FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. kolo zimnej časti 17. ročníka
B-kategória (mladší)
školský rok 2001/2002
termín príchodu riešení
30. 10. 2001

www. **.sk**

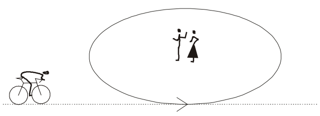
FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
`riesenia@fks.sk`
`info@fks.sk`

B-2.1 Studené ruky (4 body)
Našej Katke je stále zima na ruky. Napadlo jej, že si ich zohreje vlastným dychom. Keď si na ne zblízka dýchla tak, ako sa dýcha na okuliare, keď chceme, aby sa zahmlili, zacítila teplo. Keď si na ruku normálne silno fúkla, bola jej iba ešte väčšia zima. Prečo? Odpoveď dobre fyzikálne zdôvodnite.

B-2.2 Perníková chalúpka (6 bodov)
Babka Ježibabka sa rozhodla, že zmení svoje pôsobisko. Rada by svoju chalúpku presunúť z nadmorskej výšky 220 m do výšky 420 m.n.m. Je tam lepší vzduch, výhľad a vôbec. Nuž a využiť na to plánuje Janíčka a Marienku. Koľko litrov polotučného mlieka Ježibabka spotrebuje na výživu Janka a Marienky, keď potrebuje premiestniť 1200 perníkových tvárnic s rozmermi 30×20×15 cm? Potrebné ďalšie údaje si zistite sami alebo odhadnite.
P.S.: Pod výživou sa rozumie nahradiť energetické straty.

B-2.3 Preteky vo vetre (5 bodov)
Malá mucha Puk sa rozhodla ísť na preteky v lietaní. Dráha má tvar štvorca so stranou dlhou dlhočizných 720 m. Mucha Puk dokáže letieť závratnou rýchlosťou 13 m/s. Má však jeden problém. Rovnobežne s nejakými dvoma stranami štvorca fúka nad celou dráhou silný vetrisko (5 m/s). Pravidlá súťaže hovoria, že z dráhy sa nesmie odchýliť ani o kúsoček. Ako dlho jej bude trvať jeden oblet štvorca, ak sa bude snažiť, ako sa len dá?

B-2.4 Pozor, zákruta (5 bodov)
Cyklista Ferko ($M = 60$ kg) uháňal na svojom Favorite® rovno za nosom rýchlosťou $v = 6$ m/s, keď tu zrazu zazrel svojich kamarátov. Chcel im ukázať, aký je dobrý, a tak zodvihol nohy z pedálov a vyložil si ich na riadidlá. Potom sa nahol a obišiel ich po kruhovej dráhe s polomerom $R = 10$ m a pokračoval ďalej v jazde. Ako dlho mu trvalo, kým opísal celý kruh?



Tento seminár je organizovaný s podporou
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund
Iuventy
a KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
B-kategória (mladší)
17.ročník
zimný semester
školský rok 2000/2001

www. **.sk**

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
`riesenia@fks.sk`
`info@fks.sk`

Milí riešitelia.

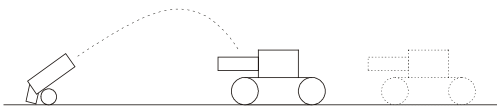
Sme radi, že ste naplno využili možnosť posielať nám riešenia mailom. Posielajte ich, prosím, **IBA** na adresu **`riesenia@fks.sk`**. Adresa `info@fks.sk` je určená len na vaše otázky. No a tento týždeň sa konečne niektorí z nás podujali odpovedať na vaše otázky z minuloročnej ankety. Odpovede hľadajte na našej stránke v časti **[Aktuálne]**.

vaše **FKS**

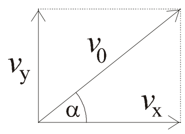
B-1.1 Tank (opravoval Priky)

Máme delo, ktoré strieľa náboje rýchlosťou v_0. Jeho hlaveň zviera s vodorovnou rovinou uhol α. Po rovine sa priamo k delu blíži tank rýchlosťou u. Pri akej vzdialenosti tanku od dela musíme vystreliť, aby sme ho zasiahli? V akej vzdialenosti od nás ho strela zasiahne?

Tak a je to tu – prvé pokarhanie pre vás za všetky tie podivuhodnosti, čo niektorí z vás dokázali popísať. No treba aj podotknúť, že mnohí z vás to mali správne (asi tretina :-), takže v globále to dopadlo vcelku dobre. A pre tých, čo tank netrafili (zvyšné dve tretiny) je tu správne riešenie:



Ako väčšina z vás dobre poznamenala, budeme zanedbávať také maličkosti ako odpor vzduchu a pod. Dôležité v tomto riešení však bolo uvedomiť si, o aké pohyby sa jedná a už ste boli na správnej ceste. Jasné, ide tu o **šikmý vrh**, takže trajektória gule má tvar paraboly – no to bolo vlastne nepodstatné, ale viacerí ste to tam mali. A nesmieme zabudnúť ani na chudáka tank, ktorý vykonáva **rovnomerne priamočiary pohyb** (a nie zrýchlený pohyb, ako napísal niekto z vás!).



Ďalej vieme ešte pár vecí - uhol α, rýchlosť tanku u a rýchlosť vystrelenej gule v_0, ktorú si môžeme rozdeliť na dve zložky v smere súradnicových osí v_x a v_y, pričom v_x – rýchlosť gule v horizontálnom smere
v_y – rýchlosť gule vo vertikálnom smere

A potom už z goniometrických funkcií a z uvedomenia si, že na guľu pôsobí aj tiažová sila zistíme, že $v_x = v_0 \cos\alpha$ a $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$. K výpočtu budeme pravdepodobne ešte potrebovať aj nejaký ten čas, takže?

K času sa dopracujeme napríklad tak, že si uvedomíme, že v najvyššom bode (kam docestuje guľa) je $v_y = 0$. Potom $v_0 \sin\alpha - gt = 0$ a z toho potom už ľahko zistíme, že $t_1 = v_0 \sin\alpha\, g^{-1}$. Toto je ale len čas výstupu, čas zostupu bude rovnako dlhý. Celkový čas teda bude $t = 2v_0 \sin\alpha\, g^{-1}$. Mnohí ste počítali so vzťahom pre dráhu: $v_0 t \sin\alpha - gt^2 = 0$, ktorý je rovnako dobre použiteľný.

Čo ma najviac prekvapilo (dojalo) bolo to, že napriek tomu, že ste sa mnohí dopracovali k zlému času, vzdialenosť, v ktorej zasiahneme tank vám vyšla správne. Ako je to možné? Pravdepodobne ste to všetko len bezhlavo opísali z tabuliek, všakže? Na to však nie sme zvedaví. Nabudúce skúste pri tom aj trocha porozmýšľať! No vráťme sa k príkladu. Keď už máme **správny** čas, tak dokážeme už vypočítať všetko, na čo sme sa pýtali. Takže teraz si označíme: x – miesto dopadu gule

z – vzdialenosť, ktorú prejde tank za čas t

d – vzdialenosť, v ktorej je tank, keď strieľame

Vieme, že pre bod dopadu gule platí

$$x = v_x\, t = v_0 \cos\alpha\, t = v_0 \cos\alpha\, 2v_0 \sin\alpha\, g^{-1} = 2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha\, g^{-1}.$$

Tank bol pri výstrele vo vzdialenosti

$$d = x + z = 2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha\, g^{-1} + ut = 2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha\, g^{-1} + 2uv_0 \sin\alpha\, g^{-1}.$$

A už stačí len malá kozmetická úprava a dostaneme výsledok:

$$d = 2v_0 \sin\alpha\, g^{-1} (v_0 \cos\alpha + u)$$

Tak to by bolo k tomuto príkladu asi aj všetko. No bolo to tak ťažké? Ani nie, čo? Však ako sa vraví: „Skús šťastie znova!!!“ :-) A nabudúce si dávajte väčší pozor pri úprave výrazov s goniometrickými funkciami...

