FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo zimnej časti 17. ročníka
B-kategória (mladší)
školský rok 2001/2002
termín príchodu riešení
5. 12. 2001

www. Fks **.sk**

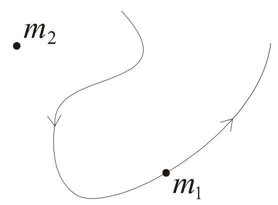
FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

B-3.1 Posolený rebrík (5 bodov)
Konečne nasnežilo! Pat a Mat sú z toho ale nešťastní. Potrebujú zhodiť sneh z komína, aby im mal kadiaľ Ježiško doniesť darčeky. Chodník aj stena sú ale teraz omrznuté a veľmi šmykľavé. Pat a Mat majú akurát jednu malú štipku soli. Bude rebrík opretý o stenu stáť, ak je trenie o chodník aj o stenu nulové? Ak nie, treba posoliť chodník alebo stenu?

B-3.2 Obláčiky dychu (5 bodov)
Hovorí sa, že keď pri dýchaní stúpa od úst para, je veľmi zima. Experimentálne zistite, či je to pravda a pokúste sa vysvetliť, kedy pri vydychovaní vzniká para. Závisí to len od počasia?

B-3.3 Červené oči (5 bodov)
Kde bolo, tam bolo, bolo Mikuláša. Vyumývané čižmičky stáli v okne a čakali na svoj tohtoročný prídel sladkostí, deti spokojne spinkali vo svojich postielkach a Mikuláš sa potichučky zakrádal komínom. Lenže nie všetci nepovolaní spali: malý detektív Maťko chcel konečne raz a navždy zistiť, kto sa skrýva pod maskou milého bradatého deduška. Zobral foťák, počkal si na správnu chvíľu a tajomného návštevníka odfotil. Cieľ bol jasný – odhaliť páchateľa podľa farby očí (mama – modré, tata – hnedé, sused – zelené). Aké veľké však bolo Maťkove sklamanie, keď na onej dôležitej fotke mal Mikuláš oči červené! Pokúste sa mu vysvetliť, v čom je problém červených očí na farebných fotkách, aby o rok konečne zožal úspech a záhadu vyriešil!

B-3.4 Mystické vplyvy (5 bodov)
Dve telesá na seba pôsobia záhadnou silou neznámeho pôvodu. Žiadne iné (vonkajšie) sily na telesá nepôsobia. Na obrázku je záznam pohybu jedného z nich a polohy oboch telies v magickom okamihu O. Vtedy ich rýchlosti spĺňali vzťah $v_2 = 3v_1$, pričom ich smer bol opačný. Navyše viete, že $m_1 = 3m_2$. Doplňte do obrázka dráhu druhého telesa a popíšte postup, akým ste prenikli za tajomnú oponu nepoznaného!



Tento seminár je organizovaný s podporou
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund
Iuventy
a KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 2. série
B-kategória (mladší)
17.ročník
zimný semester
školský rok 2000/2001

www.fks.sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

Pozor, pozor!

27. 1. – 2. 2. 2002 bude v Belušských Slatinách zimné sústredenie FKS. Na všetkých tých, čo prídu a neprídu tak o veľa zábavy, ale aj nejakej fyziky, sa už teraz teší

vaše **FKS**

B-2.1 Studené ruky (opravoval Priky)

Našej Katke je stále zima na ruky. Napadlo jej, že si ich zohreje vlastným dychom. Keď si na ne zblízka dýchla tak, ako sa dýcha na okuliare, keď chceme, aby sa zahmlili, zacítila teplo. Keď si na ruku normálne silno fúkla, bola jej iba ešte väčšia zima. Prečo? Odpoveď dobre fyzikálne zdôvodnite.

Zdravím vospolok!!! Hmm, tak zas ste zo mňa spravili tú šviňu, čo vám strhla body. Darí sa vám super :-). Ale nie, náhodou to dopadlo fajn. Asi to bude aj tým, že tento príklad bol ľahulinký a keď aj niekto nevedel úplne správne riešenie, tak niečo k veci „trepol" a ... už niečo mal. Tento príklad ozaj nebol ťažký, o čom svedčí aj to, že pred pár rokmi bol tento príklad aj v Pikofyze, ako ma pár ľudí v riešeniach informovalo... (Vďaka Logik za presnú citáciu vzoráku a času, kedy to bolo.) No napriek tomu ste to nemali všetci správne a ste teda určite vééééľmi zvedaví na vzorák, že áno? Tak teda tu ho máte :

Takým základom, ktorý si bolo treba uvedomiť je, že fúkaním spôsobom ako na okuliare máme väčší prierez úst (dúfam, že všetci :-), čiže rýchlosť prúdiaceho vzduchu z našich úst bude menšia ako keď fúkame tak normálne – vtedy máme menší prierez úst a ... teda aj rýchlosť prúdiaceho vzduchu z úst je väčšia. Toto ste zvládli skoro všetci, no potom ešte prišlo to zákerne ťažké, čo sa podarilo odhaliť už len málo komu. Bolo si totiž treba uvedomiť pár vecí, a to konkrétne:

1. ľudské telo má svoju určitú teplotu, ktorú aj vyžaruje von z tela, takže aj v jeho blízkosti je istá vrstvička s malilinkou hrúbkou, v ktorom je určitá teplota, no už o niečo menšia ako je teplota nášho tela. A samozrejme tá teplota v našej vrstvičke so vzdialenosťou od nás klesá.
2. aj náš dych má určitú teplotu, ktorá je rovná približne teplote nášho tela a dôležité je si uvedomiť, že teplota dychu je väčšia ako teplota vo vrstvičke v blízkosti tela. Navyše predpokladáme, že si ruky chceme zohriať a preto na ne fúkame zblízka. Vtedy môžeme teda zanedbať zmiešavanie s okolitým vzduchom a následné ochladzovanie.
3. pri fúkaní veľkou rýchlosťou sa pôvodne stlačený vzduch (bez toho by sa nám mu nepodarilo udeliť veľkú rýchlosť) rozpína. Keďže ide o rýchly dej, rozpínanie bude zhruba adiabatické a pri ňom, ako vieme, nastáva pokles teploty plynu. Takže rýchly prúd vzduchu dopadajúci na našu ruku bude mať nižšiu teplotu.

A teraz, keď už vieme všetky tieto k životu potrebné informácie, tak si ich už len dáme dokopy (veď všetko so všetkým vždy súvisí :-) a dostaneme správne riešenie. Čiže:

Pri normálnom fúkaní fúkame s menším prierezom úst $\Rightarrow$ vzduch prúdi väčšou rýchlosťou a ... odfukuje tú vrstvičku teplého vzduchu v okolí našej ruky a preto pocítime chlad. Naše telo ale ochotne dodá nejaké to teplo a o chvíľku tam máme zas teplú vrstvičku, ktorá akoby izolovala našu ruku.

pri fúkaní spôsobom ako na okuliare fúkame s väčším prierezom úst $\Rightarrow$ vzduch z úst odfukujeme s menšou rýchlosťou a.... keďže má aj väčšiu teplotu ako teplá vrstvička v okolí ruky , tak pocítime na svojej ruke teplo.

No neodpustím si jednu dôležitú poznámku, resp. dobrú správu pre experimentátorov. Ak by sa to niektorý z vás odhodlal skúšať niekde na Severnom Póle alebo v jednej nemenovanej učebni na matfyze (F2), o ktorej je známe, že je to mraznička, začnú sa diať veci nevídané. Ja som to minule skúšal po takej trojhodinovej prednáške z analýzy, po ktorej som bol už na kosť zmrznutý. Nech som fúkal ako som chcel, stále som cítil teplo :-). Takže... asi nie všetko je vždy pravda. Tým som nechcel povedať, aby ste mi neverili. Nebojte, body, ktoré ste dostali sú pravdivé.

