláva tak, že jej plochá strana (tá, ktorá robí dosku doskou) je rovnobežná s hladinou vody a nie inak? Čo by sa stalo s polohou dosky, ak by bola hustota dosky väčšia ako hustota vody?

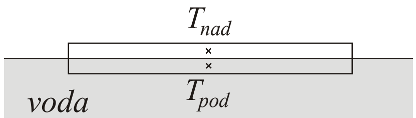
Milí riešitelia, vaše znalosti z oblasti statiky ma značne sklamali. Ak sa to v najbližších dvoch-troch rokoch nezlepší, tak sa so stavebnou fakultou môžete nadobro rozlúčiť. Možno by z vás mohli byť ešte tak … architekti záhradných altánkov. Nič väčšie radšej neskúšajte a *hlavne* nič pri vode! Pravda, česť výnimkám.

Ale aby ste netvrdili, že nie som férový chlap, tak sa na to pozrieme spoločne. Tento príklad sa dal riešiť dvoma spôsobmi.

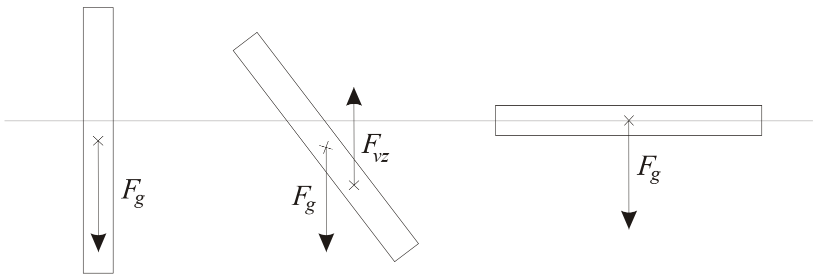
Prvý spôsob riešenia vychádza z tvrdenia, že *sústava* sa nachádza v rovnovážnej (stabilnej) polohe, ak v tejto polohe dosahuje jeho potenciálna energia minimum (stačí aj lokálne – napr. cínový vojačik stojí v pozore, aj keď najmenšiu potenciálnu energiu má v ležatom stave. To je preto, že pri prevrátení by sa mu musela nachvíľu zvýšiť potenciálna energia – t.z. v pozore má lokálne minimum potenciálnej energie.). V tomto tvrdení je pre náš príklad dôležité slovo *sústava* a to, že potenciálna energia je pre homogénne gravitačné pole závislá len od vertikálnej polohy ťažiska *sústavy. Sústava* je v našom prípade tvorená doskou a *vodou,* a teda nestačí len zistiť polohu ťažiska dosky, ale aj *vody*. S Archimedovou pomocou možno ľahko určiť, že (ak platí $\rho_{doska} < \rho_{voda}$) pod vodou je vždy objem

$$V_{pod} = V_{doska} \frac{\rho_{doska}}{\rho_{voda}}$$

a nad vodou je samozrejme zvyšok dosky, pričom tento pomer je stále rovnaký a nezávisí od toho, v akej polohe doska pláva. Ak teraz použijeme pravidlo, že sústava „chce" mať v gravitačnom poli ťažisko čo najnižšie, vychádza nám, že časť dosky nad hladinou „chce" byť najnižšie ako sa dá (teda najbližšie k hladine zhora). No a časť pod hladinou by snáď aj „chcela" byť dole, ale voda, ktorá je hustejšia, tam „chce" byť viac, takže „musí" byť najvyššie ako sa len dá, teda najbližšie k hladine zdola (musí ostať pod hladinou). Našťastie medzi týmito dvoma požiadavkami netreba komplikovane hľadať kompromis, lebo vlk zostane celý aj koza sýta práve vtedy, ak doska pláva rovnobežne s hladinou.



Druhý spôsob je trochu názornejší, ale vo svojich riešeniach ste ho využívali pomenej. Ide o to, že si zistíme aké sily pôsobia na dosku v jednotlivých polohách. F_{vz} je vztlaková sila a F_g je gravitačná sila pôsobiaca na dosku.



Vidíme, že len v druhej (šikmej) polohe nie je vztlaková sila kompenzovaná inou silou, teda to nie je rovnovážna poloha. V prvej polohe je F_{vz} kompenzovaná gravitačnou silou, teda to je rovnovážna poloha, ale už malá vlnka ju môže prevrátiť do polohy 2 a sila F_{vz} ju začne preklápať do polohy 3, takže je to labilná poloha. V tejto tretej polohe sú sily opäť v rovnováhe a navyše vlnka–nevlnka je aj stabilná (lebo ak sa prevráti do polohy 2, sila F_{vz} ju znova vráti späť).

Takto sme až dvoma spôsobmi ukázali, že doska je v stabilnej rovnovážnej polohe práve vtedy, ak je rovnobežná s hladinou vody. A čo sa stane ak je hustota dosky väčšia ako hustota vody, pochopil snáď každý. Doska sa prevráti do vertikálnej polohy (kolmo na hladinu), aby mala menší odpor a padne na dno, kde sa usadí podľa tvaru dna tak, aby jej bolo dobre.

B - 2.3 Z kameňolomu (opravovala Saša)

V kameňolome ostáva po odstrele vo vzduchu veľa drobných prachových čiastočiek, ktoré iba pomaly sadajú na zem. Kým sú vo vzduchu častice s polomerom 5 μm, ktorých hustota vo vzduchu je 0,04 g/m^3, viditeľnosť je 50 metrov. Pri ďalšom odstrele ostali vo vzduchu častice s polomerom 10 μm a ich hustota bola 0,1g/m^3. Aká bola viditeľnosť?

Ahojte, tak tento príklad asi nepatril k tým najľahším, o čom svedčí aj množstvo rôznych výsledkov medzi vašimi riešeniami. Skúsme sa teda teraz spoločne pozrieť na to, kam v našom kameňolome dovidíme a čo všetko, prečo a ako na to vplýva.

Najprv by sme si mali ujasniť, čo nám vlastne bráni vo videní do diaľok. Samozrejme, sú to prachové čiastočky, ktoré vznikli po odstrele a nachádzajú sa vo vzduchu (uvažujeme o čiastočkách guľovitého tvaru). Dôležité je uvedomiť si, že to, čo nám bráni vo výhľade, je ich kolmý prierez, pričom zanedbávame prípadné prekrývanie týchto prierezov (to môžeme, lebo pri prvom odstrele dôjde k prekrytiu asi tak často ako pri druhom odstrele a po druhé, tie čiastočky sú veľmi malé, takže zasa k tomu prekrytiu až tak často nedôjde). Tieto čiastočky nám však nezakryjú celú plochu, ktorú by sme mohli vidieť, ale iba nejakú jej časť – práve týmto pomerom je daný pojem viditeľnosti (do danej vzdialenosti). Názorný príklad prvého odstrelu má akosi „definovať" to, čo je 50–metrová viditeľnosť. Tak teda, poďme počítať...

Označme ρ_1, ρ_2 hustotu prachových čiastočiek vo vzduchu pri prvom a druhom odstrele, polomery týchto čiastočiek nazveme r_1, r_2 a hustotu materiálu, z ktorého sú čiastočky, ρ_0. Počty častíc vo vzduchu budú N_1 a N_2, ich objemové hustoty (počty častíc na daný objem) n_1 a n_2. Rozoberme si prvý odstrel vo vzduchu. Pre hustotu čiastočiek vo vzduchu máme $\rho_1 = m_0N_1/V$, kde m_0 je hmotnosť jednej čiastočky prachu a V celkový objem vzduchu. Keďže čiastočky sú guľového tvaru, máme $\rho_1 = n_1.4/3\pi r_1^3\rho_0$, z čoho si ľahko vyjadríme objemovú hustotu $n_1 = K.\rho_1/r_1^3$, kde $K = 3/(4\pi\rho_0)$ je konštanta.