B-1.2 Kocka (opravoval FoX mulder)

Rozpálenú kovovú kocku s hranou dĺžky a položíme na ľad s hustotou ρ_L a teplotou 0ºC. Kocka sa ponorila do ľadu tak, že jej spodná stena sa dostala do hĺbky h. Vypočítajte pôvod-nú teplotu kocky T_K, ak poznáte jej hustotu ρ a mernú tepelnú kapacitu c. Predpokladajte, že roztopený ľad sa už ďalej nezohrieva a vzniknutá voda si zachováva teplotu 0°C.

Tento príklad bol jednoduchý, takmer všetci ste pochopili zadanie a tiež ste vedeli ako k takémuto príkladu pristupovať. Sláva.

Predpokladajme izolovanú sústavu, čiže to, že tepelná výmena prebieha len medzi kockou a ľadom, teda žiadne úniky do okolia. Kocka je horúca a ľad studený (0 °C). Kocka sa bude ochladzovať dovtedy, kým nedosiahne rovnakú teplotu ako ľad, pretože tepelná výmena prebieha len pri teplotnom rozdieli. Ľad sa topí a vzniknutá voda si zachováva teplotu 0 °C. Teda teplo, ktoré prejde z kocky do ľadu sa použije len na jeho roztopenie – zmenu skupenstva. Predpokladajme, že sa roztápa len ľad presne pod dnom kocky. Teda v ľade vzniká akýsi komín, do ktorého kocka klesá. Tento komín má hĺbku h a podstavu $a \times a$. Teda objem ľadu, ktorý sa roztopil je $V_ľ = ha^2$. Na roztopenie tohoto ľadu bolo potrebné dodať teplo $J = l\rho_ľ V_ľ$, kde $\rho_ľ$ je hustota ľadu a l je teplo potrebné na roztopenie 1 kg ľadu.

Teplo, ktoré stratí pri tomto deji kocka je: $Q = mc\Delta T$, kde m je hmotnosť kocky, c je jej merná tepelná kapacita a ΔT je o koľko poklesla teplota kocky. Hmotnosť kocky sa dá vyrátať ako: $m = V\rho$, kde ρ je hustota kocky a V je objem kocky. Vieme, že $V = a^3$. Čiže

$$Q = a^3 \rho c \Delta T.$$

Po dosadení do $J = Q$ (izolovaná sústava) dostávame, že:

$$\Delta T = h\rho_ľ l \,/\, (a\rho c).$$

A teda pôvodná teplota kocky bola (v stupňoch celzia): $\Delta T + 0\ °C = T_K$. V kelvinoch by to bolo: $T_K = \Delta T + 273{,}15$.

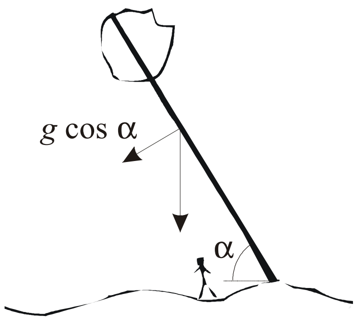
Mnohí ste plietli dohromady rozdiel teplôt a konečnú teplotu. Plietli ste aj kelviny s celziami, ako sa vám chcelo a z toho potom vznikali zbytočné straty bodov. A drvivá väčšina z vás napísala kopu vzorcov bez komentára, či bližšieho popisu. No, nebolo to až také zlé, vyskytlo sa aj pár dobrých, či zaujímavých riešení.

B-1.3 Drevorubači (opravoval Tomáš)
Keď drevorubači spília strom, pri páde na zem kmeň nezostane priamy, ale ohýba sa a občas dokonca aj zlomí. Ktorým smerom a prečo sa kmeň ohýba?

Zdravím všetkých teoretických drevorubačov. Prvá vec, musím vás všetkých pochváliť, všetci ste správne pochopili, že sa nejedná o experimentálku a nerúbali ste stromky v najbližšom parku. Nie všetci ste však správne pochopili zadanie. V zadaní sa jasne písalo, že nás zaujíma, čo sa so stromom deje POČAS pádu, nie po dopade, ani pred ním, keď drevorubač strom ešte len píli.

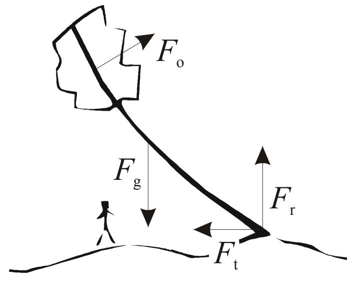
Niektorí z vás mi písali, že tento príklad bol predminulý školský rok v Pikofyze. Tak za to sa všetkým za celé FKS ospravedlňujem. A ďakujem všetkým, čo mi to vo svojich riešeniach spomenuli. O tom, že aké to Pikofyzácke riešenie vlastne bolo a že aké muchy malo, (pretože dokonalé rozhodne nebolo) si povieme neskôr.

A teraz k samotnému riešeniu. Mrcha drevorubač vypíli strom a ten začne padať. Prístup viacerých z vás bol nasledovný: kmeň stromu má oveľa menšiu plochu ako koruna a navyše, ak by sa strom neohýbal, musela by koruna padať rýchlejšie ako kmeň. Do košatej koruny sa zapiera vzduch a ohýba strom. Hotovo. Za takéto riešenia som dával 2,5. Prečo? Sú síce správne, lenže nie úplné. Existuje aj iný dôvod, prečo sa strom pri páde ohýba. Veľa z vás malo dobrú predstavu: časti stromu, ktoré sú ďalej od osi otáčania t.j. pňa musia prekonať pri páde väčšiu dráhu, ako tie, čo sú bližšie, a preto vzdialenejšie časti stromu akosi nestíhajú za tými rýchlejšími. Žiaľ, iba pár z vás túto úvahu fyzikálne správne zdôvodnilo. Tak sa teraz spolu pozrime, čo to znamená, keď „vzdialenejšie časti stromu zaostávajú". Dajme tomu, že strom je už trošku naklonený, ale predpokladajme, že sa ešte neohýba.



Na každý kúsok stromu pôsobí gravitačné zrýchlenie. Jeho zložka kolmá na strom jednotlivé kúsky urýchľuje. Táto zložka je rovnaká pre všetky kúsky. Keďže vzdialenejšie kúsky musia pri páde prejsť väčšiu vzdialenosť ako kúsky bližšie, budú tie vzdialenejšie kúsky zaostávať. (Pre tvrďasov: na každý kúsok pôsobí zložka gravitačného zrýchlenia veľkosti $g\cos\alpha$. Toto zrýchlenie spôsobí uhlové zrýchlenie $\varepsilon = g\cos\alpha / r$, kde r je vzdialenosť kúska od osi otáčania. Z tohoto vzorca je zrejmé, že čím je r väčšie, tým je ε menšie.) Strom teda nemôže padať rovný bez toho, aby v ňom nevznikalo pnutie. A práve toto pnutie strom ohýba.

Tento dôvod ohýbania pokladám za podstatnejší ako samotný odpor vzduchu. Prečo? Riešenie s odporom vzduchu v sebe zahŕňa veľa predpokladov o samotnom strome. Strom musí mať čo najbohatšiu korunu a mal by byť, podľa možností, ešte s listami. 2. dôvod funguje aj pre obyčajnú tyč.