Ešte však musím spomenúť chyby, ktoré ste postvárali v riešeniach. Mnohí ste uvažovali tak, že ste si povedali: tá vzdialenosť fúkania bude veľká, takže dochádza k premiešavaniu vzduchu, a teda aj k jeho ochladzovaniu. Takto ste mnohí vysvetlili Katkin pocit chladu. To správne nie je, pretože Katka sa chcela zahriať a tak si určite fúkala na ruky zblízka! No a pri malých vzdialenostiach to premiešavanie dychu s okolitým vzduchom nie je až také podstatné.

Tak aký z toho máte pocit teraz? Bolo to až také ťažké? Všakže nie? A ak ste to náhodou nemali správne, nezúfajte, v ďalšej sérií bude zas nejaký podobný príklad. Tak teda snáď nabudúce.

B-2.2 Perníková chalúpka (opravovala Rebro)

Babka Ježibabka sa rozhodla, že zmení svoje pôsobisko. Rada by svoju chalúpku presunúť z nadmorskej výšky 220 m do výšky 420 m.n.m. Je tam lepší vzduch, výhľad a vôbec. Nuž a využiť na to plánuje Janíčka a Marienku. Koľko litrov polotučného mlieka Ježibabka spotrebuje na výživu Janka a Marienky, keď potrebuje premiestniť 1200 perníkových tvárnic s rozmermi 30×20×15 cm? Potrebné ďalšie údaje si zistite sami alebo odhadnite.

P.S.: Pod výživou sa rozumie nahradiť energetické straty.

Ahojte, milá mládež. Pri opravovaní tohto príkladu som mala pocit, že dnešná mládež už rozprávku o Jankovi a Marienke nepozná. Jednak nevedia, že babka Ježibabka mala chalúpku z perníka (alebo nevedia, čo to perník je, súdiac podľa používaných hustôt) a tiež nevedia, že Janko a Marienka boli malé deti, tak desaťročné. Ale pekne poporiadku.

Viac-menej všetci ste prišli na to, že v celkovej spotrebovanej energii bude energia (práca) potrebná na vynesenie perníkových tvárnic o 200 metrov vyššie. Túto energiu si môžeme vypočítať zo zmeny energie perníkov. Meniť sa bude len ich potenciálna energia. A teda: $E_1 = pm_pgh$, kde p je počet perníkových tvárnic, m_p je hmotnosť perníka, h je zmena nadmorskej výšky, v našom prípade je to 200 m.

Hmotnosť perníka si vypočítame zo vzťahu: $m_p = \rho V$, kde ρ je hustota perníka, ktorú sme si odhadli na 400 kg/m^3 – perník má menšiu hustotu ako voda, no väčšiu ako polystyrén. Môžeme urobiť rôzne merania s rôznymi perníkmi, ako mnohí z vás, a keďže je to odhadový príklad krásne si to zaokrúhlime. No a konečne V je objem jednej tvárnice, zo zadaných rozmerov vyšlo $V = 0{,}009$ m^3.

Nuž a ďalej väčšina z vás nezašla. Výsledok sa však dramaticky zmení ak si uvedomíme, že Janko s Marienkou nenesú na kopec len tvárnice, ale aj sami seba! Energiu na to potrebnú vypočítame podobne ako E_1. Stačí len uvažovať o zmene energie, netreba počítať dráhu po nejakej naklonenej rovine, lebo trenie pri chôdzi nehrá žiadnu úlohu (naše milé detičky nepreŠmykujú...) a teda práca nezávisí od dráhy, ale len od zmeny energie. Je tu však jeden malý problém. Koľko asi tak Janko s Marienkou môžu odniesť naraz tvárnic? Ľudkovia milí, hromada z vás vôbec nie je milých, sú to tyrani horší od babky Ježibabky! Ako môžete dať malým deťom nosiť 20 kg, nehovoriac o tých, čo im na plecia naložili 50 kg a už vôbec nespomínam dievčinu, ktorá s tvrdením „veď Janko je chlap ako dub" naložila Janíčkovi na plecia 4 tony perníka. Tento príklad bol odhadový, veľa hodnôt si bolo treba odhadnúť, to znamená, že hodnoty si určím približne, zaokrúhlene. Ale hodnoty zodpovedajú realite, neberiem ich len tak z brucha (samozrejme pár z vás bolo milých a dalo im nosiť primerané bremená, dokonca niektorí ich nechali nosiť spolu len jednu tvárnicu na jeden raz). Z vyššie uvedených hodnôt vypočítame hmotnosť jednej tvárnice 3,6 kg. Podľa môjho svedomia a vedomia je vhodné dať Jankovi nosiť dve tvárnice a Marienke jednu, takže na jeden raz odnesú tri tvárnice, na kopec musia vyjsť 400 krát. A ešte si odhadneme ich hmotnosti. Ja som si povedala, že Janko má 40 kg, Marienka 30kg. Viac ako 50 kg ste im nedali. I keď i 50 kg je už dosť, keď si zoberiem, že 50 kíl mám i ja a nie som 10 ročné dieťa, ani podvyživený vysokoškolák.

Dostali sme teda príspevok $E_2 = (m_J + m_M)ghn$, kde m_J, m_M sú hmotnosti Janka a Marienky, h = 200 m a n je počet výstupov, t.j. koľkokrát vyniesli na kopec sami seba.

A do tretice niektorí z vás uvažovali aj o tom, že nejakú tú energiu spotrebujú na cestu z kopca. Táto energia nie je taká veľká ako E_2, resp. Nemožno ju takto počítať. Kým pri ceste nahor musia deti prekonávať gravitáciu, na to sa spotrebuje energia, pri ceste nadol im gravitácia ešte pomáha. Spotrebovanú energiu by sme mohli vypočítať odhadom času, rýchlosti cesty nadol, ale nie je potrebné ju uvažovať, je omnoho menšia ako energia potrebná na cestu nahor a môžeme ju zanedbať.

Aby som to zhrnula: celkovú energiu vypočítam $E = E_1 + E_2$.

Po dosadení všetkých hodnôt, ktoré sú vyššie uvedené, nám vyjde E = 64 640 kJ, a keď si pozrieme obal nejakého mlieka, zistíme, že liter mlieka nám dodá energiu 1,9 MJ (závisí od výrobcu a tučnosti mlieka, to moje bolo polotučné) – vaše hodnoty sa pohybovali od 1,7 do 2,1 MJ. No a konečne spotrebu mlieka vypočítame zo vzťahu: $s = E/1{,}9.10^6$.

Babka Ježibabka potrebuje na výživu detí zhruba 35 litrov mlieka. Samozrejme tento výsledok je približný, závisí od odhadnutých hodnôt, ktoré má každý iné a tiež nie je úplne presný, chcelo by to ešte započítať energiu potrebnú na dýchanie, tlkot srdca, ale i zdvihnutie tvárnic a podobne. Ale čo sme masochisti? Majte sa všetci krásne.

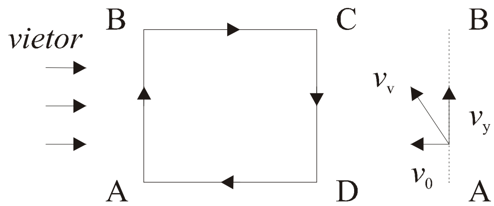
B-2.3 Preteky vo vetre (opravoval Fajo)

Malá mucha Puk sa rozhodla ísť na preteky v lietaní. Dráha má tvar štvorca so stranou dlhou dlhočizných 720 m. Mucha Puk dokáže letieť závratnou rýchlosťou 13 m/s. Má však jeden problém. Rovnobežne s nejakými dvoma stranami štvorca fúka nad celou dráhou silný vetrisko (5 m/s). Pravidlá súťaže hovoria, že z dráhy sa nesmie odchýliť ani o kúsoček. Ako dlho jej bude trvať jeden oblet štvorca, ak sa bude snažiť, ako sa len dá?

Ahojte! Tento príklad dopadol podľa očakávania celkom dobre, pretože patril medzi tie ľahšie. Aj tak sa ale v niektorých vašich riešeniach vyskytovali chyby: jednak to boli numerické chyby z nepozornosti, no a sem-tam aj nápady nedotiahnuté do konca.

