FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
B–kategória (mladší)
17.ročník
zimný semester
školský rok 2000/2001

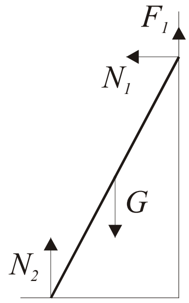
www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B–3.1 Posolený rebrík (opravoval Priky)

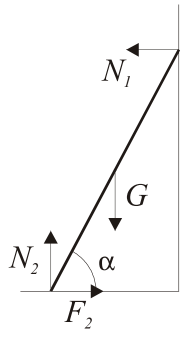
Konečne nasnežilo! Pat a Mat sú z toho ale nešťastní. Potrebujú zhodiť sneh z komína, aby im mal kadiaľ Ježiško doniesť darčeky. Chodník aj stena sú ale teraz omrznuté a veľmi šmykľavé. Pat a Mat majú akurát jednu malú štipku soli. Bude rebrík opretý o stenu stáť, ak je trenie o chodník aj o stenu nulové? Ak nie, treba posoliť chodník alebo stenu?

Aaaa–hojte!!! Tak už je to tu zas. Pýtate sa čo? Koniec zimnej časti a posledný vzorák odo mňa v nej. Ale nebuďte smutní, veď všetko sa to ešte nekončí. Ozajstná zábava ešte len začne na sústredku (pre tých, ktorí majú to šťastie a budú pozvaní).



No a čo sa týka tohoto príkladu, teraz to aspoň (až na pár ľudí) dopadlo v celku dobre. No riadne som sa pobavil a zistil som, že k niektorým by sa Mikuláš (možno aj Dzurinda) alebo Ježiško (kto na čo verí) nedostal, ani keby veľmi chcel. Lebo keď mu niektorí nachystáte rebrík tak, ako ste to napísali v riešení, tak ... isto ostávate bez darčekov. A minimálne budete obžalovaní za mierený atentát na starého pána ☺. Takže pre tých pár nešťastníkov, ktorí ostávajú každoročne bez darčekov, je tu jedna rada, ako to už tento rok konečne napraviť a dostať veľa, veľa darčekov, čiže vyriešenie celej tejto veľkej záhady.

Na rebrík nám pôsobia tri sily. Jeho tiaž G a reakcie od zeme a steny. Keď niektorý z koncov rebríka posolíme, pribudne k nim ešte jedna trecia sila. Bude to F_1 – ako na prvom obrázku, alebo F_2 na druhom z nich.



Čo podľa Newtona môžeme urobiť je, že presunieme všetky sily do ťažiska. Potom sa ťažisko bude hýbať tak, ako by všetky sily pôsobili tam. A čo vidíme? V prípade posoleného horného konca rebríka aj úplnej poľadovice nám nemá aká sila vykompenzovať reakciu N_1, a preto rebrík určite vždy spadne.

Odkiaľ sa nám nabrala sila N_1? Musí tam byť kvôli rovnováhe momentov síl, aby zabránila otáčaniu rebríka okolo spodného bodu.

Takže nám ostal jediný prípad – posolenie zeme. Ako to vyzerá teraz? Pre sily vo zvislom smere platí

$$N_2 = G,$$

vo vodorovnom smere musí platiť

$$N_1 = F_2 \leq f N_2.$$

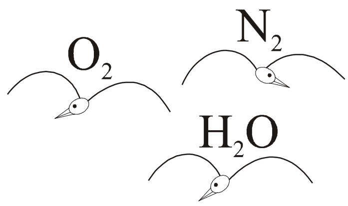
Pre skúmanie momentov si zvolíme horný bod a nebudeme tak musieť uvažovať silu N_1. Z rovnosti momentov síl potom dostaneme

$$(L\cos\alpha)G + LF_2\sin\alpha = (2L\cos\alpha)N_2,$$
$$(L\cos\alpha)G + LfG\sin\alpha \geq (2L\cos\alpha)G,$$
$$f\,\mathrm{tg}\alpha \geq 1.$$

No a pre zadané f už ľahko dorátame všetky uhly α, pre ktoré nám rebrík bude stáť. A samozrejme len s posoleným spodným koncom.

B–3.2 Obláčiky dychu (opravoval Matúš)

Hovorí sa, že keď pri dýchaní stúpa od úst para, je veľmi zima. Experimentálne zistite, či je to pravda a pokúste sa vysvetliť, kedy pri vydychovaní vzniká para. Závisí to len od počasia?



V zime sa od úst parí, to všetci vieme. Ale prečo? Kedy najviac? Dozviete sa... Najprv sa pozrime na zúbky v zadaní spomínanej pare. Ako mnohí správne napísali, parou nazývame vodu v plynnom skupenstve, vtedy nie je okom viditeľná. Molekuly vody si skrátka voľne poletujú vo vzduchu rovnocenne s molekulami N_2, či O_2. Keď začneme vidieť „paru“, vidíme už vlastne kvapôčky vody, ktoré vznikajú v objeme vzduchu kondenzáciou.

Toľko k pochopeniu zadania. Chýbať nesmel ďalší bod riešenia – experiment. Stačí vyjsť na balkón, nadýchnuť sa, vydýchnuť a – „para“ je tu! Takže naozaj to funguje. Poctivý experiment, pri ktorom by bolo vydychovanie pozorované celý ten mesiac, čo ste mali pri sebe zadania, neurobil nikto. Lenivci! Našlo sa však niekoľko pozorovaní, podľa ktorých vo vlhkom vzduchu (napríklad počas sneženia) a tiež po fyzickej námahe (napríklad po behu) sa parí viac. Naopak, niekoľko kontrapozorovaní oznamovalo svetu, že vo vlhkom vzduchu sa parí menej. Máme teda rozpor názorov, napätie stúpa, je najvyšší čas začať s teóriou.

Čo núti vodu kondenzovať? Vieme, že vo vzduchu za normálnych podmienok je nejaká vodná para, raz je jej viac, raz menej. Jej hmotnosť na meter kubický vzduchu (nazývame ju absolútna vlhkosť) je však zhora obmedzená, nesmie presiahnuť určitú hranicu, a je daná predovšetkým teplotou. Budeme ju značiť ϕ_0, jej závislosť od teploty je v tabuľke. Spomínanú maximálnu hodnotu nazývame tlak nasýtených vodných pár pri danej teplote. Relatívnou vlhkosťou nazývame podiel absolútnej vlhkosti k maximálnej hmotnosti obsiahnuteľnej vo vzduchu, udáva sa zvyčajne v percentách.

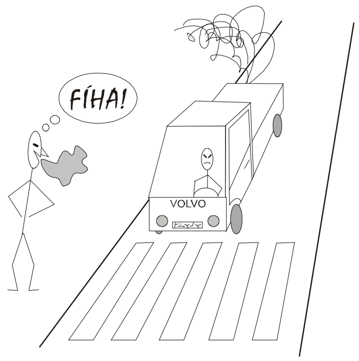
T [°C]	-10,0	-5,00	0,00	5,00	10,0	15,0	20,0	30,0	35,0
p [100Pa]	2,60	4,01	6,11	8,67	12,3	17,1	23,3	42,4	56,3
ρ [g/m3]	2,14	3,24	4,84	6,80	9,40	12,8	17,3	30,3	41,0

Predstavme si teraz, že máme nejaký objem vzduchu s relatívnou vlhkosťou napríklad 70% pri teplote 20°C. To je bežná hodnota. Podľa tabuľky tomu zodpovedá absolútna vlhkosť 17,3 g/m^3. Ak zmenšujeme teplotu, absolútna vlhkosť sa nemení (voda sa nikam nestráca), no ϕ_0 s teplotou klesá. Keď sa hodnotou vyrovná absolútnej vlhkosti vzduchu, vravíme, že vo vzduchu máme nasýtenú vodnú paru (zahmlený novembrový deň, vzduch v jaskyni a podobne). Ale čo ďalej? Ďalší pokles teploty spôsobí, že maximálna povolená hmotnosť vodnej pary vo vzduchu už bude menšia než doterajšia absolútna vlhkosť – časť vody musí vzduch opustiť. Ako na to? Stačí kondenzovať a je to. Odvtedy už časť vody (práve tá prebytočná) nie je vodnou parou, ale malými kvapkami vody.