Veľmi elegantné riešenie bolo už spomínané riešenie Pikofyzu. Je to vlastne iný pohľad na to, že vzdialenejšie kúsky stromu zaostávajú. Pozrime sa na strom a na sily pôsobiace naň.

Tiažová sila pôsobí akoby v ťažisku, avšak sama o sebe nepôsobí žiadne ohýbanie stromu, pretože v skutočnosti pôsobí na každý kúsok stromu. Reakčná sila F_r však pôsobí na konci stromu. A okrem toho, že má posuvný účinok na ťažisko, má aj otáčavý účinok na strom. (otáčanie stromu okolo ťažiska). F_r pôsobí na 1 koniec stromu, ale otáča celým stromom. To znamená, že vnútri stromu vzniká pnutie, ktoré strom ohýba.

V čom je problém tohoto riešenia? Málo z vás poriadne zdôvodnilo, prečo F_r ohýba strom a väčšina zabudla na odpor vzduchu. Ale hlavne: Trecia sila!!! Že je nepodstatná? To teda nie? Uvedomte si, že bez nej by strom nepadol na bok, ako sme zvyknutí, ale padol by tak, aby sa ťažisko počas pádu pohybovalo kolmo dole. Ale tak strom určite nepadá. Ak F_r ohýba stromom v jednom smere, F_t ho bude ohýbať v opačnom. Tu sa bolo treba zamyslieť nad tým, ktorá prevýši. Toto nikto z vás neurobil. No a to sú dôvody, prečo všetci pikofyzáci nemajú 5 bodov.

Na šťastie obe príčiny – odpor vzduchu aj zaostávanie vzdialenejších častí – ohýbajú strom v rovnakom smere, preto sa nemusíme trápiť, ktorá je silnejšia. Aj tak by ale bolo zaujímavé zistiť, ktorá v akej miere spôsobuje ohýbanie stromu. Pravdepodobne to bude závisieť nie len od parametrov stromu (rozloženie hmotnosti, výška, košatosť koruny), ale tiež od fázy pádu stromu. Na začiatku, kým ešte strom padá pomaly, odporová sila je nepodstatná. Keďže však stúpa s druhou mocninou rýchlosti, ku koncu pádu môže nabrať na dôležitosti. Skúsme si odhadnúť veľkosti týchto síl.

Porovnajme spodnú a hornú polovicu stromu tesne pred dopadom na zem. Nech ten strom váži jednu tonu a má výšku 20 metrov. Moment sily urýchľujúci spodnú polovicu je $M_1 = 500\times10\times5$ Nm. Druhý moment je $M_2 = 500\times10\times15$ Nm. Rozdiel v momentoch síl je teda nejakých 50000 Nm.

Odporová sila nech pôsobí len na hornú polovicu stromu (koruna). Strom (ťažisko hornej časti) má pred dopadom rýchlosť rádovo $\frac{3}{4}\sqrt{2\times10\times10} \approx 10\,\mathrm{ms^{-1}}$. Plocha koruny nech je 50 m^2. Odporová sila vzduchu, vyjadrená ako $F = \frac{1}{2} C S \rho_{vzduch} v^2$, bude dosahovať hodnoty rádovo 1500 N a moment tejto sily 22500 Nm. Vzhľadom na to, že sme urobili horné odhady (veľmi veľká koruna, veľká odporová konštanta C, strom tesne pred dopadom, keď je odporová sila najväčšia), dá sa povedať, že v priebehu celého pádu ma odporová sila len malý vplyv na ohýbanie stromu.

B-1.4 Teplomer (opravoval Čermo, vzorák upravil Martin)

Dve duté sklenené gule s rôznymi polomermi sú spojené trubičkou, v ktorej strede je kvapka ortuti tak, ako na obrázku. Vysvetlite, ako a prečo môže toto zariadenie fungovať ako teplomer.

Riešenie začnem malou diskusiou o zadaní, aby sme vedeli, na čo vlastne máme dôjsť. Takže skúsme predpokladať, že v našich guliach (okrem toho že sú duté) sa nachádza nejaký plyn (najlepšie ideálny) opísaný stavovými veličinami (p – tlak, V – objem, T – teplota, n – látkové množstvo), a že počas zmeny teploty sa rozmery nádob a ortuti nebudú meniť (v skutočnosti sa menia, ale v našom prípade budú ich zmeny v porovnaní so zmenami iných veličín v riešení veľmi malé). Ďalej nás zaujíma, či funkciu teplomera môže mať táto sústava bez pridávania rôznych prístrojov (napr. chladiča na udržiavanie teploty len v jednej nádobe a pod.) alebo bez jej čiastočnej deštrukcie (rozbitie jednej z gúľ, vyvŕtania diery, ...). Skôr než začneme s riešením, povedzme si niečo o tom, čo musí taký teplomer spĺňať. Zmena niektorej z jeho vlastností musí závisieť od teploty a musí byť pozorovateľná a zmerateľná. Rozlíšim dva prípady, v ktorých môžeme teplomer použiť:

a) meriame pomocou rozdielov teplôt (každá z gúľ je v inom prostredí s rôznou T)
b) meriame teplotu jedného prostredia (ako klasický teplomer, ktorý visí na stene a my z neho odčítavame T vzduchu)

Super, nuž pozrime sa ako by to malo fungovať.

a) Na začiatku deja majme sústavu v rovnováhe ($p_1 = p_2$).

Podľa stavovej rovnice $pV = nRT$ (R je plynová konštanta), ktorá opisuje deje v plynoch zistíme, že ak jednu z gúľ vložíme do prostredia s inou T a zanedbáme tepelnú vodivosť trubičkou, začne sa v 1. guli vytvárať pretlak, ktorý posunie ortuť až do novej rovnovážnej polohy. Na základe toho budeme môcť odmerať teplotný rozdiel. V tomto prípade treba ešte spomenúť, že veľkosť posunutia Hg nebude priamo úmerná zmene teploty, pretože proti pohybu pôsobí tlak druhej gule, ktorý so zmenšovaním V_2 rastie.

b) Ako predtým uvažujem so sústavou v rovnováhe. Teraz ju celú vložíme do prostredia s inou T. Pre každú z gúľ musí platiť: $p_1 V_1 / T_1 = konšt.$ (látkové množstvo sa v danej guli nemení) $\Rightarrow$ tlak v oboch guliach je rovnaký (inak by sa ortuť posunula a zabezpečila vyrovnanie tlakov), teploty sú rovnaké a objemy teda tiež $\Rightarrow$ Hg sa nepohne.

Preto sa ospravedlňujeme za trochu sugestívne položenie otázky. Spomínané zariadenie môže fungovať ako teplomer napríklad v prípade, že jedna guľa bude vonku a druhá vnútri (meria v skutočnosti len rozdiel teplôt), ale NEMÔŽE fungovať ako merač absolútnej teploty. Rôzne úpravy pôvodného zadania (napríklad otočenie sústavy o 90°), nezanedbanie rozťažnosti skla alebo využitie skutočnosti, že ustálená situácia nenastáva okamžite, síce vedú k závislosti polohy ortuti od teploty, v skutočnosti sa však nedá využiť. Pokiaľ by sme spravili reálne prepočty, o koľko sa posunie ortuť následkom rozpínania skla, či pri otočenej sústave a porovnali to s tým, aké je trenie ortuti o sklo samotné, zistili by sme, že pre rozdiely teplôt rádovo stupeň sa ortuť ani nepohne.