Ďalej môžeme pokračovať dvoma možnými cestami: Jednou možnosťou je, že z celého priestoru, ktorý môžeme vidieť, vyberieme iba akýsi kváder – tunel, cez ktorý pozeráme na nejakú malú plochu – povedzme $S = 1\text{m}^2$. Zistíme pomer, koľko z tejto steny nám častice zakrývajú pri prvom odstrele a porovnáme s druhým odstrelom tak, aby ten pomer zakrytej plochy ostal rovnaký. Pri tomto postupe však zanedbávame zakrivenie, ako aj to, že čiastočky, ktoré sú bližšie k nášmu oku (aj keď sú len malé), nám zaberú viac z nášho výhľadu, ako keby boli od nás ďalej.

Ak je viditeľnosť x_1 metrov, tak celý náš kváder, v ktorom sa nachádzajú čiastočky, ktoré nám bránia vo výhľade, má objem $V_1 = x_1S$, a teda sa v ňom nachádza $N_1^* = n_1V_1 = Kx_1S\rho_1/r_1^3$ častíc. Tieto častice zaberú plochu (to čo nám bráni vo výhľade je priečny prierez, teda kruh s daným polomerom) $S_1 = N_1\pi r_1^2 = \pi Kx_1S\rho_1/r_1$, teda pomer zakrytej plochy ku celej ploche, na ktorú sa pozeráme cez náš kvádrik je

$$\frac{S_1}{S} = \pi K \frac{x_1\rho_1}{r_1}.$$

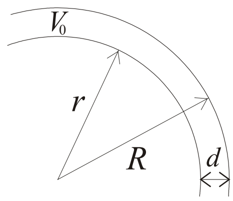
Analogicky sa dopracujeme ku pomeru pre druhý odstrel a príslušnú viditeľnosť x_2, kde $S_2/S = \pi Kx_2\rho_2/r_2$. Ako sme si povedali, viditeľnosť je daná práve týmto pomerom, takže ich môžeme dať do rovnosti a z toho ľahko dostaneme vzťah

$$x_2 = x_1 \frac{\rho_1 r_2}{\rho_2 r_1},$$

po dosadení číselných hodnôt zo zadania nám vyjde

$$x_2 = 50\ \text{m}.0.04\ \text{g/m}^3.10\mu\text{m}/(0.01\ \text{g/m}^3.5\mu\text{m}) = 40\ \text{m}.$$

Druhý spôsob spočíva v tom, že si vyjadríme to, akou časťou nám ku (ne)viditeľnosti prispieva tenká vrstva vzduchu s objemom V_0, ktorý je vzdialený približne rovnako ďaleko od nás (pozri obrázok). Všetok vzduch, ktorý je od nás vzdialený menej ako r metrov vlastne vypĺňa polguľu s polomerom r, (prípadne guľu, ak by sme boli dosť vysoko nad zemou ☺) pričom my stojíme v jej strede. V objeme V_0 tenkej vrstvy vzduchu (označme tú hrúbku d, teda $R = r + d$), sa nachádza pri prvom odstrele $N_0 = n_1 V_0 = K V_0 \rho_1 / r_1^3$ častíc, ktoré zaberajú celkovú plochu



$$S_0 = N_0 \pi r_0^{\ 2} = \pi K V_0 \frac{\rho_1}{r_1}.$$

Opäť celková zakrytá plocha nie je podstatná, dôležité je, aká časť z celkového povrchu daného objemom V_0 (plocha, ktorú by sme mohli vidieť vo vzdialenosti r pri dobrej viditeľnosti – teda ide o povrch gule s polomerom r) je zakrytá.

Použijúc pre vzťah pre objem polgule dostávame pomer $\Omega_0 = S_0/(2\pi r^2) = K.V_0.\rho_1/(2r_1 r^2)$. Podstatné je si teraz správne vyjadriť objem V_0, je to objem veľkej polgule bez malej, teda

$$V_0 = \frac{4}{6}\pi\left(R^3 - r^3\right) = \frac{4\pi}{6}\left[(r+d)^3 - r^3\right] = \frac{4\pi}{6}\left(3dr^2 + 3d^2 r + d^3\right).$$

Keďže hrúbka vrstvy d je oproti vzdialenosti r veľmi malá, druhá a tretia mocnina hrúbky d nám celkový výsledok veľmi neovplyvní a teda členy $3d^2 r + d^3$ môžeme zanedbať. Dostávame preto $V_0 = 2\pi r^2 d$. (Môžeme si to predstaviť aj ako povrch polgule násobený hrúbkou vrstvy, ktorá je oproti polguli malá). Teda celkovo po dosadení za V_0 dostávame:

$$\Omega_0 = K\pi d \frac{\rho_1}{2r_1},$$

to je pomer zakrytej plochy ku celkovej ploche, pričom zakrytie je zapríčinené čiastočkami prachu vo vzduchu vo vrstve hrúbky d. Vidíme, že tento pomer nezávisí od vzdialenosti r, teda od ich vzdialenosti od nás. Preto si môžeme „vzduch" (vzdialený od nás najviac x_1) po prvom odstrele rozdeliť na veľa vrstiev malej hrúbky d, pričom každá vrstva prispeje k celkovému pomeru, práve týmto pomerom Ω_0. Preto celkový pomer zakrytej plochy ku celkovej ploche vo vzdialenosti x_1 je vlastne súčtom týchto príspevkov, teda $\Omega_1 = K\pi x_1 \rho_1/(2r_1)$. Takto sme sa dopracovali, ku pomeru zakrytej plochy ku celkovej ploche, ktorým je daná viditeľnosť. Rovnaký pomer musí vyjsť aj pri druhom odstrele (pre príslušné hodnoty), teda má platiť:

$$\frac{K\pi x_1 \rho_1}{2r_1} = \frac{K\pi x_2 \rho_2}{2r_2}.$$

Z toho už ľahko dostaneme, podobne ako pri prvej možnosti vzťah

$$x_2 = x_1 \frac{\rho_1 r_2}{\rho_2 r_1},$$

čo po dosadení číselných hodnôt dáva opäť 40 metrov. Tak či tak... viditeľnosť pri druhom odstrele bola 40 metrov.

Mnohí ste príklad riešili úvahou o priamej a nepriamej závislosti viditeľnosti od veľkosti, hustoty a počtu častíc vo vzduchu, čo v podstate nie je zlé, jedinou chybičkou krásy bolo, že ste nezdôvodnili, prečo je táto závislosť lineárna. No a ďalší ste často zabudli aj na to, že so zmenou hustoty a veľkosti čiastočiek sa zmení aj ich počet vo vzduchu, čo potom viedlo k nesprávnemu výsledku.

Tak, hádam stačilo. Majte sa všetci krásne a pre istotu sa radšej zďaleka vyhýbajte odstrelom v kameňolomoch, veď vidíte, že tam aj tak toho veľa neuvidíte...☺

B – 2.4 Ostrý nožík (opravoval Priky)

Zo skúseností vieme, že pri rezaní určitých materiálov je výhodné nôž nielen tlačiť kolmo na rez, ale aj hýbať ním v smere od seba – k sebe. Prečo je tento spôsob rezania niekedy výhodnejší? Kedy nie je? Ako ovplyvňujú výber čo najefektívnejšieho spôsobu rezania vlastnosti rezanej latky a ako ostrie noža? Experimentálne poznatky sú vítané.