Presne to sa deje v našom prípade. Nadýchneme sa vzduchu. Ak by sme ho rovno vydýchli, zrejme sa nič veľké nestane – len malý ohrev vzduchu a jeho následné ochladenie po vydýchnutí na zázraky nestačia. Dôležité je dodávanie vodnej pary v pľúcach. Tá vzniká popri CO_2 pri známej reakcii $C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6H_20 + 6CO_2$. Teda človek vdýchne vonkajší vzduch obsahujúci nejaké množstvo vodných pár, pridá vlastné a vydýchne. Bez ohľadu na vonkajšiu teplotu vydychujeme teplý vzduch, nech je jeho teplota trebárs 36°C. Po vydýchnutí sa vo vonkajšom vzduchu ochladí, čo spôsobí, že jeho množstvo vodných pár v ňom obsiahnutých presiahne hodnotu ϕ_0. Nebudem to podopierať výpočtami, všetci sme to videli, tak je to asi pravda.

Ostáva zistiť, od akých faktorov nám robenie oblaku a jeho výzor závisí. Núkajú sa charakteristiky vzduchu okolo nás – teplota, vlhkosť, tlak... Závislosť od teploty je zrejmá, veď pri veľkej teplote sa nami vydýchnutý vzduch ochladí málo, no a pritom jeho absolútna vlhkosť nemusí presiahnuť tú maximálne povolenú hranicu ϕ_0 a kondenzácia nenastane. A bez kondenzácie nie je oblak. Vlhkosť vzduchu je tiež dôležitá – predstavme si vzduch s relatívnou vlhkosťou trebárs 95%. Tomu už nechýba veľa do kondenzácie. My sa nadýchneme, nejakú tú vodnú paru pridáme a výsledná hodnota absolútnej vlhkosti vydychovaného vzduchu je aj bez veľkého ochladzovania vyššia než maximum ϕ_0 vzduchu okolitého. Aj zníženie tlaku vzduchu je dôležité, dá sa ním dosiahnuť rýchlejšie vyparovanie kvapôčiek vody, ktoré pozorujeme a oblak teda vzniká ťažšie.

Pozorovania z úvodu vzorového riešenia ešte nie sú všetky vysvetlené. Čo povedať tým, čo v hmle oblak nevideli? Jediným východiskom je jeho menší kontrast v porovnaní s okolitým vzduchom. Čo vy na to? Na záver ešte spomeniem šokujúce zistenia intenzívnejšieho „dymenia“ pri ceste. To zrejme súvisí s väčším množstvom vodných pár (vznikajú pri horení benzínu) a kondenzačných jadier (svinstva z áut, na ktorých môže začať vodná para kondenzovať) vo vzduchu.



Ostáva ešte prebrať náš príspevok k veci – po fyzickej námahe sme zadýchaní, spomínaná „dýchacia“ reakcia prebieha intenzívnejšie a je teda aj viac produkovanej vody. Preto je vyššia vlhkosť nášho dychu, je viac toho, čo môže skondenzovať a oblak je výraznejší (a zrejme sa aj tvorí pri vyšších teplotách).

Stručne na záver: Vznik a veľkosť vydychovaného oblaku závisí od mnohých faktorov. V našich končinách však je väčšinou chladno, keď sú splnené všetky popísané podmienky pre vznik oblaku a preto jeho viditeľnosť môžeme aj naďalej použiť na zistenie zimy. Teplotu však takto presne neurčíme, pretože jej presná hodnota vééľmi závisí od mnohých parametrov.

B–3.3 Červené oči (opravoval Braňo)

Kde bolo, tam bolo, bolo Mikuláša. Vyumývané čižmičky stáli v okne a čakali na svoj tohtoročný prídel sladkostí, deti spokojne spinkali vo svojich postielkach a Mikuláš sa potichučky zakrádal komínom. Lenže nie všetci nepovolaní spali: malý detektív Maťko chcel konečne raz a navždy zistiť, kto sa skrýva pod maskou milého bradatého deduška. Zobral foťák, počkal si na správnu chvíľu a tajomného návštevníka odfotil. Cieľ bol jasný – odhaliť páchateľa podľa farby očí (mama – modré, tata – hnedé, sused – zelené). Aké veľké však bolo Maťkove sklamanie, keď na onej dôležitej fotke mal Mikuláš oči červené! Pokúste sa mu vysvetliť, v čom je problém červených očí na farebných fotkách, aby o rok konečne zožal úspech a záhadu vyriešil!

Ako všetci správne identifikovali základnú podmienku pre vznik červených očí, Maťko fotil s bleskom. Pozrime sa teda na to, čo sa deje s okom pri fotení v prítmí. Zrenička (to je to, čo sa javí ako čierny otvor v strede oka), sa zužuje a rozširuje podľa toho, aké je vonkajšie osvetlenie. Ak sa oko pozerá do svetla, zrenička sa automaticky stiahne, aby tak chránila oko. Pri slabom osvetlení sa zasa maximálne roztiahne, aby na sietnicu dopadalo čo najviac svetla a okolité predmety mohli byť rozoznávané čo najlepšie. Proces zužovania a rozširovania zreničky však chvíľu trvá – to je dôležitý moment, ktorý si je treba uvedomiť.

Pri použití blesku v tme, keď je zrenička rozšírená, sa síce táto začne rýchlo zužovať, avšak expozícia (doba počas ktorej fotoaparát prepúšťa svetlo cez objektív na film) je oveľa kratšia ako reakčný čas zreničky. Expozícia je často len 1/90 sekundy, reakčný čas zreničky oveľa viac. Svetlo z blesku teda osvetlí veľkú plochu sietnice (zadná časť oka), ktorá je bohato prekrvená. Farbu krvi pozná každý a červené oči sú naozaj krvavé, pretože takto nasvietená sietnica sa zobrazí na film.

K vzniku červených očí však musí byť splnený ešte jeden predpoklad a to malá vzdialenosť blesku od objektívu. Ak je totiž sietnica osvetlená z iného smeru ako majú lúče dopadajúce cez objektív na film, na snímke sa zobrazí neosvetlená tmavá časť sietnice. To je aj dôvod prečo najväčšie problémy s červenými očami majú malé, tzv. kompaktné fotoaparáty, u ktorých je blesk často len centimeter od objektívu.

Riešenia tohto problému vychádzajú priamo z napísaného. Najbežnejším je vyvolanie zúženia zreničky tým, že blesk párkrát pred samotným záberom zabliká. Zrenička sa stiahne a keď je už zúžená, príde samotná expozícia, spojená samozrejme s bleskom. Práve tento predblesk je to, čo sa tak honosne nazýva redukcia červených očí – neskrýva sa teda za tým žiaden premakaný filter, ako niektorí tipovali.

Druhou cestou je zväčšenie vzdialenosti blesku od objektívu (externý blesk), respektíve nastavenie blesku tak, aby neosvetľoval foteného priamo, ale odrazom napríklad od stropu. Tým sa dosiahne, že svetlo blesku prichádza z iného smeru ako je os oko – objektív a osvetlená nie je tá časť sietnice, ktorá sa potom zobrazí na fotke.