Preto odpoveď znie, že zariadenie môže fungovať ako teplomer len v prípade, že meriame rozdiel teploty medzi dvoma prostrediami, pričom každá z gúľ je v inom prostredí.

B – kategória, **1. séria** zimného semestra 17. ročníka FKS

	Priezvisko	**Meno**	**Trieda**	**Škola**	**B-1.1**	**B-1.2**	**B-1.3**	**B-1.4**	**☠**	**Σ**
1.	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	5,0	5,0	5,0	4,5		19,50
2.	Burger	Michal	sx.	G BA Grösslingova	5,0	5,0	5,0	4,0	-1	18,00
3.	Dzetkulič	Michal	1 A	G PH Michalovce	5,0	5,0	2,5	4,0		17,37
4.	Stolc	Miroslav	sx.	G Nitra Párovská	5,0	5,0	3,0	4,0		17,00
5.	Jurov	Dávid	1 D	G Humenné	5,0	5,0	3,5	2,0		16,55
6.	Batmendijnová	Zuzana	sx.	G T. Vansovej	5,0	5,0	4,0	2,0		16,00
7.	Petruľák	Matúš	1 B	G BA Grösslingova	5,0	5,0	0,5	4,0		15,70
8.	Sasák	Róbert	1 D	SPŠE Piešťany	4,5	5,0	3,5	0,5		14,82
9.	Molnárová	Katarína	1 D	G KE Šrobárova	4,5	5,0	4,0	2,0	-2	14,55
10.	Kvašňáková	Katka	2 E	G K2 Prešov	5,0	5,0	0,5	4,0		14,50
	Neilinger	Pavol	2 A	G Dunajská Streda	5,0	5,0	4,0	0,5		14,50
	Richter	Kornel	2 A	G KE Akvinského	5,0	5,0	5,0	1,5	-2	14,50
13.	Baník	Dušan	2 A	G Poprad Popr. nábr.	3,5	5,0	3,5	2,0		14,00
	Javorková	Eva	sx.	OG Zvolen	5,0	5,0	3,5	0,5		14,00
	Molčány	Michal	2 A	SPŠE BA K.Adlera	5,0	4,5	2,5	2,0		14,00
	Soltésová	Mária	2 B	G BA Grösslingova	5,0	5,0	-	4,0		14,00
17.	Struhár	Pavel	1 A	G BA J. Hronca	4,5	4,5	2,5	3,0	-2	13,70
18.	Mikulík	Andrej	2 B	G BA Grösslingova	5,0	4,5	1,0	3,0		13,50
19.	Babjak	Viktor	2 A	G LS Bardejov	5,0	5,0	2,5	0,5		13,00
	Lauko	Martin	sx. A	G JL Martin	5,0	5,0	1,0	2,0		13,00
21.	Vojtko	Andrej	kv. A	G Skalica	5,0	5,0	1,0	0,5		12,97
22.	Brutovská	Eva	sx.	G Kežmarok	4,5	5,0	2,5	0,5		12,50
	Cajkovičová	Alexandra	2 A	G Trnava Angely Merici	3,0	5,0	2,5	2,0		12,50
	Karabínoš	Juraj	2	G BA Grösslingova	4,5	5,0	3,0	2,0	-2	12,50
	Pokrývková	Katarína	2 A	G Bánovce n/Bebr.	5,0	5,0	2,5	2,0	-2	12,50
26.	Bratko	Milan	2	G BA Pankúchova	5,0	5,0	2,5	0,5	-1	12,00
	Horňák	Rastislav	2 D	SPSE Piešťany	5,0	5,0	2,5	0,5	-1	12,00
	Zák	Vladimír	2 A	G LS Bardejov	5,0	4,0	2,5	0,5		12,00
	Lampášová	Júlia	kv.	G Považská Bystrica	4,0	5,0	1,0	0,5		12,00
30.	Bališ	Peter	2 A	G Poprad Popr. nábr.	5,0	5,0	-	1,5		11,50
	Potočková	Zuzana	sx.	G Liptovský Mikuláš	5,0	2,0	2,5	2,0		11,50
	Ranová	Ivana	1 B	G BA J. Hronca	5,0	2,0	2,5	0,5		11,50
	Uhrin	Tomáš	1 E	G PH Michalovce	5,0	4,5	0,5	0,0		11,50

