

# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

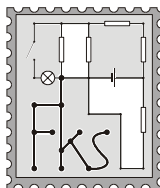
2. kolo letnej časti 17. ročníka

B – kategória (mladší)

školský rok 2001/2002

termín príchodu riešení

10. 4. 2002



www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK

Mlynská dolina

842 48 Bratislava

riesenia@fks.sk

info@fks.sk

---

## B – 2.1 Vločky (5 bodov)

Ako to už býva, niekedy v zime sneží. Ak sa zahľadíte na padajúce vločky, zdá sa vám, že tie, čo sú bližšie k vám, padajú rýchlejšie ako tie vločky, ktoré sú od vás vzdialené. Prečo?

---

## B – 2.2 Plávajúca doska (5 bodov)

Azda každý z vás už videl plť alebo aspoň dosku plávajúcu na vode. Ale napadlo vám už niekedy, prečo pláva tak, že jej plochá strana (tá, ktorá robí dosku doskou) je rovnobežná s hladinou vody a nie inak? Čo by sa stalo s polohou dosky, ak by bola hustota dosky väčšia ako hustota vody?

---

## B – 2.3 Z kameňolomu (5 bodov)

V kameňolome ostáva po odstrele vo vzduchu veľa drobných prachových čiastočiek, ktoré iba pomaly sadajú na zem. Kým sú vo vzduchu častice s polomerom  $5\ \mu\text{m}$ , ktorých hustota vo vzduchu je  $0,04\ \text{g/m}^3$ , viditeľnosť je 50 metrov. Pri ďalšom odstrele ostali vo vzduchu častice s polomerom  $10\ \mu\text{m}$  a ich hustota bola  $0,1\ \text{g/m}^3$ . Aká bola viditeľnosť?

---

## B – 1.4 Ostrý nožik (5 bodov)

Zo skúseností vieme, že pri rezaní určitých materiálov je výhodné nôž nielen tlačiť kolmo na rez, ale aj hýbať ním v smere od seba – k sebe.

Prečo je tento spôsob rezania niekedy výhodnejší? Kedy nie je? Ako ovplyvňujú výber čo najefektívnejšieho spôsobu rezania vlastnosti rezanej latky a ako ostrie noža? Experimentálne poznatky sú vítané.

---

Tento seminár je organizovaný s podporou  
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund  
Juventy  
a KZDF FMFI UK

## Milá háčička, zadák, háčik alebo zadáčka, alebo milý náš riešiteľ.

Každý rok približne v máji sa skupina ľudí rozhodne zbalit' si svojich pár „švestiek“, alebo ruksak plný koláčikov, instantných polievok, špagiet a pudingov, a vybrať sa na pár dní na skusy do sveta. Isteže, nie len tak bez prípravy a nie len tak, hocikam. S pedagogickým dozorom, okrem nás, Tvojich vedúcich, aj s inštruktorom z KTVŠ, splavovať nejakú tú slovenskú riečku.



Áno, aj tento rok si ťa dovoľujeme pozvať na **SPLAV TROJSTENU!**

*Čo taký májový splav je:* Ide o tri dni zážitkov na vode. V piatok nasadneme do lodičiek, sú to dvojmiestne turistické kanojky, a až do nedele sa budeme splavovať dole prúdom po rieke, pádlujúc/veslujúc a občas aj nie, pozorujúc chvíľami prírodu, napríklad kačičky. Isteže si urobíme po ceste aj niekoľko prestávok, naberieme trochu bronzu od slniečka a večer si rozložíme stany, uvaríme puding, zjeme všetky koláčiky prinesené z domu, zahráme si na gitare...

*Kedy teda splav bude:* 24. – 26. máj 2002 (piatok – nedeľa).

*Kolko to bude stáť:* Tak ako minulé roky, približne 500 Sk plus cestovné plus strava. Prečo tak veľa/málo? Požičia-vajú sa loďky, pádla, vesty, lodné vaky, platí sa za ich prepravu na miesto, platí sa pedagogický dozor z KTVŠ atď.

*Kam sa pôjde splavovať:* na Moravu (pravdepodobne).

*Zabezpečíme bezpečnosť:* Každý bude mať povinne záchrannú vestu. Ten, kto v kanojke ešte nesedel alebo v nej nevie jazdiť, určite pôjde s niekým skúseným, kto sa už postará o bezpečný chod lode. Vedúcim splavu bude inštruktor z Katedry telesnej výchovy a športu (KTVŠ FMFI UK). Okrem lodiek a pádiel sú zabezpečené aj variče (ešus je lepšie si so sebou doniesť), pitná voda, niekoľko karimatiek, v prípade nutnosti aj stany a spacáky, príp. aj ešusy, i keď by bolo lepšie doniesť si vlastné, ak máš možnosť.

*Kontakt na nás:* [saxa@sturak.sk](mailto:saxa@sturak.sk) alebo <http://www.fks.sk>, veľmi súrne: 0907 / 596 690 (Braňo Saxa).

Ak si sa teda nadchol/la predstavou postretáť zaujímavých ľudí, riešiteľov alebo vedúcich na ešte zaujímavejšom mieste obklopenom hradbami čerstvého vzduchu a dozvedieť sa viac, ako a prečo sa kusy dreva hýbu tým správnym smerom po rieke, tak stačí, ak nám pošleš späť návratku.

Aby sa ti ale doniesli zvesti o tom, že májovým splavom ešte len začíname, úspešné pokračovanie, možno aj s inými ľuďmi, sa plánuje už teraz, na august a *Augustový splav Hronu!!! Hurááá :-)*

*Splav Hronu je:* 7.-12. augusta, so začiatkom v Hronskej Dúbrave.

*Odhadovaná cena:* 1000 ± 200 Sk plus strava.

*Kontakt na nás:* [brano@ksp.sk](mailto:brano@ksp.sk)\*, veľmi súrne: 0903 / 127 977 (Ňaňka Gajdošíková)

\* Prudko uprednostňujem komunikáciu mailom. Do návratky uveďte adresu, na ktorej môžete komunikovať mailom aj cez prázdniny. Posielať podrobné informácie obyčajnou poštou budem len ľuďom, ktorí si nemôžu čítať maily.

Návratku pre Splav Trojstenu pošli na adresu FKS, KZDF FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava, prípadne na [saxa@sturak.sk](mailto:saxa@sturak.sk), najneskôr do **15. apríla**.

Ak máš záujem zúčastniť sa iba Hronského splavu v auguste, pošli návratku na adresu [brano@ksp.sk](mailto:brano@ksp.sk), prípadne na adresu KSP, KVI FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava.

---

### Návratka

Meno a priezvisko: \_\_\_\_\_ E-mail: \_\_\_\_\_  
Adresa: \_\_\_\_\_ Prázdňinový E-mail: \_\_\_\_\_  
Seminár: \_\_\_\_\_ Rodné číslo: \_\_\_\_\_ Telefónne číslo: \_\_\_\_\_

Na splav ísť\*:  
 Chcem záväzne, aj keby snežilo  
 Chcem záväzne, rodičia ma pustia  
 Chcem, ale záväzne to nepoviem  
 Možno aj áno

Plávať viem:  
 zdolám aj Niagaru  
 preplávam 100 metrov  
 udržím sa nad vodou  
 plávať neviem

Na kanojke jazdiť:  
 Viem, trúfol(/la) by som si aj Niagaru  
 Viem, nemal(a) by som sa prevrátiť  
 Trochu viem, už som robil(a) aj zadáka  
 Neviem, ale už som v tom sedel(a)  
 Neviem, nikdy som v tom nesedel(a)

Stan mať budem:  
 áno, bude \_\_\_\_ – miestny (počet)  
 nie

Karimatku a spacák mať:  
 budem  
 nebudem

Ktorého splavu sa zúčastním:  
 oboch  
 Trojstenu (v máji)  
 Splavu Hronu (v auguste)

\* ak chceš ísť na oba splavy, napíš aj ako veľmi na ktorý (pred  uved' riekú – Morava, Hron)

# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

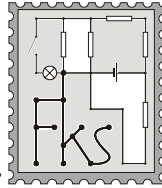
vzorové riešenia 1. série

B–kategória (mladší)

17.ročník

letný semester

školský rok 2000/2001



www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK

Mlynská dolina

842 48 Bratislava

riesenia@fks.sk

info@fks.sk

## B – 1.1 Prilepený jazýček (opravoval Priky)

*Zubaté slniečko svieti, mráz prituhuje a deti sa vonku hrajú a tešia zo snehu. Pozriem sa von a čo nevidím?! Na zábradlí pred naším domom majú malí nezbedníci prilepené jazyky a nie a nie sa odtrhnúť. Určite ste aj vy už niečo také zažili. Ak nie, tak aspoň videli. Vysvetlite, prečo sa počas mrazivých zimných dní “lepi” jazyk na zábradlia, kľučky a iné kovové predmety. Prečo sa niečo také nestane pri lízaní cencúľov?*

Aaaahojte fšetci! Prípad prilepeného jazýčka ste vyriešili skoro všetci dokonale – skoro ako Columbo :-). Ale ten je aj tak o kus lepší. Ale v celku dopadol tento príkladík fajn. Veď bol aj ľahulinký. Celé riešenie je založené na vlastnostiach látok, ktoré by sme chceli olizovať. A z tých vlastností využijeme konkrétne tepelnú vodivosť týchto látok. Kovy sú veľmi dobré vodiče na rozdiel od iných látok, ako napr. drevo, plasty, ... a aj náš ľad. Tak si najprv odpovedzme na otázku, prečo sa nám jazyk za mrazivých dní prilepí na kovové predmety?