Ako vlastne vyzerá správne riešenie? Mnohí z vás si správne uvedomili, že výsledný čas nezávisí od miesta na štvorci, z ktorého mucha Puk štartuje, veď vždy musí obehnúť dve strany kolmo na smer, jednu proti a jednu v smere vetra. Pre jednoduchosť povedzme, že začína v nejakom rohu. Ďalej si musíme pripomenúť, že mucha sa pri lete vlastne odráža pohybmi krídel od vzduchu. Situácia teda vyzerá nasledovne: Súťažiace muchy hodnotí nestranný pozorovateľ Ferko, ktorý stojí pevne na zemi a okolo neho fúka vo vodorovnom smere silný vietor s rýchlosťou $v_0 = 5$ m.s^{-1}. Vzhľadom na Ferka musí Puk obletieť štvorec so stranou s = 720 m (jeho strany AD a BC sú vodorovné). Ale mucha na to, aby sa vzhľadom na Ferka nehýbala, musí letieť oproti vetru práve rýchlosťou v_0, na čo spotrebuje časť z celkového výkonu (max. rýchlosť = 13 m.s^{-1}). Je to podobné ako keď plavec v rieke pláva proti prúdu tak, že pri pohľade z brehu stojí.

Celú dráhu môžeme rozdeliť na 4 úseky:



1. strana AB: Puk letí kolmo na smer vetra, pričom vo vodorovnom smere sa vôbec nehýbe.

Mucha teda musí letieť proti vetru rýchlosťou 5 m.s^{-1} vo vodorovnom smere a ostatný výkon využije na pohyb vo vertikálnom smere, pričom výsledná rýchlosť je maximálna možná rýchlosť, ktorú mucha dosiahne (13 m.s^{-1}). Rýchlosť v smere strany štvorca vypočítame z Pytagorovej vety: $v_v^2 = v_x^2 + v_1^2$, takže $v_1 = \sqrt{v_v^2 - v_x^2}$. Po dosadení číselných hodnôt rýchlostí $v_v = 13$ m.s^{-1} a $v_x = 5$ m.s^{-1} dostaneme $v_1 = 12$ m.s^{-1}. Puk preletí AB za čas $t_1 = s/v_1 = 720$ m / 12 m.s^{-1} = 60 s.

2. strana BC: Mucha letí rovnobežne s vetrom, čiže jej výsledná rýchlosť bude súčet max. rýchlosti a rýchlosti vetra, $v_2 = v_v + v_0 = (13 + 5)$ m.s^{-1} = 18 m.s^{-1}. Čas, za ktorý prejde Puk stranu BC, vypočítame zo vzťahu $t_2 = s/v_2 = 720$ m / 18 m.s^{-1} = 40 s.

3. strana CD: Puk letí opäť kolmo na smer vetra a v horizontálnom smere sa nehýbe. Takže si zase môžeme rozložiť rýchlosť muchy na vodorovnú zložku, ktorej veľkosť je rýchlosť vetra a vertikálnu zložku. Výsledná rýchlosť muchy je daná z Pytagorovej vety rovnako ako v prvom prípade, ale má opačný smer. Čiže $v_3 = \sqrt{v_v^2 - v_x^2}$, kde $v_v = 13$ m.s^{-1} a $v_x = 5$ m.s^{-1}, čiže $v_3 = 12$ m.s^{-1}. Puk teda prejde túto stranu za čas $t_3 = s/v_3 = 60$ s.

4. strana AD: Teraz musí Puk letieť proti vetru, takže výsledná rýchlosť je daná rozdielom max. rýchlosti a rýchlosti vetra: $v_4 = v_v - v_0 = (13 - 5)$ m.s^{-1} = 8 m.s^{-1}. Čas, za ktorý mucha prejde tento posledný úsek, je $t_4 = s/v_4 = 720$ m / 8 m.s^{-1} = 90 s.

No a konečne celkový čas, ktorý mucha potrebuje na to, aby prešla uvedený štvorec, je daný súčtom časov na všetkých úsekoch: $t = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = (60 + 40 + 60 + 90)$ s = 250 s. Puk obletí štvorec za 250 sekúnd, čo sú 4 minúty a 10 sekúnd .

Väčšina z vás sa dopracovala k správnemu výsledku, za čo ste boli aj patrične bodovo ohodnotení. Zopár ľudí podotklo, že pri výpočte zanedbávame čas potrebný na to, aby sa mucha v rohoch štvorca otočila (mucha najskôr musí zastaviť a pohnúť sa iným smerom), čo je správne, ale tento príklad je aj tak dosť zidealizovaný, keďže v realite by Puk nevedela letieť konštantnou rýchlosťou a len ťažko by sme ju donútili letieť po štvorci :-) Najčastejšou chybou, ktorá sa vyskytovala vo vašich riešeniach bol zlý výpočet rýchlosti v prípadoch, keď mucha letí kolmo na smer vetra. Niektorí z vás počítali výslednú rýchlosť zo vzorca $v = \sqrt{v_v^2 + v_x^2}$, kde v_v je maximálna možná rýchlosť muchy $v_v = 13$ m.s^{-1} a v_x je rýchlosť muchy vo vodorovnom smere $v_x = 5$ m.s^{-1}. Tento postup ale nie je správny, zodpovedá situácii, keď mucha Puk letí v smere strany štvorca bez ohľadu na vietor, ktorý ju odfukuje bokom. Tým by ale porušila pravidlá, podľa ktorých sa má držať štvorca!

Ináč vás chcem pochváliť za pekne vypracované riešenia. A že či Puk vyhrala preteky? Bohužiaľ nie, skončila druhá a predbehol ju iba nejaký zlý ovad.

B-2.4 Pozor, zákruta (opravovala Miša)

Cyklista Ferko (M = 60 kg) uháňal na svojom Favorite® rovno za nosom rýchlosťou v = 6 m/s, keď tu zrazu zazrel svojich kamarátov. Chcel im ukázať, aký je dobrý, a tak zodvihol nohy z pedálov a vyložil si ich na riadidlá. Potom sa nahol a obišiel ich po kruhovej dráhe s polomerom R = 10 m a pokračoval ďalej v jazde. Ako dlho mu trvalo, kým opísal celý kruh?

Milí mladí fyzici!

Viem, že, mnohých z vás pohľad na obodovanie tohto príkladu asi veľmi nepoteší, ale nič sa nedá robiť. Nevešajte sa však preto, ten príklad naozaj nebol ľahký (a nezadávala som ho ja…). Takže sa teraz spoločnými silami pokúsime prísť k niečomu, čo sa od Vás očakávalo – k správnemu riešeniu.

Najskôr si vyjasnime, o aký pohyb nám tu vlastne ide. Keď Ferko prestane pedálovať, jeho rýchlosť by sa – ak by ďalej šiel rovno za nosom – už nezvyšovala. Prakticky by sa mala v dôsledku odporu vzduchu, trenia a všelijakých iných nepríjemností znižovať, ale – ako ste mnohí správne podotkli – vzhľadom na krátke trvanie celého pohybu a ich malý efekt ich s čistým svedomím môžeme zanedbať…

Problém nám vzniká Ferkovým naklonením. (A tu by už väčšina z Vás mala zbystriť pozornosť!) Ferkovo ťažisko sa týmto jeho činom zníži a keďže nám platí zákon zachovania mechanickej energie sústavy, zníženie potenciálnej energie ťažiska sa nám bude musieť prejaviť vo zvýšení kinetickej energie. Teda môžeme napísať našu prvú pomocnú rovnicu v ceste za úspechom:

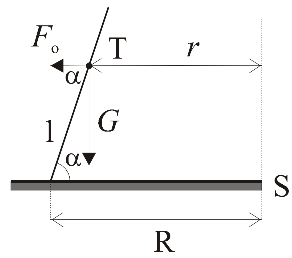
$$mv_0^2/2 + mgl = mv^2/2 + mgl\sin\alpha$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gl\,(1 - \sin\alpha). \qquad (1)$$