Kto bol teda Mikuláš? Bohužiaľ asi všetci priveľa počítate a málo pozeráte telku. Inak si neviem vysvetliť, že nikto neprišiel na to, že za Mikulášom sa tento rok skrýval kvalitne zamaskovaný TERMINÁTOR ... astalavista!

B–3.4 Mystické vplyvy (opravovala Saša)

Dve telesá na seba pôsobia záhadnou silou neznámeho pôvodu. Žiadne iné (vonkajšie) sily na telesá nepôsobia. Na obrázku je záznam pohybu jedného z nich a polohy oboch telies v magickom okamihu O. Vtedy ich rýchlosti spĺňali vzťah $v_2 = 3v_1$, pričom ich smer bol opačný. Navyše viete, že $m_1 = 3m_2$. Doplňte do obrázka dráhu druhého telesa a popíšte postup, akým ste prenikli za tajomnú oponu nepoznaného!

Ahojte všetci odhaleniatajomstievchtiví... Viacerým z vás sa podarilo odhaliť tajomnú silu a zistiť aká je trajektória druhého telesa a k tomu všetkému ste prikreslili ešte pekné obrázky, takže som sa mala na čo s radosťou dívať a tešiť sa ako ste si šikovne s touto úlohou poradili a to aj bez použitia všelijakých Potterovských kúziel. Avšak, boli medzi vami i takí, ktorým táto úloha narobila problémy, ako by bola naozaj zakliata.

No ale teraz, poďme spoločne preniknúť za tajomnú oponu nepoznaného a pozrime sa na to, čo sa v našej sústave vlastne deje. Keďže žiadne vonkajšie sily na naše dve telesá (pri riešení ich rozmery zanedbávame, považujeme ich za hmotné body) nepôsobia, ide o izolovanú sústavu, v ktorej platia zákony zachovania, špeciálne aj zákon zachovania hybnosti a teda celková hybnosť sústavy je konštantná (teda taká aká bola v magickom okamihu O).

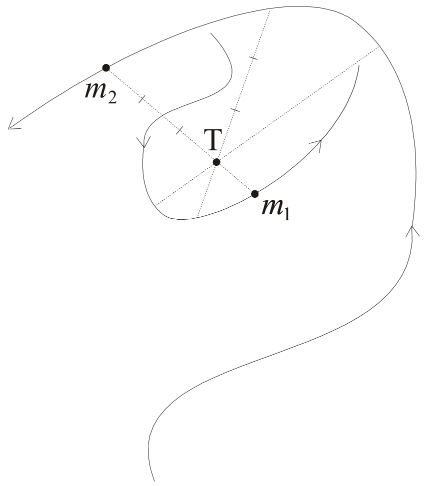
Spočítajme teraz, aká vlastne je. Hybnosť prvého telesa (s hmotnosťou m_1) je m_1v_1, hybnosť druhého m_2v_2, pričom vieme, že pre dané rýchlosti a hmotnosti v okamihu O platí: $m_1 = 3m_2$, $v_1 = v_2/3$ a tieto rýchlosti sú opačného smeru. To dosadíme do vzťahu pre hybnosť prvého telesa a dostávame, že hybnosti oboch telies sú rovnako veľké, majú ale opačný smer. Teda celková hybnosť p sústavy je nulová. A to nielen v okamihu O, ale aj počas celého pohybu našich dvoch telies, čo si bolo treba dobre uvedomiť. Rýchlosť ťažiska sústavy teda musí byť zjavne nulová, pretože celková hybnosť sústavy sa dá prepísať aj ako

$$0 = p = (m_1 + m_2)v_t.$$

Ťažisko sústavy je počas celého priebehu deja v pokoji a nemení svoju polohu. No a teraz už stačí len nájsť už spomínané ťažisko na základe polohy oboch telies v okamihu O, a pre každú inú polohu telesa s hmotnosťou m_1 nájsť zodpovedajúcu polohu telesa s hmotnosťou m_2. Ťažisko T leží na spojnici oboch telies, je od nich vzdialené v obrátenom pomere ich hmotnosti, teda 1:3. V klasickej fyzike sa hmotnosti telies nemenia, a preto tento pomer bude zachovaný aj pri každej ďalšej polohe telies. Takže pre zvolenú polohu telesa s hmotnosťou m_1 (bod A) bude druhé teleso (bod B) ležať na predĺžení spojnice AT, pričom platí $3|AT| = |BT|$.

Matematicky povedané: „Zostrojím obraz trajektórie prvého telesa v rovnoľahlosti so stredom v bode T, s koeficientom rovnoľahlosti rovným -3.“ Výsledkom bude naša dlho hľadaná trajektória druhého telesa.

Okrem tohto prístupu cez stabilnú polohu ťažiska sa vo vašich riešeniach objavilo aj riešenie, ktoré vychádzalo z toho, že vzhľadom na nulovú hybnosť sústavy (a konštantné hmotnosti telies) musí pre rýchlosti telies platiť počas celého pohybu to, čo v okamihu O, teda $v_2 = 3v_1$ a tieto rýchlosti sú opačného smeru. Na základe toho, druhé teleso prejde za rovnaký čas tri krát dlhšiu dráhu a v každom okamihu, ich rýchlosti majú opačný smer. Nájdenie trajektórie druhého telesa spočívalo v otočení trajektórie prvého telesa o 180°, trojnásobného zväčšenia a posunutia tak, aby telesá mali v danom magickom okamihu O opačne orientované rýchlosti. V oboch prípadoch ste sa však zhodne dostali ako ináč, ku rovnakým výsledným trajektóriám.



Chybičky krásy vo vašich riešeniach spočívali najmä v nedostatočnom zdôvodnení, prečo ťažisko ostáva v pokoji, prípadne prečo pre rýchlosti platí to čo v okamihu O aj v každom inom okamihu. V niektorých riešeniach sa vyskytovalo aj tvrdenie, že sila, ktorá medzi telesami pôsobí, musí byť nutne gravitačná a preto sa telesá priťahujú, čo však, ako vidíte podľa výsledku, neplatí, lebo telesá sa najprv priťahujú a potom odpudzujú.

Keďže je vonku riadna zima, vymaľujte si ju pekne v teplúčku...

Hurá, Vianoce!

Gratulujeme všetkým, ktorí pod stromček dostali úžasný darček – dobré umiestnenie vo výsledkovke FKS. Prajeme Vám všetkým dobrý oddych a príjemný vianočný čas bez školy. Nezabudnite sa ale vo februári zobudiť zo zimného spánku a znovu začať riešiť FKS. Už vidíme, ako sa nemôžete dočkať. Dovtedy sa možno stretneme na sústredku v Belušských Slatinách. Tak všetko dobré,

vaše **FKS**.