Náš jazýček má teplotu približne rovnú teplote nášho tela, pričom kov má teplotu rovnú teplote okolia – čiže dáky ten mínus. Ak priložíme jazýček na kov, nastane tepelná výmena. Kov ako dobrý vodič rýchlo prijme teplo z jazyka a rýchlo ho rozmiestni v celom svojom objeme. Takže teplota kovu sa nejak výrazne nezvyší, no teplota jazyka prudko klesne pod nulu. Slinky na jazýčku nám zamrznú a jazýček nám primrzne ku kovu. Potom nám ostávajú len dve možnosti – jedna je počkať do jari, tá druhá je rýchlejšia, no o to bolestivejšia.

A čo sa deje pri lízaní cencúlika? Už vieme, že ľad nie je dobrým vodičom alebo môžeme povedať, že je tepelným izolantom – preto aj Eskimáci prežívajú vo svojich iglú. Takže po priložení jazýčka na cencúľ tiež nastane tepelná výmena, no bude prebiehať oveľa pomalšie a prijaté teplo sa nerozmiestni po celom objeme cencúľa. Práve naopak, tepelná výmena nastane iba v dotykovom bode jazyka a cencúľa. Náš jazýček roztopí cencúľ na dotykovom mieste, a preto sa nám jazýček na cencúľik neprilepí. Takže cencúle môžeme aj naďalej olizovať bez väčšej ujmy na zdraví – ak nerátame dáke prechladnutie.

Len pre zaujímavosť – súčiniteľ teplotnej vodivosti železa je  $73 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ , no mnohé kovy ho majú oveľa väčší (mosadz =  $106 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ). Teplotná vodivosť ľadu je  $2,2 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  a pre vodu je to ešte menej. Čiže je očividné, že ten rozdiel je tam obrovský a tak ... chudák jazýček. No mne tak napadá, že by bola vážne sranda niekoho nájsť v zime prilepeného k pouličnej lampe.

A ... ešte taká maličkosť. Mnohí ste písali, že sa vám stalo, že sa vám jazýček prilepil aj na ľad. Hej, môže byť (stáva sa aj dokonalým), no tento prípad môže nastať, len ak ten ľad má ozaj nízku teplotu a aj teplota okolia je prudko v mínuse. Isto sa aj vám stalo, že ste vyberali dáke veci z mrazničky a nechtiac ste sa dotkli steny mrazničky, ktorá je pokrytá vrstvou ľadu, resp. snehu a ruka sa vám na ňu prilepila. Tak áno, v takom prípade je to možné, lebo teplota tej vrstvičky je hlboko pod nulou a je vlastne rovná teplote okolia – v mrazničke je niečo okolo  $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

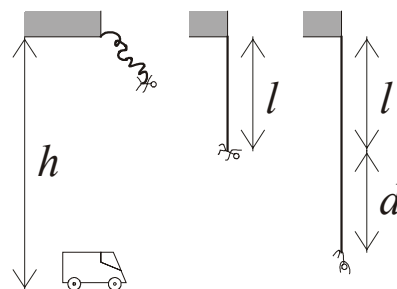
Takže asi toľko k tejto úlohe. Treba si však zapamätať ponaučenie – môžete olizovať všeličo, no len cencúle sú bezpečné :-). Majte sa krásne!

## B – 1.2 Bungee (opravoval Stano)

Slováci sa rozhodli po dlhom čase natočiť nový film s odvážnou akčnou scénou: Jano s hmotnosťou 80 kilogramov priviazaný na lane s tuhosťou  $k$  skočí z mosta vysokého 100 metrov a počas pádu zachráni autobus plný malých detí. Peňazí je však málo a tak sa rozhodli natáčať s handrovým modelom Jana a mostom vysokým dva metre. Aká má byť tuhosť použitého lana, Janova hmotnosť a spomalenie natočených záberov, aby to vo filme vyzeralo úplne ako naozaj?

Ak chceme začať niečo počítať, treba si najprv dobre uvedomiť, ako taký pád na bungee lane vyzerá (Je to mienené ako dobrá rada, lebo mnohí z Vás to tak neurobili, čo sa potom odrazilo na ich riešení).

Keď Jano zbadá autobus, pustí sa z mosta dole hlavou. Hneď nato sa začne lano vystierajúť. Takže kým sa lano nevystrie úplne, pôsobí na Jana len gravitačná sila. To znamená, že padá voľným pádom. Ešte raz: „Voľným pádom padá, len kým sa lano nevystrie!“ Potom to už nie je voľný pád. Začne totiž naňho pôsobiť aj sila pružnosti lana  $F = kx$ , ktorá ho brzdí. Veľa ľudí mi napísalo, že Jano padá voľným pádom po celú dobu. Čo však, ako vidíte, nemôže byť pravda.



Takže lano brzdí Jana, až kým ho úplne nezastaví, vo výške  $h - l - d$  nad zemou. Potom sa už môže plne venovať záchrane autobusu, až kým ho lano nezačne ťahať naspäť.

Vieme, že most chceme zmenšiť 50-krát (zo sto na dva metre). Aby ľudia v kine mali realistický pocit, musíme zmenšiť 50-krát nielen most, ale aj dĺžku lana  $l$ , vzdialenosť  $d$ , či veľkosť Jana. Jednoducho každú dĺžku treba zmenšiť 50 krát (aj Janov nos 😊).

Ako už vieme, prvú časť dráhy padá Jano voľným pádom (kým sa lano nevystrie). Pre čas, ktorý na to potrebuje, platí  $t = \sqrt{2l/g}$ , lebo  $l = gt^2/2$ . (Veličiny opisujúce modelovú situáciu budeme značiť s indexom  $m$ .) Janov model potrebuje na to čas  $t_m = \sqrt{2l_m/g}$ , a keďže sme všetko zmenšili 50 krát, tak  $l_m = l/50$ . Potom  $t_m = \sqrt{2l/50g} = t/\sqrt{50}$ . Takže model Jana padá  $\sqrt{50}$ -krát kratšie ako Jano. Film preto treba spomaliť  $\sqrt{50}$ -krát. Mnohí z vás dospeli k správne výsledku aj keď uvažovali, že Jano i jeho model padajú celý čas voľným pádom. A to preto, že namiesto  $l$  a  $l_m$  ste dosadili 100 m resp. 2 m. Čo je však tiež v pomere 1:50.

Ďalej možno postupovať viacerými spôsobmi:

1) Vieme že musí platiť zákon zachovania energie. Na moste mal Jano nulovú potenciálnu energiu  $mgh$  a keďže vo výške  $h - l - d$  nad zemou zastaví (nulová kinetická energia), má tu len energiu  $mg(h - l - d)$  plus energiu natiahnutého lana  $kd^2/2$ . Takže:

$$mgh = mg(h - l - d) + kd^2/2,$$

$$2g(l + d)/d^2 = k/m.$$

Pre Janov model dostaneme

$$\frac{k_m}{m_m} = \frac{2g(l_m + d_m)}{d_m^2} = \frac{2g(l/50 + d/50)}{(d/50)^2} = 50 \frac{2g(l + d)}{d^2} = 50 \frac{k}{m}.$$

2) Alebo vychádzame z rovnosti  $x_{0m} = x_0/50$ . Kde  $x_0$  je rovnovážna poloha pre ktorú platí rovnosť gravitačnej sily  $mg$  a sily pružnosti lana  $kx$ . Pre Janovu rovnovážnu polohu potom dostaneme  $kx_0 = mg$ . Pre Janov model platí  $x_{0m} = m_m g/k_m$ . V týchto vzťahoch porovnáme  $g$  (je konštantné, lebo sa nakrúca iba na Zemi) a dostaneme znova:

$$\frac{k_m}{m_m} = 50 \frac{k}{m}.$$

3) Takisto perióda kmitov Janovho modelu musí byť  $\sqrt{50}$ -krát menšia ako perióda kmitov Jana samotného, lebo už vieme, že film musíme  $\sqrt{50}$ -krát spomaliť:  $T_m = T / \sqrt{50}$ . Pre periódu platí  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ , potom po dosadení dostaneme  $2\pi\sqrt{m_m/k_m}\sqrt{50} = 2\pi\sqrt{m/k}$ , čo nám dá zase náš známy výsledok.