Z toho vidíme, že tá rýchlosť bude iná ako tá rýchlosť pôvodne zadaná…

Z obrázka (a asi aj z Vašich súkromných predstáv) zistíme, že sa zmení i vzdialenosť ťažiska od stredu kružnice:

$$r = R - l\cos\alpha. \qquad (2)$$



Tak, a čo by sme ešte z našej situácie mohli vyťažiť? Pôsobia nám tu ešte nejaké "využiteľné" sily – odstredivá a tiažová. Aby nám Ferko z bicykla nespadol, asi by sa mali veľkosti ich zložiek kolmých na naklonenú sústavu rovnať (viď obr.).Potom môžeme písať:

$$F_o\sin\alpha = G\cos\alpha,$$

$$\frac{mv^2}{r}\sin\alpha = mg\cos\alpha,$$

$$\frac{v^2}{r}\sin\alpha = g\cos\alpha. \qquad (3)$$

Ako ste si isto všimli, (1), (2) a (3) sú rovnice o troch neznámych (v, r, α), teda sú riešiteľné (výšku ťažiska l, keďže nebola zadaná, si každý z vás vie určite nejako rozumne odhadnúť, bude to nejaký ten meter…). Ak by ste ich skúsili otrocky riešiť (niekto to myslím aj skúsil), zistili by ste, že vám vychádzajú strašne škaredé rovnice štvrtého stupňa, prípadne nesmierne veľa goniometrických funkcií, z čoho zistiť hľadaný uhol nie je žiadna slasť… Škaredému počítaniu sa môžeme vyhnúť použitím nejakého matematike nakloneného programu (tak to urobil váš kolega, fyzik Kubo), prípadne sa budeme správať ako poriadni fyzici a skúsime niečo pozanedbávať. Z (3) si vyjadríme tg$\alpha = gr/v^2$ a namiesto r a v si do tohto vzťahu dosadíme pôvodné R a v_0. Môžeme to urobiť, pretože ak si dáme do pomerov pôvodné a nové hodnoty pre rôzne nami zvolené uhly, zistíme, že r/R bude pre $\alpha = 45°$ asi 0,92 a napr. pre $\alpha = 60°$ to bude 0,94. Teda vidíme, že veľký rozdiel medzi oboma hodnotami nebude. Podobne postupujeme aj pri rýchlosti, ktorú tiež mienime zanedbať (pomer v/v_0 bude pre tie isté – v podstate už veľmi krajné uhly, o ktoré by sa teoreticky Ferko mohol nakloniť – hodnoty uhlov vychádzať 1,09 resp.1,05, čo sú vskutku zanedbateľné zmeny).

Pri prvom dosadení bude $\alpha = 77{,}609°$, túto hodnotu potom dosadíme do (1) a (2) a vyjdú nám naše dlho očakávané hodnoty: $v^2 = 37{,}201$ m^2/s^2 a $r = 9{,}655$ m. Ak by sme chceli tieto hodnoty ešte viac spresniť, môžeme zopakovať celý tento zanedbávací proces viackrát (do (3) dosadíme novovypočítané hodnoty v a r a dostaneme tak ešte presnejší uhol naklonenia; ten potom opäť dosadíme do (1) a (2) a pokračujeme až do nášho úplného vyčerpania…).

(Mne napríklad po druhom približovaní vyšli hodnoty $v^2 = 37{,}358$ m^2/s^2 a $r = 9{,}634$ m, s ktorými budem pracovať v mojich ďalších výpočtoch.)

A práve teraz nastáva tá slávnostná chvíľa, kedy si tieto hodnoty so všetkou spokojnosťou môžeme dosadiť do vzťahu na výpočet času rovnomerného pohybu po kruhovej dráhe, ktorý bol v drvivej väčšine vašich riešení jediným použitým vzorcom….Takže $T = 2\pi r/v = 9{,}899$ s. No, sláva!!! Presne toto sme chceli. Ďakujem za pozornosť a vytrvalosť.

A teraz všetci sadnite na bicykel a nechajte si to prejsť hlavou niekde vonku. (Alebo radšej bez bicykla- predsa už je na bicyklovanie dosť veľká zima…)

P.S.: Ďakujem Čermovi a spol. za podporu pri počítaní a obrázok a Prikymu za neoceniteľné technické rady pri písaní vzoráku…

B – kategória, **2. séria** zimného semestra 17. ročníka FKS

	Priezvisko	Meno	Trieda	Skola	①	B-2.1	B-2.2	B-2.3	B-2.4	☠	Σ
1.	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	19,50	4,0	3,0	5,0	5,0		36,50
2.	Stolc	Miroslav	sx.	G Nitra Párovská	17,00	0,5	6,0	5,0	4,0	-1	31,50
3.	Dzetkulič	Michal	1 A	G PH Michalovce	17,37	0,5	3,0	5,0	3,5		30,81
4.	Struhár	Pavel	1 A	G BA J. Hronca	13,70	4,0	6,0	5,0	1,0		30,66
5.	Molnárová	Katarína	1 D	G KE Šrobárova	14,55	3,5	5,5	5,0	0,5		30,24
6.	Batmendijnová	Zuzana	sx.	G T. Vansovej	16,00	2,0	6,0	5,0	1,0		30,00
7.	Jurov	Dávid	1 D	G Humenné	16,55	2,5	3,0	5,0	1,0		29,51
8.	Trubenová	Barbora	2 A	G BA J. Hronca	14,50	3,0	5,5	5,0	2,5	-1	29,50
9.	Burger	Michal	sx.	G BA Grösslingova	18,00	4,0	2,5	4,5	1,0	-1	29,00
10.	Sasák	Róbert	1 D	SPŠE Pieštany	14,82	0,5	5,5	5,0	1,0		28,26
11.	Petruľák	Matúš	1 B	G BA Grösslingova	15,70	3,5	3,0	5,0	0,5	-1	28,14
12.	Babjak	Viktor	2 A	G LS Bardejov	13,00	1,0	6,0	5,0	4,0	-1	28,00
	Brutovská	Eva	sx.	G Kežmarok	12,50	4,0	3,0	5,0	3,5		28,00
	Lauko	Martin	sx. A	G JL Martin	13,00	4,0	6,0	5,0	1,0	-1	28,00
15.	Kvašňáková	Katka	2 E	G K2 Prešov	14,50	1,0	5,0	5,0	1,0		26,50
16.	Bratko	Milan	kv. A	G BA Pankúchova	13,37	0,5	5,0	5,0	1,0		26,33
17.	Rajniaková	Gabriela	kv.	G Liptovský Mikuláš	11,37	4,0	5,5	5,0	-	-1	26,06
18.	Uhrin	Tomáš	1 E	G PH Michalovce	11,50	4,0	3,0	5,0	1,0		25,87
19.	Molčány	Michal	2 A	SPŠE BA K.Adlera	14,00	1,0	6,0	4,5	-		25,50
20.	Baník	Dušan	2 A	G Poprad Popr. nábr.	14,00	0,5	5,5	5,0	1,0	-1	25,00
	Richter	Kornel	2 A	G KE Akvinského	14,50	0,5	6,0	5,0	-	-1	25,00
22.	Neilinger	Pavol	2 A	G Dunajská Streda	14,50	0,5	5,0	4,0	0,5		24,50
	Šoltésová	Mária	2 B	G BA Grösslingova	14,00	3,5	3,0	5,0	-	-1	24,50
24.	Fialka	Vlado	2 E	G K2 Prešov	11,00	2,0	6,0	5,0	1,0	-1	24,00
25.	Javorková	Eva	sx.	OG Zvolen	14,00	0,5	6,0	3,0	1,0	-1	23,50
	Mánik	Tomáš	2 C	G BST Lučenec	11,00	4,0	3,0	4,5	1,0		23,50
	Žák	Vladimír	2 A	G LS Bardejov	12,00	1,0	3,0	5,0	3,5	-1	23,50
28.	Karabínoš	Juraj	1	G BA Grösslingova	13,70	0,5	3,0	4,5	1,0	-1	23,18
29.	Vojtko	Andrej	kv. A	G Skalica	12,97	1,0	2,5	5,0			22,93
30.	Mikulík	Andrej	2 B	G BA Grösslingova	13,50	1,0	3,0	5,0	-		22,50
31.	Celuchová	Zuzana	2 E	G K2 Prešov	10,50	0,5	6,0	5,0	1,0	-1	22,00
	Kliman	Ján	2 B	G Ziar nad Hronom	10,00	0,5	5,5	5,0	1,0		22,00
	Potočková	Zuzana	sx.	G Liptovský Mikuláš	11,50	0,5	6,0	4,0	1,0	-1	22,00
34.	Gašparík	Peter	1 B	G AV Levice	8,91	4,0	2,5	5,0			21,87
35.	Kšiňan	Stanislav	1 B	G Bánovce n/Bebr.	10,49	1,5	3,0	5,0	1,0	-1	21,48