34.	Rajniaková	Gabriela	kv.	G Liptovský Mikuláš	5,0	5,0	2,5	0,5	-3	11,37
35.	Fialka	Vlado	2 E	G K2 Prešov	4,5	5,0	0,5	2,0	-1	11,00
	Mánik	Tomáš	2 C	G BST Lučenec	4,5	5,0	3,0	0,5	-2	11,00
	Matlák	Roman	2	G KE Šaca	5,0	5,0	0,5	0,5		11,00
	Poláček	Lukáš	2	G Modra	5,0	4,0	0,5	1,5		11,00
39.	Ceľuchová	Zuzana	2 E	G K2 Prešov	5,0	5,0	0,5	-		10,50
	Činčár	Ján	2	G KE Šaca	5,0	5,0	0,5	0,0		10,50
	Duchoňová	Jaroslava	sx.	G VBN Prievidza	4,0	3,0	1,5	2,0		10,50
	Fidmik	Ján	2 AB	G KE Šaca	4,5	5,0	0,5	2,5	-2	10,50
	Lakatoš	Pavol	2 A	G Veľké Kapušany	5,0	2,5	2,5	0,5		10,50
	Skriniar	Jakub	2 A	G VBN Prievidza	4,0	4,0	2,5	0,0		10,50
45.	Kšiňan	Stanislav	1 B	G Bánovce n/Bebr.	4,0	5,0	1,5	0,5	-2	10,49
46.	Kliman	Ján	2 B	G Žiar nad Hronom	5,0	2,0	2,5	0,5		10,00
	Prievalský	Juraj	2 A	G VBN Prievidza	4,0	5,0	0,5	0,5		10,00
48.	Naď	Miroslav	2 A	G Veľké Kapušany	5,0	0,5	3,5	0,5		9,50
	Sáreník	Ján	2 F	G BB Tajovského	2,0	5,0	1,5	2,0	-1	9,50
	Šufliarsky	Peter	2 C	G Nové Zámky	5,0	4,0	0,0	0,5		9,50
	Trubenová	Barbora	2 A	G BA J. Hronca	5,0	5,0	2,5	2,0	-5	9,50
52.	Gašparík	Peter	1 B	G AV Levice	3,5	2,0	2,0	0,0		8,91
53.	Majorošová	Gabriela	2 A	G Veľké Kapušany	3,0	4,9	0,5	0,5		8,90
54.	Jurko	Martin	2	G KE STA	4,5	4,0	-	0,0		8,50
	Kajan	Michal	2 B	G Komárno ĽJS	4,0	4,0	0,5	0,0		8,50
	Patáčik	Ivan	2	G Partizánske	4,0	-	2,5	2,0		8,50
57.	Savincová	Katarína	1 E	G PH Michalovce	-	5,0	2,5	0,5	-1	8,44
58.	Feketeová	Erika	2 A	G Veľké Kapušany	4,0	0,1	2,5	1,5		8,10
59.	Salajka	Lukáš	2 A	SPŠE Tvrdošín	1,5	5,0	2,5	2,0	-3	8,00
	Zajac	Peter	2	???	4,0	5,0	1,0	-	-2	8,00
61.	Horváth	Matej	2 A	SPSE Bratislava	3,0	5,0	1,0	0,5	-2	7,50
	Sčensný	Jozef	sx. B	G Nitra	1,0	4,0	2,5	-		7,50
	Soták	Tomáš	2	G KE Šaca	3,0	2,0	0,5	2,0		7,50
64.	Kulík	František	1 E	G Humenné	0,0	5,0	2,5	0,5	-2	7,44
65.	Galčík	Peter	1 A	G Stropkov	-	5,0	-	2,0	-1	7,37
66.	Bednárik	Michal	2 A	G VPT Martin	3,5	-	0,5	2,0		6,00
67.	Horváthová	Alexandra	kv.	G Nitra Párovská	2,5	2,5	0,5	1,0	-2	5,82
68.	Kukuricáš	Marcel	2	G KE Štefánika	3,5	3,0	0,5	0,5	-2	5,50
69.	Sikhartová	Hana	2 D	G BA Grösslingova	2,0	-	3,0	2,0	-2	5,00
	Vontorčíková	Lenka	2 C	G VPT Martin	2,5	-	2,5	0,0		5,00
71.	Piešťanský	Juraj	1 A	G Bánovce n/Bebr.	3,0	5,0	2,5	1,0	-8	4,97
72.	Chnupa	Juraj	2 E	SPŠE Piešťany	0,0	2,0	0,5	2,0		4,50
	Frkáňová	Katarína	2 C	G VPT Martin	2,0	-	2,5	0,0		4,50
	Kuková	Mária	2 F	G VPT Martin	5,0	-	-	0,5	-1	4,50
	Poništ	Milan	2 A	G VPT Martin	1,5	0,0	2,5	0,5		4,50
	Rističová	Lucia	2 C	G VPT Martin	2,0	-	2,5	-		4,50
77.	Breuer	Tomáš	2 E	SPŠE Piešťany	-	0,0	3,0	0,5		3,50
78.	Magula	Peter	sx. A	OG Zvolen	2,0	0,0	2,5	0,5	-2	3,00
	Podstupková	Jana	2	G BA Grösslingova	2,5	-	1,5	2,0	-3	3,00
80.	Santusová	Ivana	2 C	G VPT Martin	0,0	0,1	2,5	0,0		2,60
81.	Holiga	Marián	2 C	G VPT Martin	2,5	-	-	-		2,50
	Trtílek	Radovan	2 C	G VPT Martin	-	-	2,0	0,5		2,50
83.	Kubová	Miška	1 A	G Vrbové	-	0,5	2,5	0,5	-2	2,37
84.	Čerešňa	Michal	2 B	G Nové Zámky	-	-	1,5	0,5		2,00
85.	Faťol	Vladimír	1 E	G PH Michalovce	2,5	3,0	0,0	0,0	-5	1,70
86.	Kulichová	Ingrid	2 A	G VPT Martin	1,0	-	0,5	0,0		1,50
	Solčanský	Marek	2 E	SPŠE Piešťany	0,5	0,0	0,5	0,5		1,50
87.	Kišová	Martina	2 A	G VPT Martin	-	-	0,5	0,5		1,00
	Komadel	Lukáš	2 E	SPŠE Piešťany	-	0,0	2,0	1,0	-2	1,00
90.	Pikna	Peter	2 D	G BA Metodova	1,5	-	0,5	1,0	-2	1,00
91.	Palušáková	Katarína	2 C	G VPT Martin	1,5	0,0	0,5	0,5	-5	-2,50

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

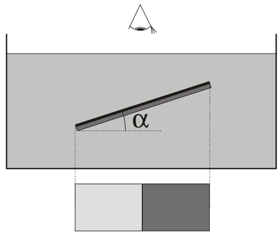
2. kolo zimnej časti 17. ročníka
A-kategória (staršia)
školský rok 2001/2002
termín príchodu riešení
30. 10. 2001

www. .sk

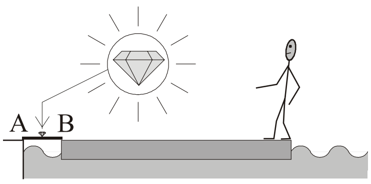
FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
`riesenia@fks.sk`
`info@fks.sk`

A-2.1 Bublinka pod tlakom (5 bodov)
Hermeticky uzavretý sud je úplne naplnený vodou. Na jeho dne je jediná malá bublinka. Tlak na dno suda je v tomto okamihu p. Ako sa tento zmení, ak bublinka vypláva nahor pod poklop suda? Uvedomte si, že voda je nestlačiteľná.

A-2.2 Zrkadielko podvodník (5 bodov)
Na dne veľkého akvária máme zrkadlo. Keď zviera s dnom určitý uhol α, vidíme jednu jeho polovicu svetlú a druhú skoro úplne tmavú. Ako je to možné? Pri akej hodnote uhla α takáto situácia nastáva? Odpoveď fyzikálne zdôvodnite. Môžete si to samozrejme sami aj vyskúšať. Ak sa Vám to podarí, napíšte aj o tom.



A-2.3 Súboj o drahokam (5 bodov)
Plť dĺžky $L = 10$ metrov má hmotnosť $m = 10$ kg a pláva na vode blízko brehu tak ako na obrázku. Nie je o breh uviazaná, jediným jej spojivom s pevninou je tyč s hmotnosťou 1 kg položená jedným koncom na breh, druhým na okraj plte. Koeficient trenia medzi tyčou a pevninou, resp. plťou je $f = 0{,}1$. Uprostred tyče je vzácny drahokam. Na opačnom konci plte stojí námorník Pepek s hmotnosťou $M = 80$ kg a vie, že o 30 sekúnd priletí sup Brutus a drahokam si vezme. Stihne sa k nemu Pepek dostať skôr? Pozor, ak sa bude príliš ponáhľať, drahokam môže spadnúť do vody! Neuvažujte to, že pri svojej chôdzi Pepek plť rozhojdáva.



A-2.4 Potápač vo zvone (5 bodov)
Tesne pod hladinou mora sa nachádza potápač v uzavretom zvone v tvare kužeľa s výškou h a polomerom podstavy R. Zvon má spolu s potápačom hmotnosť M. Akú prácu vykonáme, keď ho zdvihneme tesne nad hladinu? Hustota morskej vody je ρ.

Tento seminár je organizovaný s podporou
Nadácie Pre Otvorenú Spoločnosť - Open Society Fund
Iuventy
a KZDF FMFI UK

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
A-kategória (starší)
17.ročník
zimný semester
školský rok 2000/2001

www. .sk

FKS, KZDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
`riesenia@fks.sk`
`info@fks.sk`

Milí riešitelia.

Sme radi, že ste naplno využili možnosť posielať nám riešenia mailom. Posielajte ich, prosím, **IBA** na adresu **`riesenia@fks.sk`**. Adresa `info@fks.sk` je určená len na vaše otázky. No a tento týždeň sa konečne niektorí z nás podujali odpovedať na vaše otázky z minuloročnej ankety. Odpovede hľadajte na našej stránke v časti **[Aktuálne]**.

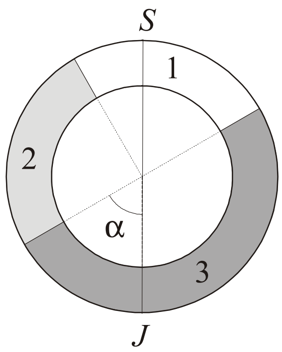
vaše **FKS**

A-1.1 Koleso (opravoval Cyril)

Tenké koleso je naplnené troma nezmiešateľnými kvapalinami 1, 2 a 3, ktorých hustoty sú postupne 1, 2 a 3g/cm^3. Uhly pozdĺž obvodu kolesa im prislúchajúce sú 90º, 90º a 180º tak, ako na obrázku. Určte veľkosť uhla α medzi zvislicou a rozhraním medzi druhou a treťou kvapalinou.