V každom z týchto troch postupov išlo vlastne o to isté. O rovnosť dvoch kmitavých pohybov. A to je vtedy, ak majú rovnakú periódu a rovnakú maximálnu výchylku, či rovnovážnu polohu. Pričom berieme ohľad na to, že sme film spomalili a že sme most zmenšili.

Ako vidíte zakaždým sme sa dopracovali k rovnakému výsledku  $k_m/m_m = 50k/m$ . Pre  $m = 80\text{kg}$ :  $k_m/m_m = 5k/8$ . Výsledok však nie je jednoznačný. Filmári si teda môžu podľa ľubovôle určiť dve z troch veličín  $k_m$ ,  $m_m$  a  $k$  a tú tretiu dopočítať.

Niektorí z vás ešte uvažovali, že hustota Jana a handier je rovnaká  $\rho_m = \rho$ . A keďže Jana treba takisto zmenšiť 50-krát, jeho objem sa zmenší 50<sup>3</sup>-krát:  $V_m = V / 50^3$ . Pre hmotnosť handrového modelu potom platí po dosadení:

$$\rho_m = \frac{m_m}{V_m} = \rho = 50^3 \frac{m_m}{V} = \frac{m}{V},$$

$$m_m = m / 50^3 \approx 1\text{g}.$$

Pre tuhosti potom dostaneme

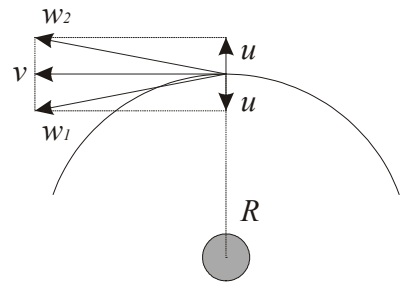
$$k_m = k / 50^2.$$

### B – 1.3 Družica (opravoval Roman)

*Okolo planéty obieha po kruhovej dráhe rýchlosťou v družica. Dodáme jej krátkym impulzom motorov dodatočnú rýchlosť  $u$ , v jednom prípade smerom do stredu planéty, v druhom smerom od stredu planéty. V ktorom prípade dosiahne družica menšiu minimálnu vzdialenosť od stredu planéty?*

Nuž – čaute, čaute. Ako tradične nie je riešenie tohoto problému až tak nezávládnuteľné, ako vyzerá na prvý pohľad.

Podľa zadania si teda nakreslíme obrázok našej situácie. Po zapôsobení krátkého impulzu motorov zodpovedá prvému prípadu (keď rýchlosť  $u$  smeruje do stredu planéty) rýchlosť  $w_1$ . Druhému prípadu (keď rýchlosť  $u$  smeruje od stredu planéty) zodpovedá rýchlosť  $w_2$ . Poznámka – pôsobenie motorov je krátke, teda  $u$  je taká malá rýchlosť, aby si to družica nerozmyslela a neuletela alebo nespadla na planétu.



Keď sa dobre pozrieme na obe rýchlosti  $w_1$  a  $w_2$ , zistíme, že ich veľkosti sú rovnaké, označme ich  $w$ . To ale znamená, že v tomto momente má družica v oboch prípadoch rovnakú kinetickú energiu  $E_k = 1/2 mw^2$ . Keďže je v oboch prípadoch v rovnakej vzdialenosti od stredu planéty, má aj rovnakú potenciálnu energiu  $E_p = -\kappa m M / R$ , kde  $R$  je vzdialenosť od stredu planéty,  $m$  hmotnosť družice a  $M$  hmotnosť planéty. Po krátkom zamyslení sa dá prísť na to, že celková mechanická energia

$$E = E_k + E_p = 1/2 mw^2 - \kappa m M / R = 1/2 m w_{\min}^2 - \kappa m M / R_{\min}$$

je v oboch prípadoch rovnaká a zachováva sa;  $w_{\min}$  a  $R_{\min}$  sú rýchlosť a vzdialenosť od stredu planéty v prípade, keď je táto vzdialenosť minimálna. Takže obom prípadom prislúcha rovnaká minimálna vzdialenosť od stredu planéty.

Okrem energetického pohľadu sa môžeme na to pozrieť ešte očami pána Keplera a jeho druhého zákona, ktorý hovorí, že plošná rýchlosť obehu  $w_p = \Delta S / \Delta t$  je konštantná, kde  $\Delta S$  je

plocha, ktorú opíše vektor smerujúci od planéty k družici, opísaná za čas  $\Delta t$ . Krátkymi úpravami sa tento vzťah dá prepísať na

$$w_{\perp} R = \text{konšt.},$$

kde  $w_{\perp}$  je zložka rýchlosti kolmá na spomínaný vektor a  $R$  je dĺžka tohto vektora. V oboch prípadoch je táto kolmá zložka rýchlosti rovná  $v$ , teda oba pohyby budú mať rovnakú minimálnu vzdialenosť i z tohto pohľadu.

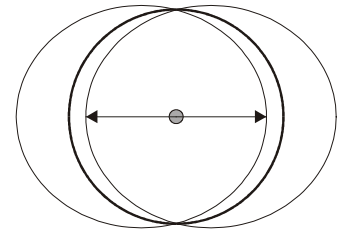
Tretí pohľad: Rýchlosť  $u$  je tak veľká, že družica navždy opustí planétu, alebo na ňu spadne. Vtedy bude minimálna vzdialenosť v prípade, keď družici dodáme rýchlosť do stredu planéty.

*Komentý:* Tí z vás, ktorí ste si dali námahu a nakreslili elipsy vzniknivé po zapôsobení motorov: nakreslili ste tie nešťastné elipsy tak, ako na tomto zlom obrázku. Teda takto:



Preto som utvoril aj tretí obrázok, ktorý naozaj predstavuje našu situáciu. Minimálnu vzdialenosť od ohniska elipsy môžeme dosiahnuť určite len v *jedinom* bode!

Taktiež nemálo z vás si myslí, že keď čosi obieha po kružnici a trochu to posotíme niektorým smerom, rovnováha je nenávratne preč a našu družičku čaká katastrofálny osud (pád do pekelných hĺbok prípadne tajomná večná prázdna a tmavá ničota). Družice zvládnu všakovaké posotenia a výsledok je vo väčšine prípadov taký, že kružnica sa zmení na elipsu.



Hawk

## B – 1.4 Titanic 2 (opravoval Fajo)

Práve sa potopil Titanic 2 a na vode pláva záchranné koleso z korku, ktoré má hmotnosť  $m = 10 \text{ kg}$  a hustotu  $\rho = 260 \text{ kg/m}^3$ . Koľko ľudí je takéto koleso schopné udržať tak, aby bolo nad vodou aspoň 5% ich tela? Hustota strokotancov je  $s = 1060 \text{ kg/m}^3$ . Morská voda má hustotu  $v = 1030 \text{ kg/m}^3$ .

Ahojte, no je vidno, že väčšina z vás videla ten slávny Film, pretože riešiť tento príklad sa pokúšali takmer všetci – a mnohí z vás ho, aj keď niekedy s drobnými chybami, vypočítali správne. No a moju oprávnenosť opravovať tento príklad opieram o hlboké (a mokré) skúsenosti s lodičkami v matfyzáckej lodenici.

Situácia je jasná: na vode pláva záchranné koleso, na ktorom sa držia (rukami, nohami, zubami...) premrznutí pasažieri bývalej lode Titanic. Pri riešení tohoto problému sa zameriame na analýzu síl pôsobiacich na sústavu topiacich sa ľudí s kolesom. Nech je počet chudákov  $n$ . Na celú sústavu (ktorá je pevne spojená) pôsobia dve sily: tiažová  $F_g$ , ktorá smeruje rovno dole a vztlaková  $F_{vz}$ , ktorej smer je opačný. Keďže sústava pláva, výsledná sila na ňu pôsobiaca bude nulová. Teda  $F_g = F_{vz}$ .