Zdravím ľudkovia! Tento príkladík so záhadným najefektívnejším spôsobom rezania dopadol v celku dobre. Skoro všetci ste prišli aspoň na niekoľko dôvodov, prečo takto a nie tak a pod. No pre tých menej zdatných bojovníkov a bojovníčky, tu je vzorák.

Najprv si teda odpovedzme na otázku: „Prečo je tento spôsob (od seba k sebe) niekedy výhodnejší?“ Tak ... je to preto, lebo aj tie najdokonalejšie (najdrahšie:) nože nie sú dokonalé. Napriek tomu, že sa nám voľným okom zdá, že sú pekne ostré a hladké, tak pod mikroskopom by sme odhalili ich pravú tvár. Na čepeli noža sa nachádzajú totiž drobné ryhy a nerovnosti (nazvime ich zúbky), ktoré napomáhajú narušiť štruktúru rezanej látky. Dochádza tam k väčšiemu treniu a tým aj k ľahšiemu narušeniu väzieb v materiále, molekuly sa odťahujú od seba a my sa nemusíme toľko namáhať pri krájaní istých vecí. Napríklad chlebík – hýbaním noža tam vzniká väčšie trenie, čiastočky chleba sa nestláčajú ako pri reze kolmom nadol, no sú nožom odnášané preč, vznikajú omrvinky, a chlebík máme nakrájaný :)

Nasledujúcu otázku som spojil aj s otázkou poslednou, lebo ich odpovede sú previazané. Takže: „Kedy nie je tento spôsob výhodnejší a ako ovplyvňujú výber čo najefektívnejšieho spôsobu rezania vlastnosti rezanej látky a ako ostrie noža?“ Tak ... tých vlastností, ktoré vplývajú na náš výber čo najlepšieho spôsobu rezania, je veľa. Tú najzákladnejšiu ste odhalili všetci. Je to tvrdosť materiálu. Je jasné, že čím je materiál mäkší, tak tým menšiu silu musíme vynaložiť na narušenie jeho vnútorných väzieb, t.j. stačí nám nožom naň pôsobiť smerom nadol. Príkladom takého materiálu je maslo, plastelína a i. opakom sú pomerne tvrdé materiály (materiály, ktoré nestlačím rukou aspoň na polovicu :), napr. korok, saláma a i. Také materiály by sa nám veľmi ťažko krájali bez pohybu noža.

Ďalšie vlastnosti súvisia so štruktúrou rezanej látky. Na materiál, v ktorom sú častice na seba viazané slabými silami, nebudeme pôsobiť kolmo dole, lebo by sme častice len pritlačili k sebe. Takým príkladom je chlieb – je to len dáke cesto nafúknuté, ktoré sa rezaním od seba k sebe dá pomerne ľahko rozkrojiť. No kolmým tlačením nadol ... by to nemuselo tak dobre dopadnúť. A opakom sú zas materiály, ktorých častice sú viazané veľkou silou a nie je také ľahké narušiť ich štruktúru, napr. lentilka. Tú by sme asi ťažko rozrezali spôsobom od seba k sebe :).

Môžeme sa zamyslieť aj nad priľnavosťou rezanej látky. Takú štangľu tvrdého syra alebo aj maslo si neviem predstaviť rezať pohybom od seba k sebe. Tieto materiály dobre priľnú na čepeľ, priam sa na ňu nalepia a potom už dochádza len k deformácii materiálu. Takže takéto materiály režeme iba spôsobom kolmo nadol.

Vlastnosťou, ktorá tiež ovplyvňuje výber nášho rezania je pružnosť materiálu. Také dáke tlsté mäso alebo tie žilky v mäse, alebo napríklad špongiu by sme asi ťažko rozrezali len obyčajným tlačením nadol. Čiže pružné materiály režeme spôsobom od seba k sebe. Ovplyvňujúcim faktorom je aj povrch materiálu. Napríklad taká rajčina by sa dala prerezať iba tlačením nadol, no šupa na jej povrchu nás núti ju narezať, resp. začať daným pohybom. Aj samotný banán sa dá krájať len tlakom nadol, no aj so šupou by sme ho už ťažko rozkrojili len tak, bez pohybu. Tá má totiž veľmi vláknitú štruktúru a tú zdoláme len rezaním a zároveň pohybom. Takýchto faktorov, ktoré ovplyvňujú našu voľbu môže byť aj viac, no ... všetky súvisia so štruktúrou daného materiálu.

Pekným faktorom je ešte aj rovina, v ktorej budeme rezať. Napríklad s drevom. Ak chceme rúbať polená (na oheň :), tak si ho postavíme tak, aby jeho vlákna boli rovnobežné so smerom seknutia sekery. Tá v tomto prípade iba tlačí smerom nadol. Ak by sme však chceli poleno narezať na pekné krúžky, tak ho režeme v smere kolmom na vlákna a automaticky hýbeme pílkou v smere k sebe a od seba. Takže aj toto ovplyvňuje výber spôsobu nášho rezania. No a ostrie noža? Ostrý nôž je samozrejme vždy výhra :). Pri mäkkých materiáloch nám to je vlastne jedno, no už pri tých pružných, priľnavých a ... , nám to veľmi ovplyvní kvalitu rezu. Čiže ostrým nožom môžeme rezať aj kolmo nadol a aj pohybom od seba k sebe, no tupým nožom by sme toho veľa rezaním od seba k sebe nespáchali, takže ... režeme len kolmo nadol.

A ... to je už k tejto záhade asi ozaj všetko. Majte sa krásne – v budúcom čísle! :)