36.	Čajkovičová	Alexandra	2	A	G Trnava Angely Merici	12,50	0,5	3,0	5,0	1,0	-1	21,00
37.	Savincová	Katarína	1	E	G PH Michalovce	8,44	1,5	5,5	4,0	1,0	-1	20,88
38.	Bališ	Peter	2	A	G Poprad Popr. nábr.	11,50	0,5	4,5	5,0	-	-1	20,50
	Hornák	Rastislav	2	D	SPŠE Piešťany	12,00	1,0	3,0	4,0	0,5		20,50
	Jurko	Martin	2		G KE STA	8,50	0,0	6,0	5,0	1,0		20,50
	Poláček	Lukáš	2		G Modra	11,00	1,0	3,0	5,0	0,5		20,50
42.	Lampášová	Júlia	kv.		G Považská Bystrica	12,00	1,0	2,0	4,0	1,0	-1	20,44
43.	Pokrývková	Katarína	2	A	G Bánovce n/Bebr.	12,50	0,5	3,0	4,0	0,5	-1	19,50
44.	Lakatoš	Pavol	2	A	G Veľké Kapušany	10,50	0,5	3,0	5,0	1,0	-1	19,00
	Matlák	Roman	2		G KE Saca	11,00	0,5	3,0	4,0	1,5	-1	19,00
	Prievalský	Juraj	2	A	G VBN Prievidza	10,00	0,5	5,0	3,0	0,5		19,00
47.	Kajan	Michal	2	B	G Komárno ĽJŠ	8,50	4,0	3,0	3,0	-		18,50
48.	Fidmik	Ján	2	AB	G KE Šaca	10,50	0,5	3,0	3,5	1,5	-1	18,00
	Naď	Miroslav	2	A	G Veľké Kapušany	9,50	1,5	5,5	3,0	0,5	-2	18,00
50.	Salajka	Lukáš	2	A	SPSE Tvrdošín	8,00	1,0	4,5	5,0	1,0	-2	17,50
51.	Sufliarsky	Peter	2	C	G Nové Zámky	9,50	-	2,5	4,5	0,5		17,00
52.	Škriniar	Jakub	2	A	G VBN Prievidza	10,50	1,0	-	4,5	1,0	-1	16,00
53.	Patáčik	Ivan	2		G Partizánske	8,50	0,5	3,0	2,5	1,0		15,50
	Sčensný	Jozef	sx.	B	G Nitra	7,50	0,5	3,0	4,5	-		15,50
	Soták	Tomáš	2		G KE Šaca	7,50	0,5	3,0	4,0	1,5	-1	15,50
56.	Majorošová	Gabriela	2	A	G Veľké Kapušany	8,90	0,0	3,0	3,5	1,0	-1	15,40
57.	Piešťanský	Juraj	1	A	G Bánovce n/Bebr.	4,97	0,5	3,0	4,0	1,0		14,93
58.	Feketeová	Erika	2	A	G Veľké Kapušany	8,10	0,5	3,0	3,0	1,0	-1	14,60
59.	Sütőová	Helena	sx.	B	OG Štúrovo	-	4,5	3,5	3,0	3,0		14,00
60.	Galčík	Peter	1	A	G Stropkov	7,37	0,0	3,0	3,0	-	-1	13,63
61.	Rističová	Lucia	2	C	G VPT Martin	4,50	1,5	3,0	5,0	-	-1	13,00
62.	Podstupková	Jana	2		G BA Grösslingova	3,00	0,5	-	5,0	4,0		12,50
63.	Sáreník	Ján	2	F	G BB Tajovského	9,50	1,0	0,5	3,0	-	-2	12,00
64.	Breuer	Tomáš	2	E	SPŠE Piešťany	3,50	1,0	2,5	4,0	0,5		11,50
	Ranová	Ivana	1	B	G BA J. Hronca	11,50	-	-	-	-		11,50
66.	Kulík	František	1	E	G Humenné	7,44	0,5	2,0	1,5	-	-1	11,40
67.	Vontorčíková	Lenka	2	C	G VPT Martin	5,00	0,5	3,0	3,0	0,5	-1	11,00
68.	Santusová	Ivana	2	C	G VPT Martin	2,60	0,5	5,5	1,0	1,0		10,60
69.	Bednárik	Michal	2	A	G VPT Martin	6,00	0,0	2,5	2,0	1,0	-1	10,50
	Činčár	Ján	2		G KE Šaca	10,50	-	-	-	-		10,50
	Duchoňová	Jaroslava	sx.		G VBN Prievidza	10,50	-	-	-	-		10,50
	Koloda	Ján			G KE - Šaca	-	3,5	3,0	4,0	1,0	-1	10,50
	Trtílek	Radovan	2	C	G VPT Martin	2,50	-	3,0	5,0	1,0	-1	10,50
74.	Faťol	Vladimír	1	E	G PH Michalovce	1,70	0,0	3,0	4,0	1,0	-1	10,14
75.	Chnupa	Juraj	2	E	SPŠE Piešťany	4,50	0,5	2,0	2,5	-	-1	8,50
	Magula	Peter	sx.	A	OG Zvolen	3,00	1,0	3,0	2,0	0,5	-1	8,50
	Palušáková	Katarína	2	C	G VPT Martin	2,50	0,5	2,5	2,0	1,0		8,50
	Pikna	Peter	2	D	G BA Metodova	1,00	0,5	3,0	3,0	1,0		8,50
79.	Zajac	Peter	2		???	8,00	-	-	-	-		8,00
80.	Švecová	Lucia	1	A	G BB Tajovského	0,00	0,0	0,5	3,0	2,5		7,26
81.	Horváth	Matej	2	A	SPŠE Bratislava	7,50	-	-	-	-	-1	6,50
	Solčanský	Marek	2	E	SPŠE Piešťany	1,50	1,0	1,5	2,5	1,0	-1	6,50
83.	Végsö	Karol	1	A	G KE Poštová	-2,00	1,5	1,0	3,5	3,0	-2	6,49
84.	Horváthová	Alexandra	kv.		G Nitra Párovská	5,82	-	-	-	-		5,82
85.	Kukuricáš	Marcel	2		G KE Štefánika	5,50	-	-	-	-		5,50
86.	Sikhartová	Hana	2	D	G BA Grösslingova	5,00	-	-	-	-		5,00
87.	Kuková	Mária	2	F	G VPT Martin	4,50	-	-	-	-		4,50
	Poništ	Milan	2	A	G VPT Martin	4,50	-	-	-	-		4,50
89.	Kamenská	Katarína	2	C	G VPT Martin	-	0,0	2,5	1,0	0,5		4,00
90.	Frkáňová	Katarína	2	C	G VPT Martin	4,50	0,0	2,5	1,0	0,5	-5	3,50
91.	Holiga	Marián	2	C	G VPT Martin	2,50	-	-	-	-		2,50
92.	Kubová	Miška	1	A	G Vrbové	2,37	-	3,0	1,0	-	-5	2,33
93.	Cerešňa	Michal	2	B	G Nové Zámky	2,00	-	-	-	-		2,00
94.	Kulichová	Ingrid	2	A	G VPT Martin	1,50	-	-	-	-		1,50
95.	Kišová	Martina	2	A	G VPT Martin	1,00	-	-	-	-		1,00
	Komadel	Lukáš	2	E	SPŠE Piešťany	1,00	-	-	-	-		1,00
97.	Soláriková	Janka	1	C	G VPT Martin	3,00	0,0	0,5	1,0	1,5	-2	-1,24