Všadeprítomná tiažová sila pôsobiaca na celú sústavu sa skladá z tiažovej sily pôsobiacej na koleso  $F_{gk}$  a z tiažovej sily pôsobiacej na všetkých ľuďoch  $F_{gl}$ . Preto  $F_g = F_{gk} + F_{gl}$ . Veľkosť sily  $F_{gk} = mg$ , kde  $m$  je hmotnosť kolesa. Na výpočet  $F_{gl}$  použijeme predpoklad, že priemerná hmotnosť človeka je  $m_p$ . Hmotnosť všetkých ľudí dohromady je teda  $M = nm_p$ , čiže veľkosť  $F_{gl} = nm_p g$ . Pozrime sa teraz na vztlakovú silu: tá je opäť zložená zo sily pôsobiacej na koleso  $F_{vzk}$  a sily nadľahčujúcej ľudí  $F_{vzl}$ :  $F_{vz} = F_{vzk} + F_{vzl}$ . Vztlaková sila  $F_{vzk}$  priamo úmerne závisí od objemu ponorenej časti kolesa, a keďže sa má na kolese udržať čo najviac dobrých ľudí, počítame s najväčšou možnou  $F_{vzk}$  – to je práve vtedy, ak je ponorený celý objem  $V_k$  kolesa. Preto  $F_{vzk} = V_k \rho g$ , kde  $\rho$  je hustota vody.

Objem  $V_k$  si môžeme vyjadriť pomocou hustoty  $\rho_k$  a hmotnosti  $m$  kolesa:  $V_k = m/\rho_k$ , čiže  $F_{vzk} = (m/\rho_k)\rho g$ . Ešte nás bude zaujímať celkový objem  $V_1$  ľudí pod hladinou. Aby mohli stroskotanci dýchať, musí im trčať aspoň 5% (5/100) časti tela nad hladinu, teda 95% (95/100) ich objemu bude pod vodou. Celkový objem stroskotancov určíme pomocou ich hustoty  $\rho_l$  a hmotnosti  $M$ , pričom ponorených je z neho iba 95/100. Z toho  $V_1 = (95/100) M/\rho_l$ . Ľudia sú nadľahčovaní silou  $F_{vzl} = V_1\rho g = (95/100) (M/\rho_l) \rho g$ .

Vráťme sa teraz na začiatok k rovnici pre plávanie:  $F_g = F_{vz}$ , teda

$$F_{gk} + F_{gl} = F_{vzk} + F_{vzl}.$$

Dosadíme do nej a dostaneme

$$mg + nm_p g = \frac{m}{\rho_k} \rho g + \frac{95}{100} \frac{nm_p}{\rho_l} \rho g,$$

odkiaľ vyjadríme  $n$ :

$$n = \frac{m}{m_p} \frac{1 - \rho/\rho_k}{95\rho/100\rho_l - 1}.$$

Ak sa pozriete na zadanie, zistíte, že všetky premenné v tomto vzorci sú uvedené v zadaní až na tú nešťastnú priemernú hmotnosť  $m_p$ . Tú ste mali odhadnúť sami a nie vždy ste odhadovali správne. Je jasné, že plavba na Titanicu nebola žiadna vyhliadková túra detí z letného tábora, čiže medzi cestujúcimi boli ľudia každého veku, pohlavia a hlavne – skoro všetci boli dospelí. Od toho sa odvíjala aj ich priemerná hmotnosť – priemerná hmotnosť dospelého človeka je medzi 70–80 kg (a nie 50, 60... kg), ale najdôležitejšie na tomto príklade bolo správne určiť povahu síl a odvodiť vzťah pre počet ľudí – a tak som nechal istú voľnosť pri určovaní priemernej hmotnosti. Teda ak dosadíme všetky údaje do vzorca, dostaneme:  $n(m_p = 80 \text{ kg}) = 4,8$ ;  $n(m_p = 77 \text{ kg}) = 5,0$ ;  $n(m_p = 70 \text{ kg}) = 5,5$ . Evidentne je počet ľudí prirodzené číslo, niektorí ste zaokrúhľovali nadol, iní rozumne rozložili hmotnosť medzi napr. 5 dospelých a 1 dieťa. Všetky rozumné hodnoty sa však pohybujú okolo  $n = 5$ .

Niektorí z vás urobili rozbor jednotlivých možností pre rôzne priemerné hmotnosti a všimli si, že teoreticky, ak by bolo na kolese príliš veľa ľudí (10), už by sa tam jednoducho nemuseli zmestiť. Toto ale našťastie nie je náš prípad. Istú odchýlku v riešení mohla spôsobiť aj hustota vody – keďže ide o Titanic, bola voda slaná s hustotou okolo  $1030 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , čo je viac ako pri sladkej vode. Prajem príjemnú plavbu!

## FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii letného semestra 17. ročníka

Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	Σ
1. Burger	Michal	sx.	G BA Grösslingova	4,0	6,0	5,0	5,0	20,00
Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	4,0	6,0	5,0	5,0	20,00
3. Baník	Dušan	2 A	G Poprad Popr. nábr.	4,0	5,0	5,0	5,0	19,00
4. Dzetkulič	Michal	1 A	G PH Michalovce	4,0	4,5	5,0	4,5	18,54
Vyžinkárová	Danka	kv.	G BA Grösslingova	4,0	6,0	3,5	4,5	18,54
6. Kvašňáková	Katka	2 E	G K2 Prešov	4,0	4,5	5,0	5,0	18,50
7. Potočková	Zuzana	sx.	G Liptovský Mikuláš	3,0	5,0	5,0	5,0	18,00
8. Kováč	Adrián	1 A	G Pavla Horova	4,0	3,0	5,0	5,0	17,77
9. Brutovská	Eva	sx.	G Kežmarok	4,0	3,5	5,0	5,0	17,50
Ceľuchová	Zuzana	2 E	G K2 Prešov	4,0	4,5	4,0	5,0	17,50
Fialka	Vlado	2 E	G K2 Prešov	4,0	4,5	5,0	5,0	-1 17,50
Svrček	Matúš	sx.	G Terézie Vansovej	4,0	3,5	5,0	5,0	17,50

13. Lauko	Martin	sx. A	G JL Martin	4,0	6,0	2,0	5,0	17,00
14. Molnárová	Katarína	1 D	G KE Šrobárova	4,0	6,0	5,0	3,5	-2 16,92
15. Rajniaková	Gabriela	kv.	G Liptovský Mikuláš	4,0	1,5	5,0	5,0	16,55
Savincová	Katarína	1 E	G PH Michalovce	4,0	1,5	5,0	5,0	16,55
17. Bratko	Milan	kv. A	G BA Pankúchova	4,0	4,5	2,0	4,5	16,13
18. Batmendijnová	Zuzana	sx.	G T. Vansovej	4,0	5,0	5,0	5,0	-3 16,00
Neilinger	Pavol	2 A	G Dunajská Streda	4,0	5,0	2,0	5,0	16,00
Štolc	Miroslav	sx.	G Nitra Párovská	4,0	3,0	4,0	5,0	16,00
Trubenová	Barbora	2 A	G BA J. Hronca	4,0	2,0	5,0	5,0	16,00
22. Host	Ján	2 E	G K2 Prešov	4,0	3,5	4,5	4,5	-1 15,50
Jančuška	Marek	sx.	G Nitra Párovská	4,0	2,0	5,0	4,5	15,50
24. Sasák	Róbert	1 D	SPŠE Pieštany	4,0	1,7	4,0	4,5	15,44
25. Babjak	Viktor	2 A	G LS Bardejov	4,0	3,0	5,0	4,5	-2 14,50
Végső	Karol	2 A	G KE Poštová	4,0	3,5	5,0	5,0	-3 14,50
27. Faťol	Vladimír	1 E	G PH Michalovce	4,0	4,5	0,5	5,0	-1 14,26
28. Jurov	Dávid	1 D	G Humenné	4,0	2,0	2,0	4,5	13,91
29. Lampášová	Júlia	kv.	G Považská Bystrica	2,5	2,5	2,0	4,5	12,97
30. Kulík	František	1 E	G Humenné	4,0	1,7	1,0	4,5	12,68
31. Lakatoš	Pavol	2 A	G Veľké Kapušany	4,0	1,5	2,0	5,0	12,50
32. Hornák	Rastislav	2 D	SPŠE Pieštany	4,0	1,5	3,0	3,0	11,50
Prievalský	Juraj	2 A	G VBN Prievidza	3,5	1,5	1,5	5,0	11,50
34. Uhrin	Tomáš	1 E	G PH Michalovce	3,5	1,7	2,0	3,0	-1 10,70
35. Molčány	Michal	2 A	SPŠE BA K. Adlera	4,0	2,5	5,0	4,0	-5 10,50
Sčensný	Jozef	sx. B	G Nitra	4,0	1,5	-	5,0	10,50
37. Vojtko	Andrej	kv. A	G Skalica	4,0	-	-	5,0	10,49
38. Pikna	Peter	2 D	G BA Metodova	4,0	-	1,0	5,0	10,00
39. Nad'	Miroslav	2 A	G Veľké Kapušany	4,0	1,5	1,0	3,0	9,50
40. Lenhardt	Rastislav	sx.	G M.M.Hodžu	4,0	-	1,5	3,5	9,00
41. Patáčík	Ivan	2 C	G Partizánske	3,5	1,0	1,5	3,0	9,00
42. Šoltésová	Mária	2 B	G BA Grösslingova	4,0	-	-	5,0	9,00
43. Šťastný	Vladimír	sx.	G M.M.Hodžu	4,0	0,5	1,5	3,0	9,00
44. Breuer	Tomáš	2 E	SPŠE Pieštany	2,0	3,5	0,5	2,5	8,50
45. Kováčik	Viktor	2 A	G BA Einsteinova	2,0	1,5	0,5	3,0	7,00
46. Matúšek	Michal	2 D	G BA Einsteinova	4,0	-	1,0	2,0	7,00
47. Santusová	Iva	2 C	G VPT Martin	2,0	1,5	2,5	1,0	7,00
48. Mikulík	Andrej	2 B	G BA Grösslingova	3,0	-	-	4,5	-1 6,50
49. Feketeová	Erika	2 A	G Veľké Kapušany	4,0	-	0,5	1,5	6,00
50. Kamenská	Katarína	2 C	G VPT Martin	3,0	1,5	0,5	0,5	5,50
51. Palušáková	Katarína	2 C	G VPT Martin	4,0	-	1,5	-	5,50
52. Majorošová	Gabriela	2 A	G Veľké Kapušany	1,0	0,5	1,5	1,5	4,50
53. Skalný	Ján	1 B	G BA Einsteinova	3,0	-	0,5	-	4,37
54. Poláček	Lukáš	2	G Modra	3,5	1,0	-	1,5	-2 4,00
55. Jurko	Martin	2 C	G KE STA	1,0	0,5	-	1,5	3,00
56. Vontorčíková	Lenka	2 C	G VPT Martin	3,0	0,5	-	-	-1 2,50
57. Fidmík	Ján	2 AB	G KE Šaca	3,0	-	1,5	5,0	-8 1,50
58. Trtílek	Radovan	2 C	G VPT Martin	4,0	-	-	3,0	-6 1,00
59. Matlák	Roman	2 AC	G KE Šaca	3,0	0,5	1,0	3,5	-8 0,00
60. Kubová	Miška	1 A	G Vrbové	4,0	-	0,5	0,5	-8 -1,88



# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

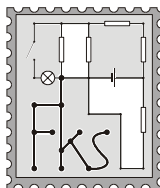
2. séria letnej časti 17. ročníka

A – kategória (starší)

školský rok 2001/2002

termín príchodu riešení

10. 4. 2002



www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK

Mlynská dolina

842 48 Bratislava

riesenia@fks.sk

info@fks.sk

---

## A – 2.1 Motor (5 bodov)

Skoro každé nové auto sa chváli tým, že má nižšiu spotrebu ako predchádzajúci model. Ešte pred pár rokmi „žrali“ autá bežne 6 litrov na 100 km, dnes to je často menej ako 5.

Pokúste sa odhadnúť, aká je minimálna spotreba bežného rodinného auta, ak sa v lete za dobrého počasia pohybuje ustálenou rýchlosťou 100 km/h po rovnej diaľnici. A ako je to s jazdou po meste? Poznámka: Všetky potrebné vzorce a konštanty nájdete v tabuľkách.

---

## A – 2.2 Rozprávková úloha (5 bodov)

Hlúpemu Janovi sa pokazil lietajúci koberec a dumal, ako si pomôcť. Nebol až také úplné poleno a vymyslel si náhradu. Bola ňou vodorovná platňa s obsahom  $1 \text{ m}^2$ , ktorej horný povrch mal teplotu  $0^\circ\text{C}$ , dolný mal  $100^\circ\text{C}$ . Teplota vzduchu okolo bola pritom  $20^\circ\text{C}$ .

Čím je spôsobené nadľahčovanie takéhoto zázraku? Odhadnite veľkosť sily, ktorá pôsobí na platňu proti jej tiaži.

---

## A – 2.3 A predsa sa točia! (5 bodov)

Možno ste už videli, ako sa v magnetofóne prehráva kazeta. Otáčaním tých malých koliesok sa páska posúva z jednej „strany“ kazety na druhú. Na základe experimentu rozhodnite, či pritom zostáva konštantná uhlová rýchlosť otáčania sa tých malých koliesok, rýchlosť posuvu pásky, alebo prípadne ani jedna z týchto veličín.

---

## A – 2.4 Počítanie v daždi (5 bodov)

Poznáte to: raz, dva, tri a zrazu ste mokří a zázrační, pretože dážď je úžasná vec. Kvapky padajú a triešťa sa a po tvárach vám stekajú pramienky vody. Dažďová inšpirácia; a tá nie je len tak zadarmo... Skúste odhadnúť minimálnu veľkosť kvapky, aby sa pri dopade z mrakov roztrieštila na menšie.

---

Tento seminár je organizovaný s podporou  
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund  
Iuventy  
a KZDF FMFI UK

# FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

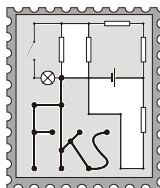
vzorové riešenia 1. série

A–kategória (starší)

17.ročník

letný semester

školský rok 2000/2001



www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK

Mlynská dolina

842 48 Bratislava

riesenia@fks.sk

info@fks.sk

## A – 1.1 Titanic (opravoval Nagi)

Pri nakrúcaní slávneho filmu Titanic bol pri scénach na búrlivom mori použitý zmenšený model lode. Aby boli vlny naozaj realistické, dostal ktosi nápad použiť namiesto morskej vody alkohol. Aký veľký musel byť model lode, ktorý použili? Nezabudnite svoje riešenie podrobne zdôvodniť.

Zdravím všetkých lodných modelárov s vaničkami plnými alkoholu a maličkými Titanikmi v nich. Najprv odpoveď na základnú otázku: Načo by mohlo byť vôbec dobré používať alkohol namiesto vody? Nato, aby to vyzeralo realistickejšie. Keby kvapky vody veľkosti medicinbalov lietali vysoko ponad komíny ako vo filme *Krížnik Potemkin*, všetkým by bolo jasné, že švindľujeme.

Keď zmenšíme model lode, musíme patrične zmenšiť aj vlny na “rozbúrenom” mori. Aby z nich neboli len také malé, pohojdávajúce sa vlnky, ale ozajstné strašné vlny... Tu si môžeme naozaj pomôcť alkoholom. Viaceré vlastnosti etanolu (hustota, viskozita) sú podobné vode, ale jeho povrchové napätie je asi trikrát menšie, a teda aj menšie vlnky budú vyzerat’ dosť búrlivo nato, aby nás oklamali. Budú sa totiž omnoho skôr “rozpadat’”, “preval’ovat’” a mať “spenené hrebene”, ako to pekne niektorí z vás popisovali. No a alkohol má samozrejme všelijaké iné dobré (aj zlé) vlastnosti.

Potrebuje teda zistiť, kedy to bude naozaj podobné. Tu konečne prichádza do hry nejaký fyzikálny postup – škálovanie. Predpokladajme, že všetky dĺžky zmenšíme  $\lambda$ -krát. Potom nejako musíme spomaliť aj čas, aby nám kvapky lietajúce vo vzduchu a postavičky padajúce z paluby nepadali príliš rýchlo. To uvidíme napríklad zo vzťahu pre voľný pád

$$h = v^2 / 2g.$$

Keďže sa  $g$  nemení, pri preškálovaní výšky výstupu  $h$  na

$$h' = \lambda h,$$

si všimneme, že rýchlosti musíme preškálovať pomocou odmocniny z  $\lambda$ :

$$v' = \sqrt{\lambda} v,$$

aby vzťah  $h' = (v')^2 / 2g$  tiež platil. Správne naškálovanie rýchlosti (vieme, že  $v' = \Delta h' / \Delta t'$ ) v praxi dosiahneme tým, že patrične spomalíme rýchlosť nahraného filmu (pri strihaní musíme pridať nejaké tie políčka navyše).

Teraz stačí už len nájsť podstatný vzťah obsahujúci povrchové napätie, ktorý musí tiež platiť aj pre náš model. Dobrá možnosť je uvažovať o energii (ako to urobil Tomáš Dzetkulič).

Keď nám niečo s energiou  $E = mgh$  spadne do vody, nejaká konkrétna malá časť ( $k$ -tina) tejto energie sa premení na potenciálnu energiu povrchového napätia kvapiek. A táto časť energie sa na takúto energiu premení aj v správne preškálovanom modeli. Preto platí

$$kE = kmgh = 4kg h \rho \pi^3 / 3 = 4\pi^2 \sigma$$

pre reálnu situáciu a takisto

$$kE' = km'gh' = 4kg h' \rho' \pi^3 / 3 = 4\pi^2 \sigma'$$

pre náš model s alkoholom.