„Raz, dva ... raz, dva ... IDEME!!! *tam ta da ta ta tam ta dá ....*“

Kde bolo, tam bolo jedno tenké koleso naplnené troma nezmiešateľnými kvapalinami. Bolo celé nepokojné a strašne mu to vadilo. Preto sa raz rozhodlo, že si nájde takú polohu, aby sa nemuselo ani pohnúť. A tak začalo rozmýšľať, aká by to mala byť poloha. Najprv ho napadlo, že si dá na obe strany (pravú aj ľavú) rovnakú hmotnosť, ale ... NEPOMOHLO TO!! Stále sa len hojdalo hóre a dóle, hóre a dóle, hóre a ... Nešťastné koleso konečne uvedomilo, že svet funguje inak ako si doteraz myslelo a možno aj preto požiadalo o pomoc Fyzikálny ústav FKS. A pracovníci ústavu ako veľakrát predtým vyriešili aj túto záhadu. Samozrejme, že mnohí mali podobne naivný názor na svet ako koleso, ale zopár najmúdrejších svet prekuklo a vo svete ideí objavili – STABILNÚ POLOHU, predobraz všetkých stabilných polôh sveta. Výsledok poslali kolesu a to sa konečne upokojilo. A tak žilo šťastne, až kým nepomrelo.



Koleso si šťastne hovie v SP a my sa pozrieme na riešenie. Táto úloha sa dá vyriešiť viacerými spôsobmi. Stabilná poloha nastane vtedy, ak:

1. na každom mieste kolesa bude rovnováha tlakov.
2. nastane rovnováha momentov síl.
3. spoločné ťažisko kvapalín bude v najnižšom možnom bode.

Tieto podmienky sú ekvivalentné, teda stačí, ak je splnená jedna z nich (ostatné automaticky platia tiež).

Pozrieme sa bližšie na 1. spôsob. Ako správne poznamenal fyzik Kubo, platí, že ak je teleso v pokoji, nič sa nezmení, ak do bodu J dáme tenkú priečku. Keďže sa sústava nehýbe, na túto priečku pôsobia sprava aj zľava rovnaké sily, teda na oboch jej stranách je rovnaký (hydrostatický) tlak. Teda hydrostatický tlak, ktorý spôsobujú kvapaliny na pravej strane, musí byť rovnaký ako od kvapalín na ľavej strane kolesa.

Ďalej si už jednoducho pomocou *sin* a *cos* vyjadríme výšky kvapalín:

$$h_{1l} = r(1-\cos(90^o-\alpha)) = r(1-\sin\alpha),$$
$$h_{2l} = 2r - r(1-\sin\alpha) - r(1-\cos\alpha) = r(\sin\alpha+\cos\alpha),$$
$$h_{3l} = r(1-\cos\alpha),$$
$$h_{3p} = r + r\sin(90^o-\alpha) = r(1+\cos\alpha),$$
$$h_{1p} = r(1-\cos\alpha),$$

kde 1. index je typ kvapaliny a 2. je strana, na ktorej sa nachádza. Teraz z podmienky o rovnováhe tlakov platí:

$$h_{1l}\rho_1 g + h_{2l}\rho_2 g + h_{3l}\rho_3 g = h_{3p}\rho_3 g + h_{1p}\rho_1 g,$$
$$1r(1-\sin\alpha) + 2r(\sin\alpha+\cos\alpha) + 3r(1-\cos\alpha) = 3r(1+\cos\alpha) + 1r(1-\cos\alpha).$$

Riešením tejto rovnice dostávame:

$$\tan\alpha = 3 \quad\Rightarrow\quad \alpha = 71{,}57^o.$$

Rovnaký výsledok by sme dostali pri riešení cez momenty alebo ťažisko. Je tam taký problém, že bez diferenciálneho počtu (to je také cudzie slovo) sa ťažko (ak vôbec) dá určiť ťažisko štvrťkružnice (resp. polkružnice). Avšak ak si kvapalinu 3 rozdelíme na dve štvrťkružnice, vieme, že všetky majú ťažisko na osi (toho jediného uhla, čo tam je) vo vzdialenosti *l* od stredu. *l* síce nepoznáme, ale pri ďalších výpočtoch sa vykráti a nie je potrebné ju poznať na určenie uhla. Rameno sily je samozrejme vzdialenosť ťažiska od úsečky SJ. Tak to by bolo asi tak všetko. Dobrú noc deti!

A-1.2 Vozíky (opravovala Rebro)

Vozík hmotnosti M sa môže pohybovať po podložke bez trenia. Akou veľkou silou F vodorovného smeru naň musíme pôsobiť, aby sa ***voči nemu*** *oba malé vozíčky s hmotnosťami m_1 a m_2 nepohybovali? Neuvažujte trenie medzi vozíčkami a veľkým vozíkom.*

Nuž – ako začať. Veľa ľudí si myslelo, že tento príklad bol ľahký, ja si to nemyslím. Hlavný problém v pochopení bol v tom, či sa malé vozíky hýbu so zrýchlením alebo nie. My sme však chceli, aby sa nehýbali vzhľadom na veľký vozík (ktorý voči podložke zrýchľovať môže), a tak uvažujem len týmto smerom.

Ak sa teda malé vozíky nehýbu (vzhľadom na veľký), sú v pokoji, a teda na ne nepôsobí sila alebo sily na ne pôsobiace sú v rovnováhe. Na vozík s hmotnosťou m_2 pôsobí tiažová sila $F_g = m_2 g$ a tiež nejaká sila lana, t.j. sila ktorá kompenzuje silu F_g. Na vozík s hmotnosťou m_1 pôsobí zotrvačná sila (lebo veľký vozík s nimi chce ísť preč a oni sa bránia) veľkosti $F_1 = m_1 a$, kde a je zrýchlenie, ktorým sa vozík (voči podložke!) pohybuje. Potom je tu ešte tá tajomná sila lana, ktorá nám kompenzuje silu F_1 tak, že sa vozík (voči veľkému) nehýbe. Keďže lano je pevné a nenaťahuje sa, sily lán sa musia rovnať, čo je to isté, ako keď napíšem, že $F_g = F_1$. Z toho dostaneme zrýchlenie, s ktorým sa pohybuje vozík m_1 voči zemi:

$$a = g\, m_2 / m_1.$$

Tak polovicu máme hádam aj za sebou. Zrýchlenie a je vlastne zrýchlenie celej sústavy vozíkov (keďže, sa podľa zadania vozíky voči sebe nehýbu). A tak vzhľadom na podložku sa všetky tri vozíky pohybujú so zrýchlením a, a preto sila F pôsobí na všetky tri telesá, čiže:

$$F = (M + m_1 + m_2)\, a.$$

Keď dosadím za zrýchlenie z prvej rovnice, dostanem:

$$F = g\,(M + m_1 + m_2)\, m_2 / m_1,$$

čo je náš očakávaný výsledný vzťah.

Na koniec by som ešte niečo napísala k zlým riešeniam, ktoré sa často objavovali. Problém bol v otázke, na čo všetko naša sila F pôsobí, viacerí z vás podľa výsledných vzťahov tvrdili, že buď len na veľký vozík alebo na veľký a m_2 – vozík. Ale ako som vyššie písala, **všetky tri** sa nám vzhľadom na podložku pohybujú, tj. na všetky pôsobí sila F a teda udeľuje zrýchlenie všetkým z nich – musíme uvážiť hmotnosť všetkých troch (aj keď trenie zanedbávame).