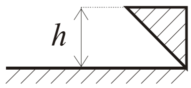
FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo zimnej časti 17. ročníka
A-kategória (staršia)
školský rok 2001/2002
termín príchodu riešení
5. 12. 2001

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
`riesenia@fks.sk`
`info@fks.sk`

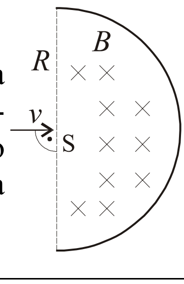
A-3.1 Barová úloha (5 bodov)
Na obrázku máme nakreslený prierez mantinelu biliardového stola. Je skonštruovaný tak, aby pri náraze naň biliardová guľa neprešmykovala. Vypočítajte, aká musí byť výška h hornej hrany mantinelu, ak je polomer biliardovej gule r.



A-3.2 Dlhý, široký a bystrozraký (5 bodov)
Krátkozrakí ľudia niekedy pri pohľade do diaľky žmúria, aby videli veci ostrejšie. Pri fotoaparáte sa zasa pre dosiahnutie väčšej ostrosti používa clona. Prečo?

A-3.3 Prastarý gramofón (5 bodov)
Aby starodávne gramofóny hrali, bolo ich treba natočiť kľukou. Ako zosilňovač fungovala veľká lievikovitá rúra. Bez rúry gramofón skoro nebolo počuť, ale s ňou hral krásne. Kde vzala rúra energiu na zosilnenie zvuku?

A-3.4 FKS náboj (5 bodov)
Do polkruhovej oblasti s polomerom R s magnetickým poľom B kolmým na rovinu polkruhu vlieta kolmo elektrón rýchlosťou v tak ako na obrázku. Hranicu oblasti (polkružnicu) tvorí ideálne zrkadlo, od ktorého sa elektrón po dopade pružne odrazí. Aká bola pôvodná rýchlosť elektrónu v, ak vieme, že sa po odraze od zrkadla vrátil do počiatočného bodu?



Tento seminár je organizovaný s podporou
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund
Iuventy
a KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 2. série
A-kategória (staršia)
17.ročník
zimný semester
školský rok 2000/2001

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
riesenia@fks.sk
info@fks.sk

Pozor, pozor!

27. 1. – 2. 2. 2002 bude v Belušských Slatinách zimné sústredenie FKS. Na všetkých tých, čo prídu a neprídu tak o veľa zábavy, ale aj nejakej fyziky, sa už teraz teší

vaše **FKS**

A-2.1 Bublinka pod tlakom (opravoval Tomáš)

Hermeticky uzavretý sud je úplne naplnený vodou. Na jeho dne je jediná malá bublinka. Tlak na dno suda je v tomto okamihu p. Ako sa tento zmení, ak bublinka vypláva nahor pod poklop suda? Uvedomte si, že voda je nestlačiteľná.

No, vy ste tomu dali… vyskytlo sa zopár správnych riešení (pozdravujem všetkých odpisovačov) ale inak bieda. Pozrime sa teda na tú úlohu. Bublinka je na spodku suda. Jej tlak je P, čo je zároveň aj tlak vody tesne pri dne suda (robíme veľa zanedbaní, na záver si však kľudným svedomím budeme môcť povedať, že všetky boli oprávnené). Tlak na dno suda je teda P. Bublinka vypláva nahor. Jej objem sa pritom nezmení, uvedomte si, že sud je hermeticky uzavretý a voda nestlačiteľná. Jej teplota sa zmení nepatrne – prakticky vôbec. To znamená, že sa nezmení ani jej tlak.

Vďaka Pascalovmu zákonu bude mať celá vrstva vody pod vrchom suda obsahujúca bublinku ten istý tlak P. Tlak na dno suda v tomto prípade bude P plus hydrostatický tlak vody, ktorý je ρgh (význam symbolov je dúfam každému jasný). Tlak na dno sa teda zväčšil o ρgh. Pritom tlak P je určite menší než ρgh, pretože tlak v bublinke na začiatku je daná práve týmto tlakom vody nad ňou. Prirátа sa však aj možné stláčanie suda.

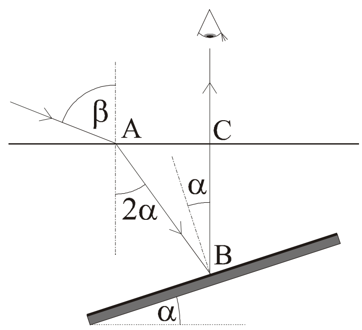
Toto ste niektorí spravili, no nikto sa nad výsledkom príliš nezamýšľal. Uvedomte si, že ρgh môže byť obrovské číslo a tento výsledok pritom, ako sa zdá vôbec nezávisí od objemu bublinky. To sa takýto výsledok nikomu z vás nezdal divný? (Svetlou výnimkou je Andrej Osuský.) Nie je čudné, že malá bublinka zvýši tlak na dno suda o 100 kPa? Je takéto čosi vôbec možné? Môže sa stať, že tých 100 kPa roztrhne sud? Je možné aby malilinká bublinka rozdrapila sud ako mokrý papier?

No vážne, celé je to trošku inak. Predstavte si tú bublinku veľmi malú. Tlak v sude sa naozaj zvýši o tých 100 kPa. Problém je v tom, že tento tlak sa nijako neprejaví. Je to akýsi virtuálny tlak, dokonca ho ani nezmeriame. Ako sa totiž v praxi prejavuje tlak? Ak sa potápam, cítim tlak vody. To znamená, že voda okolo mňa sa snaží vyplniť priestor, v ktorom sa nachádzam. Podobne, ak meriam tlak v pneumatike, tlak vzduchu sa prejaví tak, že sa natlačí do rúrky tlakomera a stlačí pružinu, ktorá je v ňom. V našom sude síce je obrovský tlak, avšak, čo sa stane, ak sa tento tlak bude chcieť prejaviť? Napríklad, ak by sme navŕtali dno suda a pripevnili naň tlakomer. Voda sa nahrnie do rúrky tlakomera a bublinka sa roztiahne. A ak je bublinka ozaj malá, jej tlak pritom prudko klesne. Tlakomer v konečnom dôsledku nameria iba tlak P, tých virtuálnych 100 kPa sa neprejaví. Z toho istého dôvodu nemôže bublinka sud roztrhnúť. Ak by sa sud máličko zdeformoval, tlak v bublinke rapídne klesne a žiadny veľký prask sa nekoná.

Na záver: povrchové napätie vody, nerovnosti pod povrchom suda, sud nemá ideálne vodorovný vrch… Zrátajte si, aký tlak spôsobí v bublinke o polomere 0,1 mm. Deformácia bublinky pod povrchom suda tento tlak ešte zmenší. Výsledok je v porovnaní s našimi 100 kPa, na ktoré sa hráme, zanedbateľný. To je odo mňa na dnes všetko, dobrú noc, pekné fyzikálne sny a nezabúdajte, že surová intuícia nie je väčšinou ideálny spôsob riešenia FKS...