B – kategória, **3. séria** zimného semestra 17. ročníka FKS

	Priezvisko	Meno	Trieda	Skola	②	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	☠	Σ
1.	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	36.50	5.0	4.5	5.0	5.0		56.00
2.	Molnárová	Katarína	1 D	G KE Srobárova	30.24	5.0	3.5	5.0	5.0		49.16
3.	Batmendijnová	Zuzana	sx.	G T. Vansovej	30.00	4.0	5.0	5.0	5.0		49.00
4.	Burger	Michal	sx.	G BA Grösslingova	30.00	4.5	4.5	4.5	4.5		48.00
	Štolc	Miroslav	sx.	G Nitra Párovská	31.50	3.5	3.0	5.0	5.0		48.00
6.	Trubenová	Barbora	2 A	G BA J. Hronca	30.50	3.5	3.0	4.2	4.5		45.70
7.	Dzetkulič	Michal	1 A	G PH Michalovce	30.81	3.5	2.5	2.5	5.0		45.62
8.	Jurov	Dávid	1 D	G Humenné	29.51	4.5	2.0	5.0	3.5	-1	44.64
9.	Struhár	Pavel	1 A	G BA J. Hronca	30.66	2.5	2.0	5.0	2.5		44.10
10.	Kvašňáková	Katka	2 E	G K2 Prešov	26.50	5.0	4.5	5.0	4.0	-1	44.00
11.	Brutovská	Eva	sx.	G Kežmarok	28.00	4.0	2.5	5.0	4.0		43.50
12.	Petruľák	Matúš	1 B	G BA Grösslingova	28.14	2.5	2.5	5.0	4.0		43.40
13.	Sasák	Róbert	1 D	SPSE Pieštany	28.26	3.5	4.0	5.0	1.0		43.07
14.	Lauko	Martin	sx. A	G JL Martin	28.00	3.0	4.0	4.0	4.0		43.00
15.	Bratko	Milan	kv. A	G BA Pankúchova	26.33	2.5	3.0	4.0	5.0		42.03
16.	Neilinger	Pavol	2 A	G Dunajská Streda	24.50	4.5	4.5	5.0	4.0	-1	41.50
17.	Uhrin	Tomáš	1 E	G PH Michalovce	25.87	4.0	2.5	5.0	2.5		41.13
18.	Baník	Dušan	2 A	G Poprad Popr. nábr.	25.00	4.0	2.5	3.8	5.0		40.30
19.	Fialka	Vlado	2 E	G K2 Prešov	24.00	4.5	3.5	5.0	4.0	-1	40.00
20.	Rajniaková	Gabriela	kv.	G Liptovský Mikuláš	26.06	5.0	2.0	5.0	-		39.50
21.	Zák	Vladimír	2 A	G LS Bardejov	23.50	3.0	4.5	4.5	3.5		39.00
22.	Celuchová	Zuzana	2 E	G K2 Prešov	22.00	5.0	3.5	4.5	4.0	-1	38.00
23.	Molčány	Michal	2 A	SPSE BA K.Adlera	25.50	3.0	3.5	5.0	+		37.00
24.	Babjak	Viktor	2 A	G LS Bardejov	28.00	4.5	2.0	2.0	1.0	-1	36.50
25.	Vojtko	Andrej	kv. A	G Skalica	22.93	4.0	3.0	3.8	0.5		35.71
26.	Potočková	Zuzana	sx.	G Liptovský Mikuláš	22.00	3.5	1.0	5.0	5.0	-1	35.50
27.	Šoltésová	Mária	2 B	G BA Grösslingova	24.50	4.5	2.0	5.0	-	-1	35.00
28.	Lampášová	Júlia	kv.	G Považská Bystrica	20.44	3.5	2.0	4.0	3.5		34.80
29.	Savincová	Katarína	1 E	G PH Michalovce	20.88	3.0	3.0	5.0	0.5		33.85
30.	Mikulík	Andrej	2 B	G BA Grösslingova	22.50	5.0	1.5	5.0	-	-1	33.00
31.	Gašparík	Peter	1 B	G AV Levice	21.87	2.5	0.5	5.0	0.5		31.84
32.	Javorková	Eva	sx.	OG Zvolen	23.50	3.5	1.0	2.5	1.0		31.50
33.	Jurko	Martin	2	G KE STA	20.50	2.5	2.0	3.0	3.5	-1	30.50
	Mánik	Tomáš	2 C	G BST Lučenec	23.50	4.0	-	4.0	-	-1	30.50
35.	Kšiňan	Stanislav	1 B	G Bánovce n/Bebr.	21.48	2.0	1.5	4.0	-		30.39
36.	Bališ	Peter	2 A	G Poprad Popr. nábr.	20.50	1.5	2.0	3.0	2.5	-1	28.50
	Prievalský	Juraj	2 A	G VBN Prievidza	20.00	3.0	1.5	4.0	1.0	-1	28.50
38.	Naď	Miroslav	2 A	G Veľké Kapušany	18.00	3.0	3.5	3.8	1.0	-1	28.30
39.	Kliman	Ján	2 B	G Žiar nad Hronom	22.00	1.0	3.0	1.0	1.0		28.00
40.	Hornák	Rastislav	2 D	SPŠE Pieštany	20.50	2.5	1.5	2.5	0.5		27.50
	Matlák	Roman	2	G KE Saca	19.00	3.0	2.0	5.0	1.5	-3	27.50