Porovnaním konštánt ( $4\text{kg} / 3$ ) v týchto dvoch vzťahoch dostaneme

$$\frac{rh\rho}{\sigma} = \frac{r'h'\rho'}{\sigma'}$$

z ktorého po dosadení za preškálované  $r'$  a  $h'$  máme výsledné  $\lambda$ :

$$\frac{\rho\sigma'}{\sigma\rho'} = \lambda^2.$$

Naša zistená  $\lambda$  má po dosadení tabuľkových hodnôt veľkosť okolo 0,6. Teda týmto zmenšeným modelom by sme si síce nie príliš, ale predsa len pomohli. Že na to by Cameron nemal peniaze? Ej veru, mal. Ale neurobil to. Na filmovanie reálnych scén s hercami postavil model Titanicu v 90% veľkosti a dal ho do obrovských nádrží s filtrovanou morskou vodou... Na špeciálne efekty to bolo zase viacero modelov s veľkosťami rádovo desať metrov. Vodu však vraj generovali počítačovo. Prečítať si o tom na internete môžete napríklad na adrese <http://www.media-awareness.ca/eng/med/class/teamed2/titanic1.htm>.

Je síce možné, že použili aj model s alkoholom, ako to hovorili onehdá na MAX-e, ale nikde som nenašiel ani zmienku o niečom takom, a teda ani o veľkosti takéhoto modelu... Takže sa ospravedlňujem aj za zavádzanie v zadaní. Dúfam, že nám to odpustíte a maličké lodičky si budete stavať aj ďalej. Trebárs z papiera.

### A – 1.2 Ľad (opravoval Tomáš)

*Máme veľkú nádobu naplnenú vodou. V jej vnútri sa pod hladinou hore dnom vznáša menšia nádoba so vzduchovou bublinou. Na tejto vnútornej hladine pláva kus ľadu. Po čase sa ľad roztopí. Kam sa pritom posunie hladina vody v malej nádobe? Zmení sa výška hladiny vo veľkej nádobe?*

Čaute decká. Tak toto bol dosť ľahký príklad a vyskytlo sa veľa dobrých riešení. No aj tak, zrekapitulujme si to: vplyvom globálneho otepľovania sa ľad v malej nádobe roztopí. Teplotu počas tohto procesu môžeme považovať za konštantnú. Tlak pôsobiaci na vzduchovú bublinu tiež, stačí si uvedomiť, aké zanedbateľné sú rozdiely hydrostatického tlaku v porovnaní s atmosférickým tlakom. Preto si vzduchová bublinka zachová konštantný objem  $V$ .

Označme vzdialenosť hladiny vo vnútornej nádobe od jej dna pred roztopením  $H$ , po roztopení  $h$ . Objem vynorenej časti ľadu pred roztopením nech je  $U$  a plocha vnútornej nádoby  $S$ . Pred roztopením teda platilo:

$$V + U = HS.$$

A po roztopení:

$$V = hS.$$

Z toho je zrejmé, že

$$h < H.$$

Vďaka tomu, že všetko sa deje pod hladinou, je výška hladiny vo veľkej nádobe závislá na súčte objemov vody, ľadu a samotnej vnútornej nádoby. Tento súčet sa po roztopení ľadu zmenší, pretože ľad sa roztopil na vodu s menším objemom. Výška vody vo veľkej nádobe teda klesne.

Na záver sa ešte zamyslime nad sústavou nádoba + ľad + vzduch. Roztopením ľadu sa zväčší priemerná hustota tejto sústavy. Poruší sa rovnováha a vnútorná nádoba začne klesať ku dnu. Iba málokto sa zaoberal otázkou, ako sa posunie hladina v malej nádobe vzhľadom na veľkú nádobu. Ide tu o dva protichodné javy: stúpnutie hladiny v malej nádobe kontra pokles celej malej nádoby. Avšak posunutie nahor je nejaké konkrétne (napr. 5mm) naproti tomu smerom dole získa pohár nejakú konštantnú rýchlosť. Preto v reálnom prípade budeme pozorovať iba pokles hladiny v malej nádobe. Je však možné, že v nádobe predsa len je aj nejaké miniatúrne stúpnutie hladiny... To je však už iná, oveľa náročnejšia úloha. Môžete nad tým filozofovať počas dlhých zimných večerov a ak na niečo prídete, napíšte nám.

### A – 1.3 Mydlové divy (opravovala Lucka)

Do kovového rámčeka sa nám podarilo natiahnuť krásnu rovnú mydlovú blanku. Pred ňu do vzdialenosti 20 cm sme postavili malý zdroj svetla – sodíkovú výbojku. Na stene, ktorá bola od blany vzdialená 100 cm, sme zrazu uvideli tmavé a svetlé krúžky. Ako správni bádatelia sme nezabudli odmerať polomer prvého tmavého krúžka – bol presne 180 cm. Akú hrúbku má naša mydlová blanka? Pri výpočte počítajte so svetlom vlnovej dĺžky  $\lambda = 590$  nm a indexom lomu saponátového roztoku  $n = 1,4$ .

Tento príklad sa v zadaní len tak hemžil číslami. Hm, takže ich bolo treba len správne utriať a poskladať do vzorcov. A ono by to potom nejako vyšlo. Veľmi ma teší, že ste takýmto spôsobom neuvažovali, ale naopak ste sa snažili pochopiť, ako to celé s tou interferenciou funguje. Tak sa na to poďme pozrieť.

Z výbojky dopadajú svetelné lúče pod rôznymi uhlami na bublinovú blanku. Vyberme si teda jeden z nich a označme ho  $\alpha$ . Čo sa udeje s lúčom, keď dopadne na rozhranie vzduchu s bublinou? Ako ste písali, časť sa odrazí pod tým istým uhlom a časť sa zlomí a vnikne do bublinovej blanky. Tu sa odrazí ešte raz, od jej druhého povrchu, a nakoniec vystúpi opäť pod uhlom  $\alpha$  do okolia. Takže z jedného lúča nám vzniknú dva, navzájom rovnobežné.

Tak a teraz je miesto na to si ešte niečo ujasniť. Na to, aby také dve svetelné vlny šíriace sa v smere našich rovnobežných lúčov v nejakom bode interferovali, je potrebné, aby doň obe aj dopadli. To znamená, že pred našou veľkou stenou musí byť aj veľká šošovka spojka. Alebo, nestačilo by jednoducho sa len na stenu pozrieť? Škoda, že vás takáto poznámka v riešeníach nenapadla, iste by potešila.

Čo sa teda deje pri interferencii? Do istého bodu nám prídu dve vlnenia s rozličnými fázami, t.j. jedna sínusovka je oproti tej druhej o kúsok posunutá. Matematicky sa to dá zapísať:  $y_1 = y_0 \sin(\omega t - (2\pi/\lambda) x_1)$ ,  $y_2 = y_0 \sin(\omega t - (2\pi/\lambda) x_2)$ , odkiaľ fázový rozdiel  $\Delta\varphi$  je:

$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda) (x_2 - x_1) \quad (1)$$

Zo vzťahov si stačí uvedomiť toľko, že keď chceme nájsť bod, v ktorom sa obe vlnenia najviac zoslabia, musí v ňom platiť, pre dráhový rozdiel vlnení, že posun zodpovedá práve nepárnemu násobku  $\lambda/2$ , a teda:

$$\Delta = (x_2 - x_1) = (2k + 1) \lambda / 2, \quad (2)$$

kde  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Teraz stačí len nájsť, čomu zodpovedá dráhový rozdiel  $\Delta$  v našej úlohe.