Druhý problém bol v zrýchlení. Písali ste vzťah $a = g\, m_2 / (m_1 + m_2)$. Tak týmto zrýchlením by sa pohybovala sústava malých vozíkov keby som ju pustila voľne na zem (ak by sme neurýchľovali veľký vozík).

A úplne na záver sa ospravedlňujem za moje neodborné vyjadrovanie, ale... A maturantom prajem veľa síl a chuti do učenia a nech im zostane čas aj na FKS.

A-1.3 Komín (opravoval Nagi)

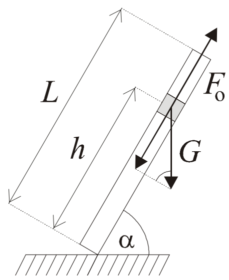
Máme komín postavený z kociek. Tieto kocky sa po sebe vodorovne šmýkať nemôžu, ľahko sa však rozoberú v zvislom smere. Komín začne padať zo zvislej polohy po jemnom ťuknutí. Pri akom uhle sklonu α *a v ktorom mieste sa počas pádu začne rozpadať v smere komína?*

Zdravím staviteľov komínov. Mne tie, čo postavím, vždy synovec zbúra. Rozpadajú sa síce pekne, ale strašne nahlas. No ale nám sa náš komín nerozpadá kvôli deťom, ale kvôli obyčajnej zotrvačnosti.

Pre všetkých ale najprv niečo na zamyslenie – je tento príklad aspoň trochu príbuzný úlohe B-1.3 Drevorubači? *Keď drevorubači spília strom, pri páde na zem kmeň nezostane priamy, ale ohýba sa a občas sa dokonca aj zlomí. Ktorým smerom a prečo sa kmeň ohýba?* Preto sa zamyslite nad tým, ako by sa lámal strom, keby bol z kociek. A ako sa nám bude rozpadať komín? Je to práve naopak, ako čakala skoro polovica z vás (takzvaní ťažisko-prevracači). Bolo by to ale ťažké spočítať (kto na to má chuť a čas nech sa prihlási u mňa), a preto budeme v ďalšom riešení predpokladať to, že naše tehličky, z ktorých je komín, sú široké, nízke a je ich dosť veľa. Toto spôsobí, že komín sa bude rozpadať spôsobom, ako bol načrtnutý v obrázku k tejto úlohe.

Komín sa rozpadne vtedy, keď sily pôsobiace na jednu z tehličiek budú mať výslednicu v smere komína hore. Aké sily pôsobia na túto našu kritickú tehličku? Všetky kocky nad ňou (vrátane jej, nech je ich n) na ňu tlačia zložkou svojej tiaže

$$F_g = G \sin\alpha = nmg \sin\alpha .$$



Toto si väčšina z vás uvedomila. Ale skoro nikto neprišiel na to, že kocky sa smerom nahor "ťahať" nemôžu, a preto odstredivá sila pôsobiaca na našu kocku (v jej sústave) je len jej vlastná odstredivá sila

$$F_o = m\, \omega^2 h,$$

kde $m = M / N$ je hmotnosť jedinej kocky (máme komín z N kociek).

Náš komín má v každom momente jedinú spoločnú uhlovú rýchlosť ω, preto F_o má zjavne šancu najskôr prevýšiť F_g, ak sa bude jednať o najvyššiu tehličku (najväčšie možné h a teda $n = 1$). Preto uvažujeme ďalej len tú poslednú tehlu na vrchole komína. Neznámu uhlovú rýchlosť si jednoducho vyjadríme zo zákona zachovania energie pri takomto otáčavom pohybe ($L / 2$ je výška ťažiska stojaceho komína):

$$Mg\frac{L}{2} = Mg\frac{L}{2}\sin\alpha + \frac{1}{2}I\omega^2 ,$$

kde I je moment zotrvačnosti komína pri otáčaní okolo jeho päty ($I = {}^1/_3\, ML^2$).

Z toho potom vyjadríme ω^2:

$$\omega^2 = \frac{3g}{L}(1 - \sin\alpha).$$

Po dosadení do rovnosti síl $F_o = F_g$ pre hornú kocku (hmotnosť kocky je $m = M / N$ a vzdialenosť jej stredu od päty komína je $h = (N - 1/2)\ L / N$) dostaneme

$$m\frac{3g}{L}(1 - \sin\alpha)h = mg\sin\alpha,$$

z čoho vyjadríme náš kritický uhol α (po dosadení za h – komín zložený z N kociek) ako

$$\sin\alpha = \frac{3h}{3h + L} = \frac{6N - 3}{8N - 3}.$$

Ak je počet kociek v komíne veľký, $\sin\alpha$ sa nám zjednoduší dokonca na $\sin\alpha = {}^3/_4$, čo je uhol α rovný približne 45 stupňom.

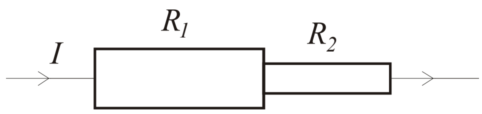
Náš model funguje veľmi podobne, ako keby boli naše tehličky napichnuté na neviditeľnej tyčke, ktorá bráni "zlomeniu sa" komína. Tehličky potom iba odlietajú v pozdĺžnom smere. Čo ak by ale horná časť komína "nestíhala" za spodnou časťou (uvedomte si, že horné kocky cítia omnoho väčšie zrýchlenie $a = \omega r$)? Na(ne)šťastie sa nikto nad týmto problémom nepozastavil, a tak ho nechávam ako úlohu pre ďalšie generácie. Bác. Zase to spadlo.

A-1.4 Špirála (opravovala Lucka)

Teplota elektrickej špirály sa po zapojení do siete po istom čase ustáli. V tomto okamihu začneme polovicu jej dĺžky ochladzovať vodou. Zanedbajte vedenie tepla medzi časťami špirály s rôznou teplotou. Vypočítajte, ako sa zmení výkon: a) ochladzovanej časti, b) neochladzovanej časti, c) celej špirály.

Na príklad sa môžeme pozerať dvoma, prípadne i viacerými rôznymi spôsobmi :) Všetko závisí od toho, akú závislosť odporu od teploty si určíme. Takže, najprv sa pozrieme na prvú, najjednoduchšiu cestu.

Ako ste si mnohí mali možnosť všimnúť, v dostupnej literatúre sa zvykne uvádzať, že závislosť odporu (napr. nejakého drôtu a pod.) od teploty je lineárna, čo znamená: $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$, kde R_0 je (pôvodný) odpor pri teplote T_0, R je odpor pri teplote T, α je konštanta závislá od materiálu drôtu a $\Delta T = T - T_0$. Takto ste aj mnohí písali.



Teraz sa pozrime, čo vlastne reprezentuje drôt špirály. Keď si ho rozdelíme na dve časti (viď.obr.), je to vlastne to isté, akoby boli za sebou zapojené dva rezistory s nejakým odporom. Pri zapojení špirály do elektrickej siete zostáva efektívne napätie na nej stále asi 220 V, t.j. $U = konšt.$ Čo sa týka výkonu, môžeme písať $P = U^2 / R$. Super! Takže úvod máme za sebou, môžeme teda rozobrať oba prípady, tj. špirálu pred ochladením a špirálu po ochladení. Ochladzovanú (spodnú) časť špirály budem označovať indexom 1, neochladzovanú časť indexom 2 a označenie bez indexu bude znamenať (napr. R) odpor celej špirály bez ochladenia (pri teplote T), a pod.