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 2. sérii letného semestra 17. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	①	B-2.1	B-2.2	B-2.3	B-2.4	☠	Σ
1.	Dzetkulič	Michal	1 A	G PH Michalovce	18,5	5,0	5,0	4,0	5,0	-1	36,83
2.	Burger	Michal	sx.	G BA Grösslingova	20,0	5,0	2,0	4,0	4,5		35,50
	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	20,0	5,0	4,5	3,0	4,0	-1	35,50
4.	Štolc	Miroslav	sx.	G Nitra Párovská	16,0	5,0	5,0	4,0	5,0		35,00
	Fialka	Vlado	2 E	G K2 Prešov	17,5	5,0	3,5	4,0	5,0		35,00
6.	Neilinger	Pavol	2 A	G Dunajská Streda	16,0	5,0	4,0	4,0	5,0		34,00
7.	Kováč	Adrián	1 A	G Pavla Horova	17,8	5,0	1,5	4,0	4,5		33,89
8.	Batmendijnová	Zuzana	sx.	G T. Vansovej	16,0	5,0	5,0	4,0	4,5	-1	33,50
	Kvašnáková	Katka	2 E	G K2 Prešov	18,5	5,0	1,0	4,0	5,0		33,50
10.	Ceľuchová	Zuzana	2 E	G K2 Prešov	17,5	5,0	1,5	4,0	5,0		33,00
11.	Jančuška	Marek	sx.	G Nitra Párovská	15,5	5,0	4,0	4,5	3,5		32,50
12.	Sasák	Róbert	1 D	SPŠE Piešťany	15,4	5,0	2,0	4,0	4,5		31,98
13.	Brutovská	Eva	sx.	G Kežmarok	17,5	5,0	3,5	1,0	4,5		31,50
14.	Molnárová	Katarína	1 D	G KE Šrobárova	16,9	2,5	4,5	4,5	2,5	-1	31,18
15.	Svrček	Matúš	sx.	G Terézie Vansovej	17,5	4,5	1,5	4,0	4,5	-1	31,00
16.	Jurov	Dávid	1 D	G Humenné	13,9	5,0	2,5	4,0	4,5		30,87
17.	Trubenová	Barbora	2 A	G BA J. Hronca	16,0	4,5	4,0	2,0	4,0		30,50
18.	Rajniaková	Gabriela	kv.	G Liptovský Mikuláš	16,5	5,0	1,0	4,0	3,5	-1	30,36
19.	Potočková	Zuzana	sx.	G Liptovský Mikuláš	18,0	4,0	4,0	4,5	1,5	-2	30,00
20.	Host	Ján	2 E	G K2 Prešov	15,5	5,0	1,5	4,0	3,5		29,50
21.	Lauko	Martin	sx. A	G JL Martin	17,0	5,0	1,5	0,5	5,0		29,00
22.	Savincová	Katarína	1 E	G PH Michalovce	16,5	5,0	1,5	2,0	3,5	-1	28,99
23.	Bratko	Milan	kv. A	G BA Pankúchova	16,1	5,0	1,0	1,0	2,5		27,12
24.	Lampášová	Júlia	kv.	G Považská Bystrica	13,0	4,0	1,0	2,0	4,5	-1	24,93
25.	Kulík	František	1 E	G Humenné	12,7	5,0	1,0	0,5	4,0		24,67
26.	Vojtko	Andrej	kv. A	G Skalica	10,5	5,0	1,0	3,5	3,0		24,39
27.	Šoltésová	Mária	2 B	G BA Grösslingova	9,0	5,0	2,0	2,5	5,0		23,50
28.	Baník	Dušan	2 A	G Poprad Popr. nábr.	19,0	–	–	4,0	–		23,00
29.	Babjak	Viktor	2 A	G LS Bardejov	14,5	4,0	1,0	–	4,0	-1	22,50
	Lenhardt	Rastislav	sx.	G M.M.Hodžu	9,0	5,0	1,0	4,0	3,5		22,50

31.	Faťol	Vladimír	1 E	G PH Michalovce	14,3	4,5	1,0	0,5	0,5		22,08
32.	Hornák	Rastislav	2 D	SPŠE Piešťany	11,5	5,0	0,5	0,5	3,0		20,50
33.	Uhrin	Tomáš	1 E	G PH Michalovce	10,7	5,0	1,0	0,5	1,0		19,61
34.	Sčensný	Jozef	sx. B	G Nitra	10,5	4,5	1,0	0,5	4,0	-1	19,50
35.	Pikna	Peter	2 D	G BA Metodova	10,0	5,0	1,0	0,5	2,5		19,00
	Prievalský	Juraj	2 A	G VBN Prievidza	11,5	4,0	0,5	0,5	3,5	-1	19,00
37.	Vyžinkárová	Danka	kv.	G BA Grösslingova	18,5	–	–	–	–		18,54
38.	Naď	Miroslav	2 A	G Veľké Kapušany	9,5	2,0	3,0	0,5	4,5	-1	18,50
39.	Molčány	Michal	2 A	SPŠE BA K.Adlera	15,5	4,0	1,0	0,5	3,0	-6	18,00
	Šťastný	Vladimír	sx.	G M.M.Hodžu	9,0	5,0	0,5	0,5	3,0		18,00
41.	Lakatoš	Pavol	2 A	G Veľké Kapušany	12,5	0,5	1,5	0,5	2,0		17,00
42.	Santusová	Iva	2 C	G VPT Martin	7,0	4,0	1,0	1,0	3,5	-1	15,50
43.	Mikulík	Andrej	2 B	G BA Grösslingova	6,5	2,0	1,0	–	5,0		14,50
	Végsö	Karol	2 A	G KE Poštová	14,5	–	–	–	–		14,50
45.	Skalný	Ján	1 B	G BA Einsteinova	4,4	5,0	0,5	–	3,0		14,33
46.	Matlák	Roman	2 AC	G KE Šaca	5,0	2,0	3,5	1,0	3,5	-1	14,00
	Patáčik	Ivan	2 C	G Partizánske	9,0	1,5	0,5	0,5	3,5	-1	14,00
48.	Matúšek	Michal	2 D	G BA Einsteinova	7,0	1,0	0,5	4,0	–	-1	11,50
49.	Feketeová	Erika	2 A	G Veľké Kapušany	6,0	5,0	0,5	0,5	–	-1	11,00
	Kamenská	Katarína	2 C	G VPT Martin	5,5	3,5	0,5	–	2,5	-1	11,00
51.	Palušáková	Katarína	2 C	G VPT Martin	5,5	0,5	1,0	0,5	4,0	-1	10,50
	Trtílek	Radovan	2 C	G VPT Martin	6,0	2,0	0,5	–	3,0	-1	10,50
53.	Kubová	Miška	1 A	G Vrbové	3,1	4,0	1,0	0,5	1,5	-1	10,49
54.	Poláček	Lukáš	2	G Modra	4,0	5,0	0,5	–	–		9,50
55.	Breuer	Tomáš	2 E	SPŠE Piešťany	8,5	–	–	–	–		8,50
56.	Kováčik	Viktor	2 A	G BA Einsteinova	7,0	–	–	–	–		7,00
57.	Fidmik	Ján	2 AB	G KE Šaca	1,5	2,0	3,5	1,0	+	-2	6,00
58.	Majorošová	Gabriela	2 A	G Veľké Kapušany	4,5	0,5	–	0,5	2,0	-2	5,50
59.	Vontorčíková	Lenka	2 C	G VPT Martin	2,5	–	1,0	–	1,0	-1	3,50
60.	Jurko	Martin	2 C	G KE STA	3,0	–	–	–	–		3,00

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

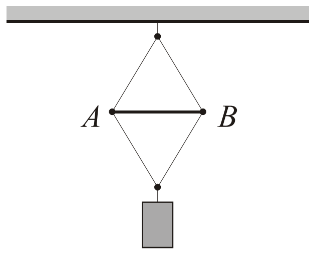
3. séria letnej časti 17. ročníka
A – kategória (starší)
školský rok 2001/2002
termín príchodu riešení
15. 5. 2002

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 3.1 Svetový rekord (5 bodov)
Na rovníku a na severnom póle boli postavené dve dokonalé (a klimatizované) športové haly. Majstrovstvá sveta sa uskutočnili v tej „polárnej“. Rekord v hode guľou do diaľky bol na súťaži zlepšený o jeden centimeter. Ak by sa hádzalo v „rovníkovej“ hale, bol by svetový rekord tiež prekonaný? O koľko? Predpokladajte, že na oboch miestach by športovci podávali rovnaké fyzické výkony.

A – 3.2 Virtuálna práca (5 bodov)
Na obrázku je závažie hmotnosti m zavesené na jednoduchej konštrukcii zloženej zo síce nehmotných, no neohybných tyčí. Dĺžka tyčí na obvode je a, dĺžka tyče medzi bodmi A a B je d. Určte, akou silou je stláčaná táto tyč!