A-2.2 Zrkadielko podvodník (opravoval Matúš)

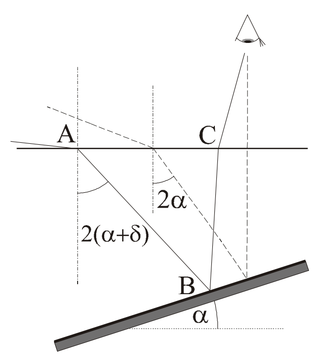
Na dne veľkého akvária máme zrkadlo. Keď zviera s dnom určitý uhol α, vidíme jednu jeho polovicu svetlú a druhú skoro úplne tmavú. Ako je to možné? Pri akej hodnote uhla α takáto situácia nastáva? Odpoveď fyzikálne zdôvodnite. Môžete si to samozrejme sami aj vyskúšať. Ak sa Vám to podarí, napíšte aj o tom.



V zadaní sa píše čosi o tmavej polovici zrkadla. Záhadné a nečakané stmavnutie môže byť len ťažko spôsobené niečím nesúvisiacim s medzným uhlom, na ktorý si určite v súvislosti s lomom svetla spomínate. Skúsme skúmať situáciu na prvom obrázku. Pri našom pohľade zhora (tak ako bolo zadané) sa lúče pri výstupe z vody (v bode C) nelámu. To znamená, že pri svojom dopade na zrkadlo zvierajú s kolmicou uhol α (rovný sklonu zrkadla). Pod rovnakým uhlom sa musia aj odraziť. Preto je uhol medzi lúčom a kolmicou v bode A rovný 2α. Presviedča nás o tom obrázok a napríklad taká tá veta o striedavých uhloch z geometrie: kolmice v bodoch A a C sú rovnobežné, s kolmicou v C zviera lúč po odraze v bode B uhol 2α, preto musí rovnaký uhol zvierať s kolmicou v A…

Ostáva zistiť, kedy by dochádzalo v bode A k lomu pod medzným uhlom. Vtedy, keď platí $\beta = 90°$. Dosadíme do zákona lomu ($n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$) toto a ešte $n_1 = n$, $n_2 = 1$ a dostaneme $1 = n \sin(2\alpha)$. Kde sa vzal, tu sa vzal, vyšiel nám hľadaný kritický sklon zrkadielka

$$\alpha = \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{n}.$$



Teraz už je načim zistiť, ako presne nastáva spomínané stmavnutie polovice zrkadielka. Pozrime sa bližšie na druhý obrázok. Nech uhol α je presne taký, že lúč smerujúci zvislo nadol sa v bode C láme pod medzným uhlom. Pozrime sa na zúbky lúču prichádzajúcemu z ľavej polovice zrkadielka (na obrázku ľavej, vo všeobecnosti tej čo je hlbšie pod vodou ako bod zrkadielka presne pod naším okom). Ten nie je v poslednom úseku cesty zvislý, ale vchádza do oka tak ako na obrázku, s nejakým odklonom ε od kolmice. Ešte vo vode bol uhol medzi kolmicou v bode A a týmto lúčom δ – podľa zákona lomu by sme ľahko zistili jeho hodnotu v závislosti od ε, stačí nám však istota, že je to kladné číslo. Uhol dopadu lúča na zrkadielko je rovný $(\alpha + \delta)$ a podobne ako na začiatku nakoniec zistíme, že pri lome v bode A je výsledný uhol medzi kolmicou a lúčom dvojnásobok tejto hodnoty, teda $2(\alpha + \delta)$. Takýto lúč sa však pod vodnú hladinu nedostane! Pod vodou môžeme nájsť iba uhly menšie ako ten, ktorý dostaneme pri lome pod medzným uhlom. To v praxi znamená, že k nám z ľavej polovice zrkadielka žiadne lúče neprichádzajú, slovami bežného človeka tá polovica je tmavá. Mnohí ste si to však vyskúšali a videli ste čosi iné. Čo s tým?

Malá časť z vás videla to, čo bolo popísané v zadaní, teda tmavú opačnú polovicu zrkadielka. To sa vo fyzike občas stáva, že človek pozoruje to, čo chce pozorovať a nie to, čo naozaj je. Nemusím asi zdôrazňovať, že by sa to stávať nemalo. Tak pozor nabudúce – riaďte sa zásadou “Never ani vlastnému bratovi a FKS už vôbec nie!”…

Omnoho častejšie však bolo smutné konštatovanie, že nami sľubované magické zážitky neprišli. Teória je však neúprosná – ten jav má nastať! Kde je teda problém? V usporiadaní experimentu. Vo výpočtoch vyššie sme uvažovali iba tie lúče, ktoré do vody prichádzajú cez hladinu zo vzduchu. Teda ak má niekto pod vodou svetlomet, jeho lúče sa môžu odrazom od zrkadielka dostávať do nášho oka a ono sa nám nebude zdať tmavé. Väčšina z vás však pod vodou svetlomety nemala (malá pochvala – nemal ich tam nikto! :-). Pozor ale. V podstate tam boli, aj keď nie priamo. Lúče prechádzajúce bočnými stenami akvárií, alebo rozptýlené smaltovaným dnom vane radi splnili ich úlohu a spoľahlivo svojim šumom prehlušili akékoľvek pozorovateľné efekty. Skúste si to preto ešte raz s akváriom so stenami oblepenými tmavým papierom a hádam sa dočkáte vytúžených zážitkov. Veľa zdaru!

A-2.3 Súboj o drahokam (opravoval Martin Plesch)

Plť dĺžky L = 10 metrov má hmotnosť m = 10 kg a pláva na vode blízko brehu tak ako na obrázku. Nie je o breh uviazaná, jediným jej spojivom s pevninou je tyč s hmotnosťou 1 kg položená jedným koncom na breh, druhým na okraj plte. Koeficient trenia medzi tyčou a pevninou, resp. plťou je f = 0,1. Uprostred tyče je vzácny drahokam. Na opačnom konci plte stojí námorník Pepek s hmotnosťou M = 80 kg a vie, že o 30 sekúnd priletí sup Brutus a drahokam si vezme. Stihne sa k nemu Pepek dostať skôr? Pozor, ak sa bude príliš ponáhľať, drahokam môže spadnúť do vody! Neuvažujte to, že pri svojej chôdzi Pepek plť rozhojdáva.

Na moje veľké prekvapenie a ešte väčšie potešenie väčšina z vás nemala s príkladom vážnejšie problémy. Niekoľkí sa však k výsledku, že drahokamu sa zmocní obávaný vták Brutus, prepracovali nie celkom korektne. Poďme sa teda pozrieť, ako sa to dalo zistiť rýchlo a bez použitia derivácií.

Drahokam (so zanedbateľnou hmotnosťou) je položený na doske o hmotnosti 1 kg. Doska sa opiera na oboch koncoch, na jednej strane brehu a na druhej strane plte. Na plť teda pôsobí zvislou silou *g*/2. Predpokladáme, že plť sa nesmie vôbec pohnúť, inak by sa nám drahokam stratil v nedoziernych hlbinách. Maximálna sila, akou môže Pepek pôsobiť pri svojom rozbehu na plť teda bude rovná maximálnej trecej sile, ktorá je $0{,}1g/2 \approx 0{,}5\ \mathrm{N}$. Takáto sila udelí vytrénovanému námorníkovi relatívne malé zrýchlenie, a to $a = F/m \approx 0{,}00625\,\mathrm{m.s^{-2}}$. Ak predpokladáme, že pohyb bude rovnomerne zrýchlený (iné prípady rozoberieme neskôr), dráha, ktorú prejde za 30 sekúnd bude $s = \frac{1}{2}at^2 \approx 2{,}81\ \mathrm{m}$, čo je o dosť menej ako potrebných 10 metrov. A sme hotoví, nestihne to.

Ešte sa môžeme zaoberať prípadom, že by zrýchlenie pri pohybe nebolo konštantné. Pepkovi by to v nijakom prípade nepomohlo, pretože jeho okamžité zrýchlenie v každom čase by muselo byť menšie alebo rovné ako naše, vypočítané zrýchlenie (inak by sa plť pohla a drahokam by spadol). Dráha, ktorú by prešiel, by tak vždy bola menšia ako naša vypočítaná. Rovnaká argumentácia prejde aj pre prípad skokov apod. Iná vec je, ak by si ľahol, vtedy by mohol získať taký meter, meter a pol (ruku by mal ďalej ako svoje ťažisko, ktorého polohu sme počítali), ale keďže mu chýba viac ako 7 metrov, nič sa nedá robiť.