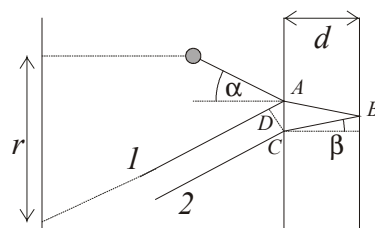
Ako je vidieť z obrázku, geometrickú dráhu, ktorú prejde 2.

lúč v bubline možno napísať ako  $|ABC| = 2d / \cos\beta$ . Tu je však jeden zádrhel, ktorý si bolo treba tiež všimnúť. Pretože svetlo prechádza bublinou, jeho vlnová dĺžka  $\lambda$  sa  $n$ -krát oproti dĺžke vo vzduchu  $\lambda_0$  skrátí. Potom sa podľa vzťahu (1) zmení aj fázový rozdiel:  $\Delta\varphi = (2\pi/\lambda_0) (nx_2 - x_1)$ ,  $n$  je index lomu prostredia. Vidíme, že preto, aby sme mohli obe vlnenia porovnať, vlnenie 1 má totiž stále vlnovú dĺžku  $\lambda_0$ , musíme v našej bubline počítať nie s prejdenu geometrickou dráhou, ale s optickou dráhou  $l_2$ , ktorá je od geometrickej  $n$ -krát väčšia. Po korekcii pre  $l_2 = n x_2$  máme:

$$l_2 = n |ABC| = 2nd / \cos\beta$$

Podobne sa dá určiť aj dráha 1. lúča od bodu A po bod D, odkiaľ s 2. lúčom, vychádzajúcim z bodu C, majú rovnakú štartovaciu pozíciu (je to vidieť pomocou kolmice na obrázku). Tentokrát, opäť ľahko z geometrie,  $|AD| = |AC| \sin\alpha = 2d \operatorname{tg}\beta \sin\alpha$ . Optická dráha je rovná geometrickej, pretože index lomu vzduchu je  $n_0 = 1$ . Čo je však iné, v porovnaní s predošlým 2. lúčom, je to, že vlnenie sa v bode A odráža od bubliny, teda od opticky hustejšieho prostredia ( $1,4 > 1$ ). Preto sa jeho fáza mení na opačnú, alebo inak povedané, ak od prejdenej dráhy odpočítame  $\lambda/2$ , bude všetko v poriadku. Pre prejdenu dráhu 1. lúča tak dostávame:

$$l_1 = x_1 = 2d \operatorname{tg}\beta \sin\alpha - \lambda / 2.$$



To je úplne úžasné! Teraz ešte využijeme zákon lomu, ktorý hovorí  $\sin\alpha = n \sin\beta$  a pre rozdiel optických dráh dostávame:

$$\Delta l = l_2 - l_1 = (2nd / \cos\beta) - (2dn \sin^2\beta / \cos\beta) + \lambda / 2 = 2nd \cos\beta + \lambda / 2. \quad (3)$$

Mimochodom, vzťah (3) je častokrát uvádzaný aj v literatúre. Nuž, odtiaľto ďalej by príklad mal byť už nad slnko jasný. Z (2) a (3) máme hneď rovnicu:

$$2nd \cos\beta + \lambda / 2 = (2k + 1) \lambda / 2, \quad (4)$$

treba nám ešte určiť uhol  $\beta$ . Zo zadania poznáme polomer  $r$  prvého tmavého krúžku. Z obrázka vidíme, že  $\operatorname{tg}\alpha = r / (100 \text{ cm} + 20 \text{ cm})$ . Odtiaľ uhol  $\alpha$  je  $56,3^\circ$  a uhol  $\beta$  je  $36,5^\circ$ . Po úprave pre hrúbku blany získame:

$$d = k\lambda / (2n \cos\beta) \quad (5)$$

Úvahou na záver bude voľba o čísle  $k$ . Čo by sa stalo, keby bolo  $k = 0$ ? Isteže, pri pohľade na poslednú rovnicu by nás napadlo, že  $d = 0$ , preto si ju radšej rozpíšme lepšie, ako  $2nd \cos\beta = k\lambda$ . Mohli by sme brať do úvahy situáciu  $\cos\beta = 0$ . To by ale znamenalo, že  $\sin\alpha = n$ , lenže  $n$  je predsa väčšie ako 1 a také predsa nemôže byť. Takže sme vlastne zistili, že najmenšie možné  $k = 1$ . A to bol práve prípad s našim prvým tmavým krúžkom. Pre neho teda hrúbka mydlovej blanky  $d$  bola 262 nm.

Naopak, mohli by sme sa pýtať, či číslo  $k$  nie je aj niečím ohraničené zhora. Píšme teda ešte raz:  $\cos\beta = (k\lambda) / (2nd)$ . Hodnota kosínusu však môže byť najviac 1. Preto  $k \leq 2nd / \lambda$ . V našom prípade teda  $k \leq 1,24$ .

#### A – 1.4 Prelievanie (opravoval Matúš)

*Máme nad sebou tri nádoby s otvormi, cez ktoré vyteká voda. Tieto otvory majú prierezy postupne 30, 40 a 60 cm<sup>2</sup>. Do prvej z nich (hornej) stále pritekajú tri litre vody za sekundu. Aké sú pomery výšok hladín  $h_1$ :  $h_2$ :  $h_3$  v nádobách? Ako by sa to zmenilo, keby sme vodu nahradili olejom?*

Prvá časť úlohy Vám šla naozaj dobre. Väčšina z Vás sa so zadaním príliš nehrala a vypočítala výšky hladín v nádobách. Tie dať do pomeru už nebola nadľudská úloha a aj sa Vám to uspokojivo podarilo. Aby sme sa vyhlili desatinným číslam, poďme na vec radšej trochu inak.

Základným kameňom úspešného riešenia bolo poznanie vzťahu pre rýchlosť kvapaliny vytekajúcej z nádoby, takzvaného Toricelliho vzorca. Ten hovorí jasnou rečou,  $v^2 = 2hg$ . Ak náhodou neviete, ako sa k nemu dostať, skúste si spomenúť na Bernoulliho rovnicu. Tá udáva vzťah medzi tlakom a rýchlosťou prúdiacej kvapaliny v dvoch rôznych miestach prúdenia. Ak označíme tieto miesta  $A$  a  $B$ , má podľa nej platiť

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2.$$

No a ak si za  $A$  vyberieme nejaké útulné miestečko na dne nádoby dostatočne ďaleko od výtokového otvoru (kde teda voda takmer neprúdi), hodnoty  $p$  a  $v$  vystupujúce v onej rovnici budú  $v_A = 0$ ,  $p_A = h\rho g + p_0$ . Tu  $p_0$  je tlak vzduchu mimo nádoby. Naopak, tesne za výtokovým otvorom bude rýchlosť vody naša hľadaná  $v$ , zatiaľ čo tlak klesne na  $p_B = p_0$ . Skúste tieto hodnoty dosadiť do napísanej Bernoulliho rovnice a máte, čo ste chceli.

Ďalším dôležitým krokom je uvedomenie si, že hľadáme pomery výšok hladín v rovnovážnom stave. Teda vtedy, keď sa už výšky hladín ďalej nemenia. No a to znamená, že do každej nádoby priteká rovnaké množstvo vody, ako z nej odteká, teda podľa zadania nejaké tri litre za sekundu. Ako sa dá vlastne vyjadriť množstvo vody vytekajúce z nádoby? No predsa ako súčin  $Sv$ . Prečo? Za nejaký čas  $t$  z nádoby vytečie stĺpik kvapaliny s prierezom  $S$  (ten je daný otvorom v nádobe) a výškou  $vt$ , pretože  $v$  je rýchlosť výtoky a  $t$  je čas, ktorý sme kvapaline poskytli. Objem tohto stĺpika (on sa pri pôsobení gravitácie na vytekajúcu vodu

rôzne deformuje, ale to na objeme vody nič nemení, že?) je  $Svt$  a objem vytečený za jednotku času potom je  $Svt/t$ . Teda preto  $Sv$ .

No a už finišujeme. Pre každú nádobu má byť hodnota  $Sv$  rovnaká. Pritom pomery obsahov poznáme, sú 3:4:6. Preto môžeme triumfálne zapísať

$$S_1v_1 = S_2v_2 = S_3v_3, \\ 3\sqrt{2h_1g} = 4\sqrt{2h_2g} = 6\sqrt{2h_3g}.$$

Ak odtiaľ vykrátíme nepotrebné odmocniny zo súčiny  $2g$ , netreba už veľkého Holmesa na to, aby zistil, že získaný vzťah spĺňajú také výšky hladín, ktoré sú v pomere 16:9:4. Všetci si dosad'te...

Horšie to však bolo s druhou časťou príkladu. Čo sa stane, ak bude v nádobách olej? Prvý pohľad vraví jasnou rečou: olej má inú hustotu, tá však vo vzťahoch pre výtokovú rýchlosť nevystupuje, a preto sa pomery nezmenia. Stop! Je hustota naozaj to jediné, v čom sa olej od vody líši? Každý, kto už niekedy videl olej na vlastné oči, bude určite súhlasiť s tým, že aj viskozita je iná. Závisí síce (dosť výrazne) od druhu oleja, je však každopádne väčšia než viskozita vody. No dobre, ale ani viskozita v našich doterajších vzťahoch nevystupovala, povedia masy. Ale... Toricceliho vzorec (a aj celé jeho odvodenie) je stavaný na ideálnu kvapalinu. To je taká, v ktorej nie je vnútorné trenie, alias viskozita. Inak, ten vzorec predpokladá malý výtokový otvor (malú hodnotu  $v_A$  v našom odvodení), čo tiež nebolo splnené. Nikto nám to však nevytkol, tak skúsme na túto malú zmenu v riešení zabudnúť. Fanúšikovia prúdenia tekutín si však môžu odvodiť vzťah pre výtokovú rýchlosť pre otvory porovnateľné s prierezom nádoby.