A – 3.3 Jupiter (5 bodov)
Predstavte si, že by Jupiter obiehal Slnko nie po svojej doterajšej dráhe, ale po dráhe Marsu. Pozreli by sme sa naň vo chvíli, kedy by bol k Zemi najbližšie. Koľkokrát viac svetla Jupitera (oproti súčasnej situácii) by dopadalo do nášho oka?

Ak to dokážete, zistite, akej hviezdnej veľkosti (magnitúde) to zodpovedá. Pri hľadaní potrebných hodnôt vám určite pomôže Encyklopédia astronómie. Tam zistíte aj to, čo je vlastne zač tá hviezdna veľkosť.

A – 3.4 Tenisík (5 bodov)
Dominik, veľký to tenista, sa jedného dňa rozhodol, že si nacvičí špeciálne podanie. Podá prudkú loptu (ktorá bude letieť skoro úplne rovno, ako keby tam ani gravitácia nebola), ktorá sa po dopade na súperovu časť ihriska odrazí späť na Dominikovu polovicu ihriska.

Má význam, aby Dominik takéto podanie trénoval? Ak áno, ako by musel udierať do loptičky? Ak nie, prečo?

Tento seminár je organizovaný s podporou
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund
a KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 2. série
A – kategória (starší)
17. ročník
letný semester
školský rok 2001/2002

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A – 2.1 Motor (opravoval Braňo)

Skoro každé nové auto sa chváli tým, že má nižšiu spotrebu ako predchádzajúci model. Ešte pred pár rokmi „žrali“ autá bežne 6 litrov na 100 km, dnes to je často menej ako 5. Pokúste sa odhadnúť, aká je minimálna spotreba bežného rodinného auta, ak sa v lete za dobrého počasia pohybuje ustálenou rýchlosťou 100 km/h po rovnej diaľnici. A ako je to s jazdou po meste? Poznámka: Všetky potrebné vzorce a konštanty nájdete v tabuľkách.

Na auto idúce po diaľnici rovnomerným pohybom pôsobia dve dôležité odporové sily, ktoré je treba brať do úvahy – odporová sila vzduchu F_O a sila valivého trenia F_T. Pri prekonávaní týchto síl koná auto prácu, na ktorú potrebuje energiu zatiaľ skrytú v benzíne. Pozrime sa teda na tieto sily pekne zblízka.

Pre odporovú silu vzduchu platí vzťah $F_O = \rho C S v^2/2$, kde ρ je hustota vzduchu, C je koeficient odporu vzduchu, ktorý závisí od tvaru obtekaného predmetu (v našom prípade auta), S je aktívna plocha (u nás obsah čelného priemetu auta) a v jednoducho rýchlosť, ktorou si naše auto razí cestu. Pri hustote a rýchlosti nie je o čom, plochu S si môžeme zmerať (pre rodinné Lamborghini Diablo je to 1,85 m^2, pre rodinnejšiu Vectru alebo Passat detto, ale taký Jeep Cherokee má už plochu 2,4 m^2).

Zaujímavé to začína byť pri koeficiente C, to je totiž niečo s čím sa konštruktéri radi pochvália. Nechvália sa zasa ale až tak často a už vôbec ho nenájdete v technickom preukaze. Odkiaľ ho teda dostať? Vo fyzikálnych príručkách možno nájsť koeficienty pre nejaké štandardné tvary, ale dajú sa použiť? Nie celkom dobre, lebo rozdiely sú veľké. Už len u kusa plechu zaváži, či je štvorcový ($C = 1{,}17$) alebo dlhý obdĺžnikový ($C = 2$). Pre porovnanie má stojaci človek hodnoty 1,0 – 1,3 a taký Empire State Building 1,3 – 1,5 (pre iné stavby New Yorku som dáta nenašiel). Vráťme sa ale k autám, lebo tie sú kľúčové. Okrem pomerne rozšírenej informácie, že športové autá s výborným aerodynamickým profilom majú tento koeficient blížiaci sa číslu 0,3, sa dá poobzerať aj po zaujímavých detailnejších údajoch (napr. http://www.teknett.com/pwp/drmayf/tbls.htm). Potom si môžete lámať hlavu nad tým, prečo má Passat údaj úplne totožný s modelom McLaren F1 ($C = 0{,}31$), alebo hľadať hodnoty pre terénnejšie ladené autá, akým je napríklad už spomínaný Jeep Cherokee ($C = 0{,}45$).

Valivý odpor je už kapitola jednoznačnejšia. Vo vzťahu $F_T = \xi F_N/r$ je totiž r polomer pneumatík (povedzme 0,28 m), ξ rameno valivého odporu s tabuľkovou hodnotou pre gumené kolesá na asfalte $\xi = 1{,}6.10^{-3}$ a F_N prítlačná sila, ktorou pôsobí auto na cestu, teda $F_N = mg$, pre rodinné auto okolo $F_N = 1200\ \text{kg}.9{,}81\text{ms}^{-2} = 11770\ \text{N}$.

Sila, ktorú auto musí prekonávať je $F_T + F_O$, takže na dráhe s vykoná prácu $W = s(F_T+F_O)$. Motor však premení spotrebovaný benzín na viac energie, keďže jeho účinnosť býva len 20 – 30%, teda položme $\mu = 0{,}25$. Ešte v tabuľkách nájdeme výhrevnosť benzínu ($h = 4{,}27.10^7$ J/kg) a jeho hustotu ($\rho_B = 700$ kg/m^3), aby sme mohli s kľudným svedomím zostaviť rovnicu $W = V\rho_B \mu h$, kde V je hľadaný objem.

Zamiešame, povaríme a vykypí nám toto:

$$V = \left(\frac{1}{2} C \rho S v^2 + \frac{\xi m g}{r} \right) \frac{s}{h \mu \rho_B}.$$

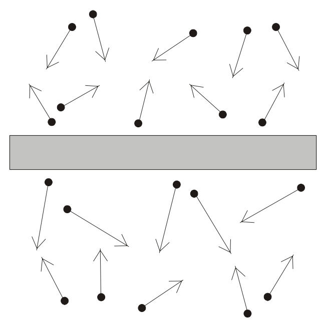
Keď všetko pozorne dosadíme, ako sme sa dohodli, v hrnci nám po 100 kilometroch ostane číslo $4{,}51.10^{-3}$. To je naša odhadnutá spotreba na 100 km v metroch kubických, teda v litroch máme krásnych 4,51 l. To je spotreba na diaľnici, ale pretože svet nie je lízanka, v zadaní bola ešte provokačná otázka o spotrebe v meste. Vy ste sa ale vyprovokovať nedali a povačšine ste sa alibisticky skryli za konštatovanie, že v meste je tá spotreba horšia. Pravda je, že v meste je to stále iné, ale to neznamená, že sa o nejaký model nemôžeme pokúsiť.