42.	Lakatoš	Pavol	2	A	G Veľké Kapušany	19.00	2.5	2.0	3.8	-		27.30
43.	Cajkovičová	Alexandra	2	A	G Trnava Angely Merici	21.00	2.0	1.5	2.5	-		27.00
44.	Kajan	Michal	2	B	G Komárno ĽJS	18.50	2.0	1.0	5.0	-		26.50
	Poláček	Lukáš	2		G Modra	20.50	1.0	1.0	4.0	-		26.50
46.	Skriniar	Jakub	2	A	G VBN Prievidza	16.00	4.0	3.0	3.0	-		26.00
47.	Richter	Kornel	2	A	G KE Akvinského	25.00	-	-	-	-		25.00
48.	Kulík	František	1	E	G Humenné	11.40	3.0	2.0	4.0	1.5		23.40
49.	Piešťanský	Juraj	1	A	G Bánovce n/Bebr.	14.93	2.5	0.5	2.0	2.0		23.30
50.	Karabínoš	Juraj	1		G BA Grösslingova	23.18	-	-	-	-		23.18
51.	Fidmik	Ján	2	AB	G KE Šaca	18.00	1.0	1.5	4.5	-	-3	22.00
52.	Majorošová	Gabriela	2	A	G Veľké Kapušany	15.40	3.0	1.0	3.5	-	-1	21.90
53.	Faťol	Vladimír	1	E	G PH Michalovce	10.14	4.0	1.0	5.0	1.0	-1	21.62
54.	Patáčik	Ivan	2		G Partizánske	15.50	4.0	2.0	-	-		21.50
55.	Feketeová	Erika	2	A	G Veľké Kapušany	14.60	1.5	1.0	4.0	-		21.10
56.	Soták	Tomáš	2		G KE Šaca	15.50	1.0	1.5	4.5	1.5	-3	21.00
57.	Bednárik	Michal	2	A	G VPT Martin	10.50	3.5	1.0	5.0	-		20.00
58.	Santusová	Ivana	2	C	G VPT Martin	10.60	2.0	2.0	5.0	-		19.60
59.	Pokrývková	Katarína	2	A	G Bánovce n/Bebr.	19.50	-	-	-	-		19.50
60.	Podstupková	Jana	2		G BA Grösslingova	12.50	1.0	2.0	3.5	-		19.00
61.	Ščensný	Jozef	sx.	B	G Nitra	15.50	2.0	2.0	-	-	-1	18.50
62.	Palušáková	Katarína	2	C	G VPT Martin	8.50	2.0	1.5	5.0	1.0		18.00
	Trtílek	Radovan	2	C	G VPT Martin	10.50	2.0	1.5	5.0	-	-1	18.00
64.	Galčík	Peter	1	A	G Stropkov	13.63	2.0	0.0	2.0	-	-1	17.59
65.	Salajka	Lukáš	2	A	SPŠE Tvrdošín	17.50	-	-	-	-		17.50
66.	Sufliarsky	Peter	2	C	G Nové Zámky	17.00	-	-	-	-		17.00
67.	Pikna	Peter	2	D	G BA Metodova	8.50	4.0	2.0	5.0	-	-3	16.50
	Sáreník	Ján	2	F	G BB Tajovského	12.00	2.0	2.0	3.5	-	-3	16.50
69.	Cinčár	Ján	2		G KE Saca	10.50	1.0	1.5	5.0	1.0	-3	16.00
70.	Vontorčíková	Lenka	2	C	G VPT Martin	11.00	2.0	1.0	2.0	-	-1	15.00
71.	Solčanský	Marek	2	E	SPŠE Piešťany	6.50	3.0	2.5	2.5	-		14.50
72.	Sütőová	Helena	sx.	B	OG Štúrovo	14.00	-	-	-	-		14.00
73.	Rističová	Lucia	2	C	G VPT Martin	13.00	-	-	-	-		13.00
74.	Breuer	Tomáš	2	E	SPŠE Piešťany	11.50	-	-	-	-		11.50
	Ranová	Ivana	1	B	G BA J. Hronca	11.50	-	-	-	-		11.50
76.	Duchoňová	Jaroslava	sx.		G VBN Prievidza	10.50	-	-	-	-		10.50
	Koloda	Ján	2		G KE - Saca	10.50	-	-	-	-		10.50
	Magula	Peter	sx.	A	OG Zvolen	8.50	2.0	0.0	0.5	0.5	-1	10.50
79.	Kubová	Miška	1	A	G Vrbové	2.33	3.0	2.0	5.0	1.0	-5	9.81
80.	Chnupa	Juraj	2	E	SPŠE Piešťany	8.50	-	-	-	-		8.50
81.	Zajac	Peter	2		???	8.00	-	-	-	-		8.00
82.	Švecová	Lucia	1	A	G BB Tajovského	7.26	-	-	-	-		7.26
83.	Horváth	Matej	2	A	SPŠE Bratislava	6.50	-	-	-	-		6.50
84.	Végsö	Karol	1	A	G KE Poštová	6.49	-	-	-	-		6.49
85.	Horváthová	Alexandra	kv.		G Nitra Párovská	5.82	-	-	-	-		5.82
86.	Kukuricáš	Marcel	2		G KE Štefánika	5.50	-	-	-	-		5.50
87.	Sikhartová	Hana	2	D	G BA Grösslingova	5.00	-	-	-	-		5.00
88.	Kuková	Mária	2	F	G VPT Martin	4.50	-	-	-	-		4.50
	Poništ	Milan	2	A	G VPT Martin	4.50	-	-	-	-		4.50
90.	Kamenská	Katarína	2	C	G VPT Martin	4.00	-	-	-	-		4.00
91.	Frkáňová	Katarína	2	C	G VPT Martin	3.50	-	-	-	-		3.50
92.	Holiga	Marián	2	C	G VPT Martin	2.50	-	-	-	-		2.50
	Podoba	Rudolf	2	G	G Ľ. Stúra Trenčín	-	4.0	1.5	-	-	-3	2.50
94.	Cerešňa	Michal	2	B	G Nové Zámky	2.00	-	-	-	-		2.00
95.	Kulichová	Ingrid	2	A	G VPT Martin	1.50	-	-	-	-		1.50
96.	Kišová	Martina	2	A	G VPT Martin	1.00	-	-	-	-		1.00
	Komadel	Lukáš	2	E	SPŠE Piešťany	1.00	-	-	-	-		1.00
98.	Soláriková	Janka	1	C	G VPT Martin	-1.24	-	-	-	-		-1.24

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 3. série
A–kategória (starší)
17.ročník
zimný semester
školský rok 2000/2001

www.fks.sk

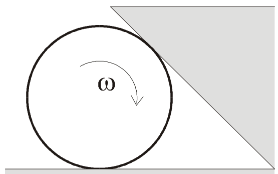
FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

A–3.1 Barová úloha (opravovala Zuzi)

Na obrázku máme nakreslený prierez mantinelu biliardového stola. Je tak skonštruovaný, aby pri náraze naň biliardová guľa neprešmykovala. Vypočítajte, aká musí byť výška h hornej hrany mantinelu, ak je polomer biliardovej gule r.

Tak sa opäť stretávame, tentokrát v uvoľnenej atmosfére (pred Vianocami by sa konečne predsa aj patrilo, no nie?) pri biliarde… Neviem totiž prečo, ale väčšina z vás sa zľakla, zbabelo utiekla a odmietla si so mnou zahrať túto partičku. S tými, čo zostali, to tiež nedopadlo príliš slávne (ja pri tom biliard hrám naozaj hrozne ☹). Dúfam teda aspoň, že keď si budete tento vzorák čítať v nejakom vhodnom povianočnom čase, rozsvieti sa vám pri ňom v hlávkach a poviete si, že nabudúce pre vás taká úloha nebude žiadnym problémom…

O čom to teda celé bolo? Úlohou bolo zistiť, aká má byť výška mantinelu biliardového stola, aby sa guľa pri odraze od neho neprešmykovala. Čo to pre nás znamená? Keď sa guľa neprešmykuje, znamená to asi toľko, že sa „pekne kotúľa, alebo inými slovami, že sa aspoň kotúľa zosynchronizovane s jej posuvným pohybom“. Čiže ak označíme jej uhlovú rýchlosť ω a posuvnú rýchlosť v, bude platiť $\omega = v/r$. Očakávame, že výška mantinelu h bude niekde v intervale $(r, 2r)$. Keby totiž h bolo menšie ako polomer gule, pri dostatočnej rýchlosti by guľa mohla zo stola veľmi ľahko vyskakovať a tomu my predsa chceme zabrániť. Ak je výška mantinelu väšia než priemer gule, táto pod ním ostane „zaseknutá“ vlastnou rotáciou (skúste si to s pomocou obrázka predstaviť, či dokonca vypočítať). Pozrime sa ďalej, čo sa pri takom náraze o mantinel deje. Treba podotknúť, že toto riešenie je iba akýmsi priblížením, k dokonalosti mu čosi chýba (dokonalosť je, ako to býva zvykom, príliš pracná, pokúsil sa o ňu Tomáš Dzetkulič, no neuspel).



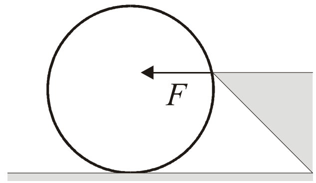
Pre začiatok si však vezmime jednoduchú situáciu. Biliardový stôl (nie mantinely) pokryjeme tenkou vrstvou ľadu (myslím, že v tomto počasí to nebude pre nás žiaden problém) a pozrieme sa, v ktorom bode musíme do gule šťuchnúť tágom, aby sa guľa nezačala prešmykovať. V tomto prípade teda v bode, kde sa guľa dotýka stola, nepôsobí žiadna vodorovná sila (trecia sila je nulová) a zostáva nám len pozrieť sa na to, čo sa deje v bode dotyku gule s tágom. Keďže šťucháme do gule vodorovne, sila, ktorou pôsobí tágo na guľu, spôsobuje jej posuvné zrýchlenie a na druhej strane, ak pôsobí vo výške rôznej od r, spôsobuje aj jej rotáciu (keďže predpokladáme, že udierame v hornej polovici gule, roztáča guľu v kladnom smere). Teraz už môžeme kľudne zapísať rovnicu pre moment sily:

$$M = J\varepsilon = F\,(h-r),$$

alebo $J\varepsilon = Fr\sin\alpha$, kde α je uhol medzi F a ramenom tejto sily s dĺžkou r a je jasné, že $\sin\alpha = (h-r)/r$. Keďže žiadame, aby sa guľa neprešmykovala, musí platiť $\varepsilon = a/r$. Sila F udeľuje guli aj posuvné zrýchlenie, platí teda aj známe $F = ma$. Nakoniec ešte vieme, že moment zotrvačnosti pre guľu s osou otáčania prechádzajúcou jej stredom je $J = 2/5\, mr^2$. Po dosadení dostávame pre výšku mantinelu:

$$h = \frac{7}{5}r.$$

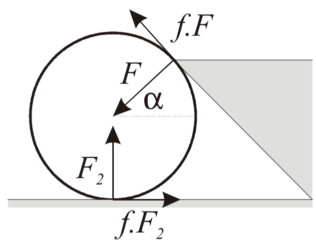
Otázkou zostáva, ako súvisí šťuchanie tágom s odrazom od mantinelu, resp. či pri odraze od mantinelu môžeme hovoriť len o horizontálnej reakčnej sile mantinelu (vertikálna zložka by všetko pokazila a predchádzajúcu rovnicu by sme už nemohli zapísať v pôvodnom tvare). Musíme si uvedomiť, že guľa pri pohybe deformuje mantinel najmä vo vodorovnom smere a teda aj horizontálna reakcia mantinelu prevyšuje svojou veľkosťou tú vertikálnu, ktorú pri ďalšom riešení zanedbáme. Týmto sme šťastne vyriešili prípad nulového trenia s povrchom stola.



Teraz musí byť už každému jasné, že aj keď trenie o povrch stola nie je nulové, všetky predchádzajúce úvahy zostávajú v platnosti. Pre treciu silu vždy platí, že $F_t \leq fF$, a teda nezávisle na f môže byť vždy trecia sila nulová. V prípade ľadového povrchu totiž, keby sme výšku mantinelu mierne zmenili, guľa by sa okamžite začala prešmykovať. Keď máme nenulové trenie, môžeme výšku mantinelu mierne zmeniť a guľa sa prešmykovať hneď nezačne. O tomto svedčí aj fakt, že biliardové gule nie sú rovnako veľké (biela je väčšia) a napriek tomu by mal (dobrý) stôl fungovať pre všetky.

Niektorí z vás boli takí milí, že tento výsledok boli experimentálne overiť pri partičke biliardu a dúfam, že mi dajú za pravdu, že je správny.

Na záver ešte poviem (aby ste si nemysleli, že som všetko zanedbala a že to len tak náhodou vyšlo), ako sa táto úloha dala riešiť poriadne. Opäť pre nás zostávajú pri náraze aktuálne dva body, a to ten, kde sa guľa dotýka samotného stola, označme ho napríklad A a druhý, kde sa guľa dotýka mantinelu, označme ho B. V oboch bodoch na biliardovú guľu pôsobia reakčné sily od stola (resp. mantinelu) a trecie sily, ktoré s nimi, samozrejme, súvisia cez súčiniteľ trenia.



Treba ešte povedať, že tiažovú silu gule pri ďalších úvahách vzhľadom na ostatné prítomné sily pri náraze zanedbám, lebo tieto sú oveľa väčšie. Takže, poďme problém vyriešiť. Pre zvislé a vodorovné zložky síl (tiaž už k F_2 neprispieva) platí postupne

$$F(\sin\alpha - f\cos\alpha) = F_2\,,$$

$$F(\cos\alpha + f\sin\alpha) - fF_2 = ma\,.$$

Pre momenty vzhľadom na stred gule dostaneme rovnicu

$$f(F + F_2)r = J\varepsilon = \frac{2}{5}mr^2\frac{a}{r}\,.$$

Riešením tejto sústavy dokážeme vylúčiť F aj F_2 a dostávame:

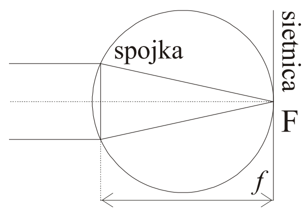
$$\frac{7}{2}f^2\cos\alpha - \frac{5}{2}f(1+\sin\alpha) + \cos\alpha = 0\,.$$

Nás ďalej zaujíma, pri akom uhle α bude f minimálne, resp. pri akom uhle začne byť vôbec naša rovnica riešiteľná. Keď rovnicu upravíme do tvaru $f = f(\alpha)$, dostaneme pod odmocninou výraz, ktorý má zmysel iba pre niektoré alfy (ďalej už je funkcia záporná). Zoberieme preto minimálne α, ktoré ešte nedáva pod odmocninou záporné číslo a čuduj sa svete, výsledok bude opäť rovnaký (samozrejme, približne). Uhol α vyšiel približne $22°$, čo znamená, keď z geometrie obrázka uvážime, že $\sin\alpha = (h - r)/r$, $h \approx 1{,}38r$. S výsledkom teda môžeme byť spokojní aj v tomto prípade a tešiť sa na darčeky pre dobré deti a ešte lepších vedúcich.

Takže, lúčim sa s vami s prianím nádherných sviatkov a s prehovorením do duše: učte sa fyziku a riešte FKS, veď dobrý fyzik sa nesmie dať na biliarde len tak zahanbiť, no nie? (že to práve ja hovorím…)

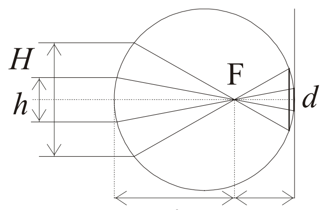
A–3.2 Dlhý, široký a bystrozraký (opravovala Lucia)

Krátkozrakí ľudia niekedy pri pohľade do diaľky žmúria, aby videli veci ostrejšie. Pri fotoaparáte sa zasa pre dosiahnutie väčšej ostrosti používa clona. Prečo?



Krátkozrakí ľudia niekedy pri pohľade do diaľky žmúria, aby videli veci ostrejšie. Pri fotoaparáte sa zasa pre dosiahnutie väčšej ostrosti používa clona. Prečo? Pre začiatok by sme sa mohli pozrieť na to, ako také ľudské oko vlastne vyzerá, o akú optickú sústavu ide. Oko je optická sústava skladajúca sa z rohovky, očného moku, sklovca a šošovky. Takto by sme asi odpovedali na hodine biológie. Poďme sa teraz pozrieť, čo taká šošovka spôsobuje, a kam dopadá lúč svetla vnikajúci do oka.

Podľa obrázka je ohnisko F šošovky spojky zdravého oka umiestnené presne na sietnici. To teda znamená, ako dobre vieme z geometrickej optiky, že lúče prichádzajúce rovnobežne s optickou osou sa za spojkou lámu a pretínajú v ohnisku F.



Inak je tomu u krátkozrakých ľudí. Ako veľa z vás správne písalo, krátkozraké oko má ohnisko o kúsok posunuté a preto sa rovnobežné lúče pretínajú ešte pred sietnicou. Namiesto bodu, ako je tomu pri zdravom oku, sietnica zachytí rozptýlený zväzok lúčov, ktorého šírka nech je d. Táto šírka by sa jednoduchým vzťahom dala napísať aj ako $d = sh/f$, kde v som si označila výšku šošovky spojky úplne otvoreného oka a ako s chybu oka, teda vzdialenosť ohniska od sietnice. Ohnisková vzdialenosť šošovky je označená f.