Ako je to teda s tou viskozitou? To, že množstvo vody vytekajúce zo všetkých nádob musí byť v rovnovážnom stave rovnaké, je samozrejme aj teraz pravda. Ďalej nás zachráni obyčajný sedliacky rozum. Čo robí viskozita? Bráni kvapaline v prúdení. To sa prejaví tak, že med slamkou len veľmi ťažko nacucáte. Keď si zoberiete väčšiu slamku, pôjde vám to už lepšie. Môžete si to doma vyskúšať. Preto aj tu, pri najmenšom výtokovom otvorení, viskozita rýchlosť oleja najviac spomalí, preto sa výška hladiny v tejto nádobe zvýši najviac. Naopak, pri najväčšom výtokovom otvorení bude zmena oproti počítaniu bez viskozity najmenšia. A máme tu záver. Stručne a jasne: pomer 16:9:4 sa pri viskóznejšej kvapaline než voda zmení ešte viac v prospech prvej nádoby. Teda takých 20:9:3,5 by nás vôbec nemalo prekvapiť.

## FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 1. sérii letného semestra 17. ročníka

Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	Σ	Σ
1.	Dzetkulič	Tomáš	4 A G PH Michalovce	6,0	5,0	4,5	3,0		18,50
2.	Skopalová	Eva	4 A G Poprad Popr. nábr.	2,5	5,0	5,0	3,0		15,50
3.	Smrek	Ján	se. N 1SG BA Čapkova	2,0	4,0	1,5	3,5		12,49
4.	Galovič	Marián	3 B G Kurzweise-Eisenstadt	3,0	4,0	2,0	3,0	-1	12,44
5.	Pitňa	Alexander	se. B OG Štúrovo	-	5,0	3,0	2,0		11,50
6.	Chudý	Michal	4 B G AV Levice	2,5	5,0	-	3,0		10,50
	Osuský	Andrej	4 B G BA J. Hronca	-	2,0	4,5	4,0		10,50
8.	Rjaško	Michal	se. G Vranov nad Topľou	1,0	3,0	0,5	3,5		9,44
9.	Rybár	Jozef	se. B G BA sv. Uršule	1,5	0,5	1,5	3,0		7,82
10.	Kálnai	Peter	4 A G Levice	-	4,5	-	3,0		7,50
11.	Sütóová	Helena	se. OG Štúrovo	1,5	5,0	0,5	2,0	-5	5,49
12.	Mazánová	Silvia	se. OG Štúrovo	-	5,0	-	2,0	-5	3,37
13.	Stribula	Tomáš Timotej	4 B G AV Levice	-	4,0	-	3,5	-6	1,50
14.	Závodný	Jakub	sx. G BA Grösslingova	-	-	-	0,5		0,65

## Milá háčička, zadák, háčik alebo zadáčka, alebo milý náš riešiteľ.

Každý rok približne v máji sa skupina ľudí rozhodne zbalit' si svojich pár „švestiek“, alebo ruksak plný koláčikov, instantných polievok, špagiet a pudingov, a vybrať sa na pár dní na skusy do sveta. Isteže, nie len tak bez prípravy a nie len tak, hocikam. S pedagogickým dozorom, okrem nás, Tvojich vedúcich, aj s inštruktorom z KTVŠ, splavovať nejakú tú slovenskú riečku.



Áno, aj tento rok si ťa dovoľujeme pozvať na **SPLAV TROJSTENU!**

*Čo taký májový splav je:* Ide o tri dni zážitkov na vode. V piatok nasadneme do lodičiek, sú to dvojmiestne turistické kanojky, a až do nedele sa budeme splavovať dole prúdom po rieke, pádlujúc/veslujúc a občas aj nie, pozorujúc chvíľami prírodu, napríklad kačičky. Isteže si urobíme po ceste aj niekoľko prestávok, naberieme trochu bronzu od slniečka a večer si rozložíme stany, uvaríme puding, zjeme všetky koláčiky prinesené z domu, zahráme si na gitare...

*Kedy teda splav bude:* 24. – 26. máj 2002 (piatok – nedeľa).

*Kolko to bude stáť:* Tak ako minulé roky, približne 500 Sk plus cestovné plus strava. Prečo tak veľa/málo? Požičia-vajú sa loďky, pádla, vesty, lodné vaky, platí sa za ich prepravu na miesto, platí sa pedagogický dozor z KTVŠ atď.

*Kam sa pôjde splavovať:* na Moravu (pravdepodobne).

*Zabezpečíme bezpečnosť:* Každý bude mať povinne záchrannú vestu. Ten, kto v kanojke ešte nesedel alebo v nej nevie jazdiť, určite pôjde s niekým skúseným, kto sa už postará o bezpečný chod lode. Vedúcim splavu bude inštruktor z Katedry telesnej výchovy a športu (KTVŠ FMFI UK). Okrem lodiek a pádiel sú zabezpečené aj variče (ešus je lepšie si so sebou doniesť), pitná voda, niekoľko karimatiek, v prípade nutnosti aj stany a spacáky, príp. aj ešusy, i keď by bolo lepšie doniesť si vlastné, ak máš možnosť.

*Kontakt na nás:* [saxa@sturak.sk](mailto:saxa@sturak.sk) alebo <http://www.fks.sk>, veľmi súrne: 0907 / 596 690 (Braňo Saxa).

Ak si sa teda nadchol/la predstavou postretáť zaujímavých ľudí, riešiteľov alebo vedúcich na ešte zaujímavejšom mieste obklopenom hradbami čerstvého vzduchu a dozvedieť sa viac, ako a prečo sa kusy dreva hýbu tým správnym smerom po rieke, tak stačí, ak nám pošleš späť návratku.

Aby sa ti ale doniesli zvesti o tom, že májovým splavom ešte len začíname, úspešné pokračovanie, možno aj s inými ľuďmi, sa plánuje už teraz, na august a *Augustový splav Hronu!!! Hurááá :-)*

*Splav Hronu je:* 7.-12. augusta, so začiatkom v Hronskej Dúbrave.

*Odhadovaná cena:* 1000 ± 200 Sk plus strava.

*Kontakt na nás:* [brano@ksp.sk](mailto:brano@ksp.sk)\*, veľmi súrne: 0903 / 127 977 (Ňaňka Gajdošíková)

\* Prudko uprednostňujem komunikáciu mailom. Do návratky uveďte adresu, na ktorej môžete komunikovať mailom aj cez prázdniny. Posielať podrobné informácie obyčajnou poštou budem len ľuďom, ktorí si nemôžu čítať maily.

Návratku pre Splav Trojstenu pošli na adresu FKS, KZDF FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava, prípadne na [saxa@sturak.sk](mailto:saxa@sturak.sk), najneskôr do **15. apríla**.

Ak máš záujem zúčastniť sa iba Hronského splavu v auguste, pošli návratku na adresu [brano@ksp.sk](mailto:brano@ksp.sk), prípadne na adresu KSP, KVI FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava.

---

### Návratka

Meno a priezvisko: \_\_\_\_\_ E-mail: \_\_\_\_\_

Adresa: \_\_\_\_\_ Prázdňinový E-mail: \_\_\_\_\_

Seminár: \_\_\_\_\_ Rodné číslo: \_\_\_\_\_ Telefónne číslo: \_\_\_\_\_

Na splav ísť\*:

- Chcem záväzne, aj keby snežilo
- Chcem záväzne, rodičia ma pustia
- Chcem, ale záväzne to nepoviem
- Možno aj áno

Plávať viem:

- zdolám aj Niagaru
- preplávam 100 metrov
- udržím sa nad vodou
- plávať neviem

Na kanojke jazdiť:

- Viem, trúfol(/la) by som si aj Niagaru
- Viem, nemal(a) by som sa prevrátiť
- Trochu viem, už som robil(a) aj zadáka
- Neviem, ale už som v tom sedel(a)
- Neviem, nikdy som v tom nesedel(a)

Stan mať budem:

- áno, bude \_\_\_\_ – miestny (počet)
- nie

Karimatku a spacák mať:

- budem
- nebudem

Ktorého splavu sa zúčastním:

- oboch
- Trojstenu (v máji)
- Splavu Hronu (v auguste)

\* ak chceš ísť na oba splavy, napíš aj ako veľmi na ktorý (pred  uved' riekú – Morava, Hron)