Najjednoduchšie je predpokladať, že v meste sa auto valí nejakou nízkou rýchlosťou rovnomerne. To ale dostaneme spotrebu ešte nižšiu ako na diaľnici, čo sa prieči reálnej skúsenosti. Dôvod je ten, že v meste je to skôr o systéme brzda–plyn, teda buď brzdíme, ale zrýchľujeme. Ak model upravíme tak, že polovicu cesty brzdíme a polovicu ideme zrýchlením 1 ms^{-2} (čo je ekvivalent známeho zrýchlenia z 0 na 100 km/h za čas 27 s), pričom celý čas nejdeme do vysokých rýchlostí, potom nám stačia nasledovné zmeny: Pridáme silu potrebnú na zrýchlenie $F = ma$, ktorou však auto pôsobí len na polovici dráhy, teda celkovo sa energetická požiadavka zvýši o $Fs/2 = mas/2 = 1200.1.50000 = 6.10^7$ J. Zároveň ju ale znížime o prácu vynaloženú na prekonanie odporu vzduchu, ktorá klesá s rýchlosťou kvadraticky a pri nízkej rýchlosti bude oproti predchádzajúcej zložke zanedbateľná. Spolu s energiou vynaloženou na prekonanie valivého odporu ($6{,}7.10^6$ J) dostaneme po dosadení výsledok 8,9 litra čo je aj vzhľadom na realitu pomerne dôveryhodný výsledok.

My vám na záver želáme veľa šťastných kilometrov a pri ďalšom vydaní *Zákruty* sa stretneme opäť zajtra.

A – 2.2 Rozprávková úloha (opravoval Matúš)

Hlúpemu Janovi sa pokazil lietajúci koberec a dumal, ako si pomôcť. Nebol až také úplné poleno a vymyslel si náhradu. Bola ňou vodorovná platňa s obsahom 1 m², ktorej horný povrch mal teplotu 0°C, dolný mal 100°C. Teplota vzduchu okolo bola pritom 20°C. Čím je spôsobené nadľahčovanie takéhoto zázraku? Odhadnite veľkosť sily, ktorá pôsobí na platňu proti jej tiaži.



Tak najprv: „Prečo?“ Svetlo do temnôt vrhne obrázok vpravo, kde je (neproporcionálne) znázornená platňa a molekuly vzduchu, ktoré na ňu dopadajú zhora i zdola (o dopadoch zboku zrejme nie je potrebné uvažovať).

Podľa zadania má spodný povrch nášho zázraku vyššiu teplotu než horný. Preto sa pomalé chladné molekuly vzduchu na ňom zohrievajú – zväčšia odrazom svoju rýchlosť. Naopak horný povrch je studenší ako vzduch a molekuly sa od neho odrážajú pomalšie (pozri obrázok). Zjavne je pri spodnom povrchu platne väčšia zmena hybnosti jednotlivých molekúl. No a kedy sa mení hybnosť? Ak pôsobí sila. Keďže zdola narážajúce molekuly viac menia svoju hybnosť, pri každom náraze pôsobia na dosku väčšou silou ako pomalé molekuly zhora. Počet nárazov zhora i zdola je pritom rovnaký (teplota okolitého vzduchu i jeho hustota sú nad i pod doskou rovnaké). Preto je sila zdola väčšia nielen pri jednom náraze, ale aj pri súčte všetkých nárazov za zvolený časová interval. Prevaha síl smeruje nahor proti tiaži a Janov výmysel je teda skutočne nadľahčovaný!

Už neostáva nič iné len odhadnúť veľkosť výslednice pôsobiacich síl. Na to si však situáciu trochu zjednodušíme (presne tak ako v tretiackej učebnici fyziky…). Vieme, že vzduch je vlastne množstvo molekúl pobiehajúcich rôznymi smermi a rôznymi rýchlosťami (bezhlavo sa pritom zrážajú). Isté je iba to, že ak by sme odchytávali molekuly a počítali ich priemernú kinetickú energiu, tá by sa dala zapísať v tvare $E_K = mv_S^2 / 2$, kde rýchlosť v_S súvisí s teplotou vzťahom $v_S = \sqrt{3kT / m_0}$. V ňom k je Boltzmannova konštanta, m_0 hmotnosť jednej molekuly plynu a T naša stará známa teplota. Privrime teraz jedno oko a predpokladajme, že rýchlosť všetkých molekúl vzduchu je rovnaká (a teda určite rovná práve tejto v_S). Navyše si predstavme, že molekuly nelietajú všetkými možnými smermi, ale iba v smere osí x, y a z, ktoré máme orientované tak, že os z je kolmá na našu vodorovnú platňu. Zrejme v každom z týchto smerov lieta tretina všetkých molekúl vzduchu...

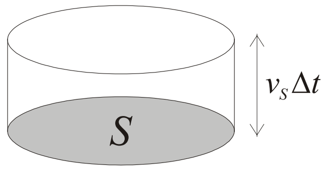
Do dosky narážajú iba molekuly lietajúce v smere osi z a to kolmo na jej povrch. Zdola naň dopadajú rýchlosťou v_S zodpovedajúcou teplote plynu $T_0 = 20°C$, odrážajú sa rýchlosťou zodpovedajúcou teplote dolného povrchu dosky $T_1 = 100°C$. Pri odraze teda molekuly zmenia veľkosť svojej rýchlosti, a jej smer na opačný. Preto zmena hybnosti jednej molekuly pri náraze je $\Delta p = m_0 v_S(100°C) + m_0 v_S(20°C)$. Po dosadení vzťahu pre v_S dostaneme

$$\Delta p = m_0\left(\sqrt{kT_1 / m_0} + \sqrt{kT_0 / m_0}\right).$$

Aká sila je výsledkom tohto? No predsa $F = \Delta p/\Delta t$. Skúmajme teda, aká bude celková zmena hybností molekúl za čas Δt. Za tento čas do dosky s plochou S narazia molekuly z objemu $Sv_S(20°C)\Delta t$. To preto, lebo tie čo sú od povrchu platne ďalej ako $v_S(T_0)\Delta t$, za čas Δt sa k nej rýchlosťou v_S nedostanú (pozri obrázok). No a ak označíme objemovú hustotu molekúl vzduchu n, potom je jasné, že počet nárazov N za daný čas bude

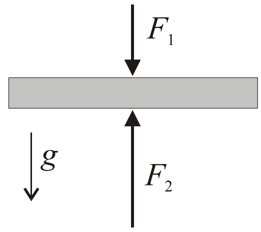
$$N = n\, S\, v_S(T_0)\, \Delta t / 6.$$

Faktor 1/6 je tam preto, lebo zo všetkých molekúl vo vypočítanom objeme iba 1/3 má rýchlosť v smere osi z a z nich iba polovica smeruje k doske. Iba tieto molekuly do nej za čas Δt skutočne narazia!



S pomocou posledných dvoch vzťahov máme celkovú zmenu hybnosti za nejaký čas Δt rovnú $N\Delta p$. Teraz vyjadríme silu F_1 pôsobiacu zdola dosadením tejto hodnoty do vzťahu $F = \Delta p/\Delta t$. Dostaneme tak

$$F_1 = \frac{N\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{6} nS\sqrt{kT_0 / m_0}\left(\sqrt{kT_1 / m_0} + \sqrt{kT_0 / m_0}\right)m_0 .$$



Vyjadrenie sily F_2 by bolo presne také isté, jediný rozdiel by vznikol zamenením T_2 za T_1. Výsledná sila N nadľahčujúca dosku je daná rozdielom proti sebe pôsobiacich F_1 a F_2, preto

$$N = F_1 - F_2 = \frac{1}{6} nSk\sqrt{T_0}\left(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}\right).$$

Otázkou už ostáva iba hustota molekúl n vo vzduchu okolo platne, zrejme platí $n = N/V$. O hodnote N hovorí jasnou rečou stavová rovnica: $pV = NkT$. Preto $n = p/kT$, čo nám po dosadení do vzťahu pre nadľahčujúcu silu N dá konečný výsledok

$$N = \frac{pS}{6\sqrt{T_0}}\left(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}\right).$$

Po číselnom dosadení zadaných hodnôt zistíme, že „lietajúcu dosku“ nadnáša sila veľkosti zhruba 2700 N. Ak nie je Janova hmotnosť väčšia ako 27 kíl (mínus hmotnosť dosky), doska lietajúci koberec nahradí. To by však Jano musel zrejme dosť schudnúť. Navyše, sú tu ďalšie problémy. Zahrievať povrchy platne na také rôzne teploty nie je ľahké a chce to dosť veľký dodávaný výkon. Navyše by Jano primŕzal k tomu studenému (0°C), čo by sa pravda dalo napraviť zmenou teplôt oboch povrchov. Poloha platne vznášajúcej sa vo vzduchu je nestabilná – jej malé naklonenia majú sklon sa zväčšovať a zhodiť Jana dole.