To, čo nás zaujíma, je situácia, keď sa krátkozraký človek pozrie do diaľky a prižmúri pritom oči. Najprv chceme vedieť, čo to vlastne „pozerať sa do diaľky“ znamená. Pokiaľ je predmet ďaleko od nás, javí sa nám maličký. Uhol pod ktorým sa naň pozeráme je teda malý. Preto môžeme predpokladať, že lúče od tohto predmetu k nám prichádzajú skoro rovnobežne s optickou osou. Čo sa ďalej stane, keď krátkozraký človek prižmúri oči? Zmenší sa oblasť šošovky, ktorá tieto rovnobežné lúče zachytáva, takže akoby sa vlastne zmenší jej výška, ktorú sme mali označenú pôvodne H a teraz z nej bude h. Z druhého obrázku aj vzťahu $d = sh/f$ je vidieť, že šírka škvrny na sietnici d sa tiež zmenší. Prižmúrením očí teda krátkozraký človek zmenší škvrnu na sietnici, inak povedané – vidí predmety v diaľke menej rozmazane, a teda si takto „zaostrí“.

Pri fotoaparáte sa situácia podstatou nelíši od krátkozrakého oka. Pre lepšie zaostrenie sa aj tu využíva clona, ktorá zužuje otvor pre dopad svetla na spojku, resp. sústavu šošoviek, a tým zmenšuje rozmazanie bodu na filme. Takže, film je tu náhradou sietnice a clona namiesto prižmúrenia očí.

Na záver by som spomenula ešte raz niečo k tomu, prečo možno lúče odrážajúce sa od ďalekých predmetov nahrádzať rovnobežnými. Skúste si spočítať, aj číselne, aká veľká je odchýlka zobrazeného bodu, prechodom cez spojku, od jej ohniska F, pokiaľ je ten vo vzdialenosti 200 metrov a jeho výška je dva metre. Ohniskovú vzdialenosť oka vieme odhadnúť, iste nie je väčšia než jeho priemer. Výsledok naznačuje, že zobrazený bod je veľmi blízko ohniska F (lenivcom prezradím, že je to asi 5μm). Ak ešte do výsledku zahrnieme aj zobrazovacie chyby oka, potom hovoriť o iných ako paralelných lúčoch (keď hľadíme do diaľky) už nemá veľký zmysel.

A–3.3 Prastarý gramofón (opravoval Martin)

Aby starodávne gramofóny hrali, bolo ich treba natočiť kľukou. Ako zosilňovač fungovala veľká lievikovitá rúra. Bez rúry gramofón skoro nebolo počuť, ale s ňou hral krásne. Kde vzala rúra energiu na zosilnenie zvuku?

Ako vidno, dnes už nie je veľa tých, ktorí by sa s podobnými zariadeniami, ako je napríklad gramofón na kľuku, niekedy stretli. Ale to vôbec nevadilo, stačilo trošku porozmýšľať a 5 bodov mohlo byť vašich. Bohužiaľ ale drvivá väčšina z vás pri zanietenom vysvetľovaní funkcie zvukovodov a rezonátorov akosi pozabudla zodpovedať otázku zo zadania: Kde sa berie energia potrebná na zosilnenie zvuku? Predtým, než sa pokúsim odpovedať ja, musím si položiť inú otázku: Dochádza pri použití rúry vôbec k zosilneniu zvuku?

Mnohí z vás totiž tvrdili, že v skutočnosti nie je potrebná žiadna energia. Že rúra slúži len na to, aby usmernila zvuk z ihly gramofónu jedným smerom, kde potom pochopiteľne bude silnejší. Toto ale nie je celkom pravda. Totiž pri použití rúry vznikne silnejší zvuk aj takpovediac „za ňou“, teda v oblasti priestoru, kde nesmeruje koniec rúry. Podobne ani úvahy s posunom frekvencie počutého zvuku smerom dole nemôžu byť určujúce. Veď by sa nám pravdepodobne nepáčilo, ak by sme namiesto krásne znejúcich sopránov zrazu počuli hlboké basy len preto, aby sme ich mohli počuť silnejšie.

Všetky spomínané efekty samozrejme pri gramofóne hrajú úlohu, ale sú len málo významné oproti tomu, že rúra pôsobí ako rezonátor, ktorý zvuk naozaj zosilňuje. Nie len usmerňuje, či mení jeho frekvenciu (aj keď to sa do určitej miery naozaj deje), ale vskutku zväčšuje jeho energiu. Tým sa vraciame späť k pôvodnej otázke, odkiaľ ju tá rúra berie?

Vieme, že vždy a všade musí platiť zákon zachovania energie. Ak nepredpokladáme, že by sa rúra postupným používaním mohla minúť (aj keď by bolo iste zaujímavé, ak by sme si kúpili gramofón a po 20 vypočutých platniach by sme kupovali novú rúru, lebo stará by už nehrala), musí energia prichádzať odinakiaľ. A jediný rozumný zdroj je energia ukrytá v pružine vnútri gramofónu, ktorú musíme pred každým hraním natiahnuť.

Ako to teda funguje? Ak nepoužívame rúru, zvuk je veľmi slabučký. Platňa sa točí ľahučko a ihla jej nekladie skoro žiaden odpor. Všetko sa ale zmení pridaním rúry. Platňa sa začne otáčať oveľa ťažšie, pretože ihla jej odoberá ďaleko viac energie ako predtým (názorne si to môžeme predstaviť napríklad tak, akoby ihla pridaním rúry oťažela). Táto energia, odčerpaná z rotačnej energie platne, sa zmení na zvuk, ktorý počujeme len za pomoci rúry.

Podobný príklad sa dá nájsť v posúvaní nejakého závažia po veľmi drsnom povrchu (napríklad šmirgeľ). Ak závažie posúvate (alebo ešte lepšie ťaháte) po povrchu rýchlo, ide to relatívne ľahko. Je to podobné, ako keď nemáme na gramofóne rúru, pretože rezonančné frekvencie závažia sú menšie ako frekvencie, ktoré vyvolávame ťahaním. Keď začneme ťahať závažie pomaly, v istom okamihu sa situácia zmení. Závažie začne ísť oveľa ťažšie, začne nadskakovať a podobne. Teraz samo slúži ako rezonátor (podobne ako rúra na gramofóne) a my musíme vydať oveľa viac energie na ťahanie ako predtým.

A ešte jeden príklad s gitarou. Ak by sme mali gitaru bez rezonátora (teda vlastne len dosku so strunami), veľmi rýchlo by sme prišli na to, že zahranú strunu skoro vôbec nepočujeme. Avšak, keby sme ju pozorne sledovali, zistili by sme, že vydrží kmitať oveľa dlhšie ako struna na gitare s rezonátorom. Tú síce počujeme hrať hlasno, ale rýchlo sa jej minie energia a utlmí sa.

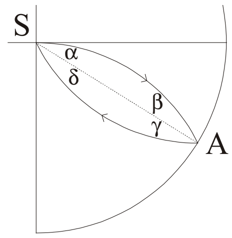
Musím povedať, že napriek nie príliš vysokým bodom ste ma mnohí svojimi riešeniami potešili. Je veľmi dobre, ak odpovede na neznáme otázky hľadáte v knihách a hlavne, že to poctivo uvádzate v riešeniach. Hlavný nedostatok bol veľmi často v tom, že pri podrobnom popisovaní funkcie rúry a gramofónu ste akosi zabudli odpovedať na to, na čo sme sa pýtali: Kde sa berie energia.