A aké boli najčastejšie chyby? Väčšinou ste zabudli na $\frac{1}{2}$ pri určovaní trecej sily. Niektorí ste zavádzali aj rýchlosť plte a používali na ňu ZZH a neskôr žiadali, aby bola nulová, čo nebol korektný spôsob (ak máme externú silu, ktorou trecia nepochybne je, hybnosť sa nezachováva). Výsledok nakoniec vyšiel správny, ale… nemusel by.

Tak, ako povedali onehdá pán prezident, *a máme to za sebou*. A ani to nebolelo.

A-2.4 Potápač vo zvone (opravoval Nagi)

Tesne pod hladinou mora sa nachádza potápač v uzavretom zvone v tvare kužeľa s výškou h a polomerom podstavy R. Zvon má spolu s potápačom hmotnosť M. Akú prácu vykonáme, keď ho zdvihneme tesne nad hladinu? Hustota morskej vody je ρ.

Ahojte potápači a potáplice. Celý tento príklad bol o tom, že potápač sa aj so svojím zvonom dostane na hladinu a jeho miesto zaujme slaná morská voda. Prácu na to potrebnú vypočítame jednoducho pomocou zmien potenciálnej energie zvona a vody.

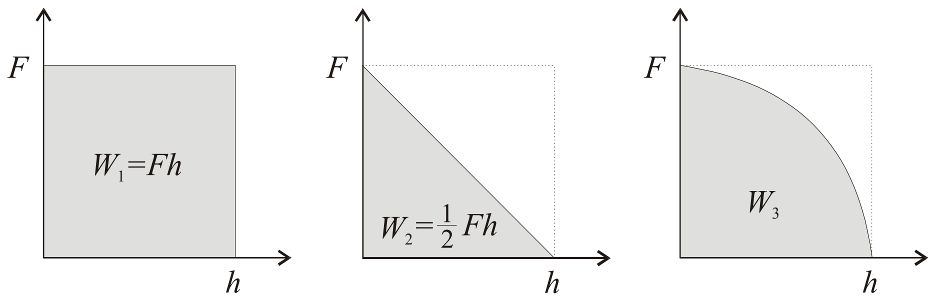
Zvon sme zdvihli o celú výšku H, jeho potenciálna energia sa teda zvýšila o $E_1 = MgH$. O koľko sa ale zmenšila potenciálna energia vody? Stačí si uvedomiť, odkiaľ tá voda prišla. No predsa z pokojnej morskej hladiny, ktorá tým ani o trochu neklesne. Veď more je široké a hlboké a vôbec. Je to more. No a voda sa nám „naliala" do kužeľovitej diery s ťažiskom vo výške $H/4$ od podstavy, teda vo vzdialenosti $s = 3H/4$ od hladiny. Potenciálna energia vody teda klesla o

$$E_2 = mgs = V\rho g S = \frac{1}{3}\pi R^2 H \rho g \frac{3H}{4} = \frac{1}{4}\pi R^2 H^2 \rho g,$$

celková práca potrebná na vytiahnutie zvona bola teda

$$W = E_1 - E_2 = MgH - \frac{1}{4}\pi R^2 H^2 \rho g.$$

Väčšina z vás sa pokúšala riešiť tento príklad cez sily. Sila pôsobiaca proti zdvíhaniu zvona (= tiažová - vztlaková) sa tu bude počas zdvíhania zvona meniť, ale vôbec nie lineárne. A to vás teda naozaj neoprávňuje tváriť sa, že je to to isté, ako keby bola sila celý čas konštantná – s veľkosťou rovnou priemeru konečnej a začiatočnej. Tak by to bolo, keby sila bola priamo úmerná výške vynorenia h. Keď si nakreslíte obrázky a uvedomíte si, že prácu W počítame ako plochu pod krivkou $F(h)$, musí vám byť jasné, že W_3 len tak ľahko vypočítať nepôjde:



Na to by sme museli integrovať a zbytočne sa tak púšťať do súbojov s príťažlivými, ale aj zradnými matematickými symbolmi v príznačnom tvare hadov. To ale vôbec nebolo treba. Preto chválim T.Dzetkuliča a J.Závodného za elegantné a slušné riešenia. Dopotápania.

A – kategória, **2. séria** zimného semestra 17. ročníka FKS

	Priezvisko	**Meno**	**Trieda**	**Škola**	**①**	**A-2.1**	**A-2.2**	**A-2.3**	**A-2.4**	**☠**	**Σ**
1.	Osuský	Andrej	4 B	G BA J. Hronca	19,50	5,0	5,5	5,0	5,0		40,00
2.	Stribula	Tomáš Timotej	4 B	G AV Levice	16,00	4,0	5,0	4,0	5,0		34,00
3.	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	16,96	1,0	5,0	4,0	5,0		33,09
4.	Dzetkulič	Tomáš	4 A	G PH Michalovce	15,00	0,5	4,5	5,0	5,0	-1	29,00
5.	Skopalová	Eva	4 A	G Poprad Popr. nábr.	17,00	1,0	4,5	2,0	5,0	-1	28,50
6.	Galovič	Marián	3 B	G Kurzweise-Eisenstadt	11,50	2,5	5,0	4,0	4,0		28,05
7.	Chudý	Michal	4 B	G AV Levice	10,50	4,5	5,0	5,0	2,5		27,50
8.	Matúška	Ján	4 B	G Lučenec	8,00	4,5	-	5,0	5,0	-1	21,50
9.	Smrek	Ján	se. N	1SG BA Čapkova	11,50	1,5	2,5	1,5	2,5		20,94
10.	Juhos	Pavol	ok.	G BA Grösslingova	12,50	-	-	4,0	5,0	-1	20,50
11.	Rybár	Jozef	se. B	G BA sv. Uršule	8,37	4,5	1,5	4,0	1,5	-1	20,33
12.	Dzurjanin	Peter	ok.	G BA Grösslingova	10,00	0,5	1,0	4,0	5,0	-1	19,50
13.	Dravecký	Pavol	se.	Int. School of Latvia	11,97	0,5	0,5	0,0	5,0		19,23
14.	Pavlík	Ján	se.	G VBN Prievidza	9,97	2,5	-	3,5	1,5	-1	17,87
15.	Cvik	Pavol	se.	G BA J. Hronca	6,70	1,0	-	4,0	3,5		16,66
16.	Šipeki	Miroslav	4 B	G BA Einsteinova	8,50	1,5	1,0	1,5	1,5	-1	13,00
17.	Plašienka	Dušan	4 B	G BA Einsteinova	2,50	2,0	-	4,0	2,0		10,50
18.	Ježo	Tomáš	4 C	G Humenné	-	4,5	1,0	3,5	2,0	-1	10,00
19.	Škriniar	Jakub	2 A	G VBN Prievidza	1,29	0,5	-	5,0	2,0	-1	9,19
20.	Pitňa	Alexander	se. B	OG Štúrovo	4,37	0,5	-	1,0	3,0	-1	8,91
21.	Petrík	Kristián	4 A	G BA Matky Alexie	5,00	-	-	1,5	2,0		8,50
22.	Darula	Radoslav	se. B	G BA Pankúchova	1,77	0,5	3,0	0,5	1,5	-1	7,46
23.	Klučka	Ondrej	se. N	1SG BA Čapkova	5,82	-	-	-	-		5,82
24.	Tomeček	Jozef	4 B	G BA Einsteinova	5,00	-	-	-	-		5,00
25.	Kunzo	Matej	4	G BA Matky Alexie	4,00	-	-	-	-		4,00
26.	Tinaj	Jozef	4 D	G VPT Martin	-5,50	-	-	-	-		-5,50