No a ešte je tu istý nedostatok vo fyzikálnej stránke riešenia. Konkrétne ide o predpoklad, že ak molekula s teplotou T_0 narazí na povrch teploty T_1, odrazí sa takou rýchlosťou, ktorá už zodpovedá teplote T_1. No a to asi nie je úplná pravda, ona sa k tej rýchlosti iba priblíži a dosiahla by ju (približne) až po niekoľkých ďalších nárazoch. Veď si spomeňte ako vetráte v zime. Otvoríte okno dokorán a vzduch okolo sa rýchlo ochladí. Stačí chvíľka. Steny však majú omnoho vyššiu tepelnú kapacitu a teplotu si nejaký čas udržia. Preto si môžeme predstaviť, že po zavretí okna máme studený vzduch zavretý v miestnosti s teplými stenami. Ak by sa molekuly pri dopade na ne „ohrievali" okamžite, vzduch v miestnosti by sa ohrial zhruba tak rýchlo, ako rýchlo by stihli všetky molekuly dopadnúť na steny. No a pri ich rýchlostiach rádovo stovky metrov za sekundu im to v bežnej panelákovej izbe netrvá veľmi dlho. Nuž a to je v rozpore s našimi pozorovaniami – vzduch sa v izbe neohrieva okamžite, ale mu to hodnú chvíľku trvá. Pri tejto úvahe nehľadíme na vzájomné zrážky molekúl, ktoré situáciu určite ovplyvnia, no niečo pravdy na tých riadkoch určite je. Takže zhrnutie: našu nie veľkú nadľahčujúcu silu sme výpočtom určite precenili.

A – 2.3 A predsa sa točia! (opravoval Tomáš)

Možno ste už videli, ako sa v magnetofóne prehráva kazeta. Otáčaním tých malých koliesok sa páska posúva z jednej "strany" kazety na druhú. Na základe experimentu rozhodnite, či pritom zostáva konštantná uhlová rýchlosť otáčania sa tých malých koliesok, rýchlosť posuvu pásky, alebo prípadne ani jedna z týchto veličín.

Ahoj deti. Páska v magneťáku sa, ako ste skoro všetci napísali, pohybuje konštantnou posuvnou rýchlosťou. Môžeme sa o tom presvedčiť experimentom: budeme merať priemer kotúča, na ktorý sa páska navíja a jeho periódu. Z týchto údajov dostaneme posuvnú rýchlosť pásky. Ak máme kotúč s priemerom d milimetrov a tento za minútu spraví n otáčok, znamená to, že posuvná rýchlosť pásky je $dn\pi/600$ cm/s. Môžeme teda merať:

priemer [mm]	otáčky [min^{-1}]	rýchlosť pásky [cm/s]
44	18	4,1
42	21	4,6
32	28	4,7
22	39	4,5

Z tabuľky je vidieť že posuvná rýchlosť pásky je naozaj približne rovnaká. Isté odchýlky tu sú, no ak uznáme, že je ťažko zmerať polomer kotúča s presnosťou väčšou ako 1 mm a počet otáčok presnejšie ako o 1, máme chybu merania asi 0,4 cm/s.

Iný, ešte jednoduchší experiment sa dá spraviť napríklad tak ako ho spravil Tomáš Dzetkulič: Pásku previnutú úplne na jeden kotúč nechal najprv určitý čas hrať a potom meral, koľko bude hrať opačná strana až po koniec pásky, pričom tieto dva časy porovnával. Nakoľko tieto časy boli rovnaké, vyplýva z toho, že posuvná rýchlosť pásky je konštantná. Aby bol tento experiment presvedčivý, treba ho zopakovať pre niekoľko rôznych časov.

Najvyšší čas povedať si niečo o konštrukcii magneťákov a walkmanov. Ako sa zabezpečí, aby posuvná rýchlosť pásky bola konštantná? Walkman má v sebe dva kotúče, pričom vždy sa točí iba ten, na ktorú stranu sa páska namotáva. Okrem týchto dvoch kotúčov má walkman v sebe aj dva valčeky, ktoré pri stlačení PLAY dosadnú na pásku, zovrú ju medzi ďalšie dva gumené valčeky a svojím rovnomerným otáčaním zabezpečujú konštantnú rýchlosť pásky. Otáčanie kotúča, na ktorý sa páska namotáva má za úlohu pásku iba dopínať. Na niektorých walkmanoch môžete počuť záznam zrýchlene vtedy, keď tlačidlo PLAY úplne nedotlačíte a stane sa teda to, že hlava síce dosadne na pásku, ale valčeky nezovrú pásku pevne medzi seba.

Úloha bola ľahká a zvládli ste ju v podstate dobre, akurát u niektorých mi chýbalo vysvetlenie pozorovaných javov. Len tak na okraj – keď sme už merali rýchlosť pásky, môžeme zrátať, že v 90 minútovej kazete je až 120 m pásky, hrúbka pásky je iba 0,01 mm. Dobré, nie ? :–)

A – 2.4 Počítanie v daždi (opravoval Roman)

Poznáte to: raz, dva, tri a zrazu ste mokrí a zázrační, pretože dážď je úžasná vec. Kvapky padajú a trieštia sa a po tvárach vám stekajú pramienky vody. Dažďová inšpirácia; a tá nie je len tak zadarmo… Skúste odhadnúť minimálnu veľkosť kvapky, aby sa pri dopade z mrakov roztrieštila na menšie.

Tak teda skúsme odhadnúť veľkosť nestabilnej rozpadajúcej sa dažďovej kvapky (ďalej už len kvapky) pri dopade na tvrdú Zem.

Vyvstáva nám otázka, aká fyzika je skrytá za rozpadom kvapky. Naša kvapka padá na Zem (odhliadnuc od nepravidelností spôsobených prúdením vzduchu) viac–menej ustálenou rýchlosťou v. Rýchlosť v môžeme považovať za ustálenú, lebo kvapka padá zo značných výšin, vo väčšine prípadov viac ako 500 m. Veľkosť rýchlosti v môžeme určiť z podmienky rovnováhy síl pôsobiacich na teleso pohybujúce sa ustálenou rýchlosťou.

Na kvapku pôsobia gravitačná sila $F_G = mg$, vztlaková sila: $F_V = V\rho_A g$ a sila pôsobiaca na teleso pohybujúce sa v prostredí s odporom – F_O. Hmotnosť kvapky je $m = 4/3\, \pi\rho r^3$, V jej objem, ρ_A hustota vzduchu.