Tak, a máme to za sebou. Teraz si môžete pustiť svoje obľúbené kazety a CD–čka a potešiť sa, ako je nám s tou všetkou elektronikou pohodlne a dobre…

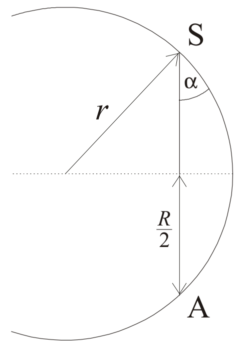
A–3.4 FKS náboj (opravoval Tomáš)

Do polkruhovej oblasti s polomerom R s magnetickým poľom B kolmým na rovinu polkruhu vlieta kolmo elektrón rýchlosťou v tak ako na obrázku. Hranicu oblasti (polkružnicu) tvorí ideálne zrkadlo, od ktorého sa elektrón po dopade pružne odrazí. Aká bola pôvodná rýchlosť elektrónu v, ak vieme, že sa po odraze od zrkadla vrátil do počiatočného bodu?

Ahojte všetci, túto úlohu ste zvládli dosť dobre, no aj tak sa radšej pozrime, ako sa to vlastne dalo riešiť... Všetci vieme, že po vlete do magnetického poľa sa elektrón pohybuje po kružnici s polomerom $r = mv/(Be)$. Toto sa niekomu, kto o tom nikdy nepočul môže zdať dosť netriviálne, no stačí si uvedomiť, že magnetická sila podľa definície pôsobí vždy kolmo na smer pohybu častice – má teda charakter dostredivej sily, jej veľkosť je $F = evB$. Aby sa teleso pohybovalo po kružnici s polomerom r rýchlosťou v tak naň musí pôsobiť dostredivá sila veľkosti mv^2/r. Keď tieto dve sily dáme do rovnosti, dostaneme náš vzťah.



Dôležité je uvedomiť si, ako ďalší pohyb elektrónu ovplyvní náraz do zrkadla. Odrazí sa zrejme podľa známeho pravidla – uhol dopadu sa rovná uhlu odrazu. Ďalej sa elektrón bude pohybovať po kružnici tak, že jeho dráha bude osovo súmerná s trajektóriou, ktorú prešiel od vstupu do magnetického poľa po náraz. Os symetrie je priamka SA. To znamená, že elektrón sa musí vrátiť do počiatočného bodu. Bude to tak ale vždy? Zjavne nie, predpokladáme totiž, že na elektrón od vletu do magnetického poľa až po jeho návrat do štartovacej pozície stále pôsobí magnetické pole svojimi blahodarnými účinkami. Ak nám ale elektrón z poľa vyletí skôr než sa vráti do začiatočného bodu, máme smolu, elektrón si proste zdrhne. Ide teda o to zistiť, kedy z magnetického poľa nevyletí.



Všimnite si rovnosť medzi uhlami $\alpha = \beta = \gamma = \delta$. Rovnosť $\beta = \gamma$ plynie z už spomínaného zákona o uhle dopadu a odrazu. Rovnosti $\alpha = \beta$ a $\gamma = \delta$ sú jasné zo symetrie, SA je totižto tetiva oboch kružníc, po ktorých sa elektrón pohybuje. Pre šťastný návrat elektrónu do počiatočného bodu musí teda platiť $\alpha + \delta \leq 90°$ teda $2\alpha \leq 90°$ Teda $\alpha \leq 45°$. Pre polomer kružníc po ktorých sa elektrón pohybuje platí

$$\frac{R}{2} = r\cos\left(90^\circ - \alpha\right) = r\sin\alpha.$$

Z toho plynie $r = R/(2\sin\alpha)$, a keďže $\alpha \leq 45°$, musí byť $r \geq R/\sqrt{2}$.
Po dosadení do vzťahu, ktorým sme tento príklad začínali, máme

$$\frac{mv}{eB} \geq \frac{R}{\sqrt{2}}.$$

No a po úprave dostaneme podmienku pre hľadanú rýchlosť elektrónu

$$v \geq \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{eBR}{m}.$$

A je to. Ako vidíte, táto úloha nebola vôbec náročná, vyžadovala si iba minimum vedomostí o správaní sa častice s v magnetickom poli a nejaké geometrické znalosti. Mnohí ste vo svojich riešeniach niektoré geometrické tvrdenia proste skonštatovali bez zdôvodnenia, na to si dajte nabudúce pozor.

Hurá, Vianoce!

Gratulujeme všetkým, ktorí pod stromček dostali úžasný darček – dobré umiestnenie vo výsledkovke FKS. Prajeme Vám všetkým dobrý oddych a príjemný vianočný čas bez školy. Nezabudnite sa ale vo februári zobudiť zo zimného spánku a znovu začať riešiť FKS. Už vidíme, ako sa nemôžete dočkať. Dovtedy sa možno stretneme na sústredku v Belušských Slatinách. Tak všetko dobré,

vaše **FKS**.

A – kategória, **3. séria** zimného semestra 17. ročníka FKS

	Priezvisko	Meno	Trieda	Škola	②	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	☠	Σ
1.	Osuský	Andrej	4 B	G BA J. Hronca	40.0	-	4.0	1.5	5.0		50.50
2.	Stribula	Tomáš Timot	4 B	G AV Levice	34.0	1.5	5.0	5.0	4.5	-1	49.00
3.	Chudý	Michal	4 B	G AV Levice	27.5	0.8	4.0	4.5	4.5	-1	40.30
4.	Skopalová	Eva	4 A	G Poprad Popr. nábr.	28.5	-	5.0	-	5.0		38.50
5.	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	33.1	0.5	0.0	2.0	-		36.24
6.	Dzetkulič	Tomáš	4 A	G PH Michalovce	29.0	3.2	1.0	1.5	1.5		36.20
7.	Galovič	Marián	3 B	G Kurzweise-Eisenstadt	28.0	-	1.0	1.5	5.0	-1	35.95
8.	Smrek	Ján	se. N	1SG BA Čapkova	20.9	4.0	1.5	1.0	3.5		32.44
9.	Rybár	Jozef	se. B	G BA sv. Uršule	20.3	1.0	1.5	0.5	2.5	-1	26.03
10.	Dzurjanin	Peter	ok.	G BA Grösslingova	20.5	-	-	-	-		20.50
	Juhos	Pavol	ok.	G BA Grösslingova	20.5	-	-	-	-		20.50
12.	Matúška	Ján	4 B	G Lučenec	21.5	1.0	1.0	1.0	-	-5	19.50
	Šipeki	Miroslav	4 B	G BA Einsteinova	13.0	1.0	4.0	1.5	-		19.50
14.	Dravecký	Pavol	se.	Int. School of Latvia	19.2	-	-	-	-		19.23
15.	Pavlík	Ján	se.	G VBN Prievidza	17.9	-	-	-	-		17.87
16.	Plašienka	Dušan	4 B	G BA Einsteinova	10.5	0.5	2.0	2.0	2.5		17.50
17.	Cvik	Pavol	se.	G BA J. Hronca	16.7	-	-	-	-		16.66
18.	Darula	Radoslav	se. B	G BA Pankúchova	7.5	0.5	0.5	2.5	1.5		13.59
19.	Pitňa	Alexander	se. B	OG Štúrovo	8.9	0.8	0.5	0.5	4.5	-3	13.51
20.	Petrík	Kristián	4 A	G BA Matky Alexie	8.5	-	0.5	0.5	4.5	-1	13.00
21.	Škriniar	Jakub	2 A	G VBN Prievidza	9.2	-	0.5	0.5	-		10.48
22.	Ježo	Tomáš	4 C	G Humenné	10.0	-	-	-	-		10.00
23.	Klučka	Ondrej	se. N	1SG BA Čapkova	5.8	-	-	-	-		5.82
24.	Tomeček	Jozef	4 B	G BA Einsteinova	5.0	-	-	-	-		5.00
25.	Kunzo	Matej	4	G BA Matky Alexie	4.0	-	-	-	-		4.00
26.	Tinaj	Jozef	4 D	G VPT Martin	-5.5	-	-	-	-		-5.50