Vztlakovú silu môžeme oproti ostatným silám zanedbať. Ostáva nám potom iba rovnováha medzi silou gravitačnou, ktorá ťahá kvapku k Zemi a silou odporovou, ktorá kvapku brzdí:

$$mg = F_O.$$

Tu vyvstáva ďalšia otázka, čože je tá odporová sila zač? Známe odporové sily Stokesova a Newtonova vyzerajú trochu podobne ale predsa len... (keby boli rovnaké, sila by sa asi volala Newton – Stokesova :). Stokesov vzťah platí pre pohyb gule malými rýchlosťami, alebo lepšie povedané, pri laminárnom obtekaní telesa viskóznym prostredím.

$$F_{OS} = 6\pi\eta r v,$$

η je dynamická viskozita prostredia, r polomer gule a v jej rýchlosť.

Newtonov vzťah platí skôr pre pohyb väčšími rýchlosťami alebo taký pohyb, pri ktorom pri obtekaní kvapky vzduchom vzniká turbulencia.

$$F_{ON} = \frac{1}{2} C\rho S v^2,$$

C je koeficient odporu telesa pre daný tvar, S je prierez telesa kolmý na smer jeho pohybu, ρ je hustota prostredia a v rýchlosť telesa.

r [mm]	v_L [m/s]	v_T [m/s]	Re_L	Re_T
0,1	1,3	2,1	18,1	20,8
0,2	2,9	2,6	61,1	38,3
0,2	6,5	3,1	206	70,4
0,3	14,6	3,8	696	130
0,5	32,9	4,7	2350	237
0,8	73,9	5,8	8.10^3	436
1,1	16.10^1	7,0	3.10^4	801
1,7	37.10^1	8,6	9.10^4	1470
2,6	84.10^1	10,6	3.10^5	2700
3,8	19.10^2	12,9	1.10^6	4970

Ergo, ktorá sila je vhodná pre náš prípad? Skúsení ľudia vedia, že charakter pádu kvapky vo vzduchu je zložitá záležitosť :) Preto som si urobil tabuľku, v ktorej sú vypočítané ustálené rýchlosti pádu kvapky pre laminárne (Stokes) a turbulentné (Newton) prúdenie. Pre zasvätených – okrem toho som si vypočítal hodnotu Reynoldsovho čísla (Re), ktoré hovorí o turbulentnosti pohybu telesa. Čím je väčšie, tým je pohyb turbulentnejší, pričom názory na kritickú hodnotu Re, pri ktorom začínajú turbulencie, sa veľmi rôznia (od 200 do 2000).

Z tabuľky sa dá usúdiť, že pre rozumne veľké kvapky (r > 1 mm) platí Newtonov vzťah (Stokes dáva v tomto prípade rýchlosť kvapiek, ktorú by málokto uvítal). Teraz už teda poznáme rýchlosť dopadajúcej kvapky

$$v = \sqrt{\frac{8}{3}\frac{\rho_d}{\rho_a}\frac{g}{C} r},$$

kde ρ_d je hustota kvapky a ρ_a hustota vzduchu.

Pri dopade sa s kvapkou dejú veľké veci. Deformuje sa, zohrieva sa, triešti sa na menšie kvapky, pričom súčet povrchov menších kvapiek je väčší ako povrch pôvodnej. Všetky tieto procesy uberajú kvapke z jej pôvodnej kinetickej energie. Pokiaľ nás zaujíma minimálna veľkosť kvapky taká, aby sa rozpadla na menšie kvapky, mali by sme sa zaoberať vzrastom povrchovej energie E_S

$$\Delta E_S = \sigma \Delta S$$

pri jej rozpade (σ je povrchové napätie). Pre jednoduchosť zoberme prípad, že sa kvapka rozpadne na dve rovnako veľké kvapky s polomermi r_1. Pre objemy, polomery a zmenu povrchu kvapiek môžeme napísať:

$$V = kr^3 = 2kr_1^3, \qquad r = 2^{1/3} r_1, \qquad \Delta S = 4\pi\,(2r_1^2 - r^2),$$

z čoho pre zmenu povrchovej energie vyplýva

$$\Delta E_S = \sigma\, 4\pi r^2\, (2^{1/3} - 1) \cong 0{,}26\, \sigma\, 4\pi r^2.$$

Predpokladajme že z pôvodnej kinetickej energie kvapky $mv^2/2$ sa využije na zväčšenie povrchu kvapky časť x. Potom pre polomer kvapky „rozpadnuvšej sa“ na polovicu platí

$$r = \frac{3}{2}\sqrt{0{,}26\frac{\sigma}{x}\frac{\rho_a}{\rho_d^2}\frac{C}{g}}.$$

Pre konkrétne hodnoty $\sigma = 73.10^{-3}$ N/m; $\rho_a = 1{,}2$ kg/m^3; $\rho_d = 1000$ kg/m^3; $C = 0{,}5$ a pri odhade $x = 0{,}5$ (*) dostaneme

$$r = 0{,}07 \text{ mm.} \qquad (**)$$

(*) Prečo $x = 0{,}5$? Lebo nie celá energia sa spotrebuje na zväčšenie povrchu a ťažko odhadnúť, koľko je to naozaj.

(**) Čo nám hovorí výsledok 0,07 mm? Nie to trochu málo?... Buď sa aj tie najmenšie kvapôčky triештia pri dopade na Zem, alebo čosi nie je v poriadku s odhadom. Vzhľadom na jednoduchosť modelu trieštenia kvapky a malé množstvo zanedbaní vidím najväčšiu citlivosť výsledku práve vo faktore x ktorý nie je určený fyzikálnou cestou. Predpokladám, že faktor x je v skutočnosti o dosť menší, čo povedie k reálnejšiemu odhadu r.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 2. sérii letného semestra 17. ročníka

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	①	A-2.1	A-2.2	A-2.3	A-2.4	☠	Σ
1.	Dzetkulič	Tomáš	4 A	G PH Michalovce	18,5	4,5	4,5	5,0	5,0	-1	36,50
2.	Smrek	Ján	se. N	1SG BA Čapkova	12,5	4,5	2,0	4,0	5,0	-1	28,03
3.	Galovič	Marián	3 B	G Kurzw.–Eisenstadt	12,4	–	1,5	4,0	4,0	-1	22,44
4.	Skopalová	Eva	4 A	G Poprad Popr. nábr.	15,5	–	–	–	5,0	-1	19,50
5.	Pitňa	Alexander	se. B	OG Štúrovo	11,5	1,5	0,5	4,0	–		18,76
6.	Rybár	Jozef	se. B	G BA sv. Uršule	7,8	1,5	3,0	4,0	1,0	-2	16,81
7.	Chudý	Michal	4 B	G AV Levice	10,5	3,5	2,5	0,5	–	-1	16,00
8.	Kálnai	Peter	4 A	G Levice	7,5	3,5	3,0	0,5	–	-1	13,50
9.	Osuský	Andrej	4 B	G BA J. Hronca	10,5	–	–	–	–		10,50
10.	Rjaško	Michal	se.	G Vranov nad Topľou	9,4	–	–	–	–		9,44
11.	Sütőová	Helena	se.	OG Štúrovo	5,5	–	–	–	–		5,49
12.	Adamec	Michal	3 B	G BA J. Hronca	0,0	–	0,5	2,5	0,5		3,50
13.	Mazánová	Silvia	se.	OG Štúrovo	3,4	–	–	–	–		3,37
14.	Stribula	Tomáš Timotej	4 B	G AV Levice	1,5	–	–	–	–		1,50
15.	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	0,6	–	–	–	–		0,65