Pred ochladením: $R_1 = R_2 = R / 2$, pretože špirála je vyrobená z toho istého drôtu a obe časti majú tú istú teplotu (lebo predpokladáme, že špirála je celá ustálená na tej istej teplote). Pri sériovom zapojení máme: $R_1 + R_2 = R$, $I_1 = I_2 = I$ a $U_1 + U_2 = U$, t.j. využívame platnosť Ohmovho zákona $U = RI$. Pre výkony jednotlivých častí a celej špirály potom vychádza:

$$P_1 = P_2 = \frac{(U/2)^2}{R/2} = \frac{U^2}{2R}, \quad P = \frac{U^2}{R} = P_1 + P_2.$$

Po ochladení polovice špirály (o nejakú teplotu ΔT): Opäť zo sériového zapojenia a s použitím Ohmovho zákona (tentoraz ale pre rôzne odpory R_1 a R_2), kde teraz máme $R_1 = R\ (1 + \alpha\Delta T) / 2$ a $R_2 = R / 2$, dostaneme $U_1 = U R_1 / (R_1 + R_2)$ a $U_2 = U R_2 / (R_1 + R_2)$.

Odtiaľ už len jednoduchým dosadením pre príslušné napätia a odpory podľa vzťahu $P = U^2 / R$ dostávame vzťahy pre výkony na jednotlivých častiach a celej špirále:

$$P_1 = \frac{U^2(1+\alpha\Delta T)}{2R(1+\alpha\Delta T/2)^2}, \quad P_2 = \frac{U^2}{2R(1+\alpha\Delta T/2)^2}, \quad P = \frac{U^2}{R_1+R_2} = \frac{U^2}{R(1+\alpha\Delta T/2)}.$$

Pre kontrolu – opäť musí platiť, že $P_1 + P_2 = P$.

Zostáva teraz porovnať výkony jednotlivých častí špirály. Vieme, že $\Delta T < 0$, pretože špirálu sme ochladili. Preto zjavne

$$k = \frac{1}{1+\alpha\Delta T/2} > 1 .$$

Nový výkon celej špirály môžeme označiť ako kP, teda pre $k > 1$ zjavne stúpol. Výkon neochladzovanej špirály bude k^2P, teda tiež vzrastie. Výkon ochladzovanej časti môžeme upraviť na tvar:

$$P_1 = \frac{U^2}{2R}\cdot\frac{1+\alpha\Delta T}{1+\alpha\Delta T+(\alpha\Delta T/2)^2} .$$

Zátvorka v menovateli má okrem rovnakých členov ako zátvorka v čitateli naviac kvadratický (a teda vždy kladný) člen, jej hodnota bude vždy väčšia ako hodnota hornej zátvorky a výkon ochladzovanej špirály musí klesnúť. Pozn.: hodnota $\alpha \approx 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$.

Teraz ešte tá sľúbená druhá cesta. Keď rozprávame o špirálach, môžeme si predstaviť rôzne veci. Niektoré z nich (napríklad vlákno v žiarovke) pracujú pri veľmi vysokých teplotách, sú rozžeravené. V takýchto teplotách už neplatí známy vzťah $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$. Skúsme si teraz ukázať, že ak použijeme iný vzťah, výsledok sa môže zmeniť.

Dobrým príkladom môže byť už spomínané vlákno žiarovky, alebo špirála používaná na zohrievanie priestorov pomocou infračerveného žiarenia (v starších domoch ju často nájdeme v kúpeľni). Čo by sa stalo, ak by sme napríklad na tejto špirále začali ochladzovať vodou len jej polovicu?

Výkon oboch častí špirály by klesol (!) na nulu. Vysvetlenie je veľmi jednoduché. Takéto špirály pracujú na hranici svojich možností, teda aj malá zmena jej teploty smerom hore spôsobí jej zhorenie. Ak by sme začali ochladzovať polovicu špirály vodou, jej teplota by prudko klesla a odpor by sa zmenšil na zlomok svojej pôvodnej hodnoty. Väčšina napätia (pretože vieme, že celkové napätie sa pri sériovom zapojení rozdelí v pomere podľa odporov) sa presunie na neochladzovanú časť špirály. Namiesto 110 V tak na rovnakú časť špirály pripadne skoro 220 V, čo je zhruba to isté, ako keby sme pripojili celú špirálu na napätie 440 V. A to by už, určite uznáte, špirála asi nevydržala. Podobný pokus na žiarovke dimenzovanej do 6 Voltov ukázal, že viac ako 8 Voltov neprežije.

Uvedomte si ale, že náš predpoklad, že teplo medzi časťami špirály neprestupuje bol veľmi silný. Veď pri obyčajných varných špirálach je práve to dôvodom, prečo sa ochladzovaná špirála neodpáli (narozdiel od neochladzovanej).

Ako vidíte, odpoveď na položenú otázku vôbec nie je jednoznačná. Na jednej strane máme rýdzo fyzikálne riešenie, založené na známych vzorcoch a rovniciach. Na strane druhej stojí riešenie na základe skúseností z bežného života a jednoduchých úvah.

A – kategória, **1. séria** zimného semestra 17. ročníka FKS

	Priezvisko	**Meno**	**Trieda**	**Škola**	**A-1.1**	**A-1.2**	**A-1.3**	**A-1.4**	**☠**	**Σ**
1.	Osuský	Andrej	4 B	G BA J. Hronca	5,0	5,0	4,5	5,0		19,50
2.	Skopalová	Eva	4 A	G Poprad Popr. nábr.	5,0	5,0	4,5	2,5		17,00
3.	Závodný	Jakub	sx.	G BA Grösslingova	5,0	5,0	5,0	1,0		16,96
4.	Stribula	Tomáš Timot	4 B	G AV Levice	2,0	5,0	4,0	5,0		16,00
5.	Dzetkulič	Tomáš	4 A	G PH Michalovce	5,0	5,0	2,5	2,5		15,00
6.	Juhos	Pavol	ok.	G BA Grösslingova	5,0	5,0	3,0	0,5	-1	12,50
7.	Dravecký	Pavol	se.	Int. School of Latvia	2,5	2,0	2,0	5,0	-1	11,97
8.	Galovič	Marián	3 B	G Kurzweise-Eisenstadt	4,0	2,0	1,0	3,0		11,50
	Smrek	Ján	se. N	1SG BA Čapkova	3,5	1,5	2,0	3,0		11,50
10.	Chudý	Michal	4 B	G AV Levice	2,0	5,0	2,0	1,5		10,50
11.	Dzurjanin	Peter	ok.	G BA Grösslingova	2,0	5,0	2,5	0,5		10,00
12.	Pavlík	Ján	se.	G VBN Prievidza	5,0	2,0	0,5	1,0		9,97
13.	Šipeki	Miroslav	4 B	G BA Einsteinova	4,5	2,0	1,0	1,0		8,50
14.	Rybár	Jozef	se. B	G BA sv. Uršule	1,5	4,0	1,0	0,5		8,37
15.	Matúška	Ján	4 B	G Lučenec	-	5,0	3,0	-		8,00
16.	Cvik	Pavol	se.	G BA J. Hronca	2,5	2,0	1,0	-		6,70
17.	Klučka	Ondrej	se. N	1SG BA Čapkova	1,0	0,5	2,0	3,0	-2	5,82
18.	Petrík	Kristián	4 A	G BA Matky Alexie	2,0	2,0	1,0	-		5,00
	Tomeček	Jozef	4 B	G BA Einsteinova	2,5	2,0	-	0,5		5,00
20.	Pitňa	Alexander	3	OG Štúrovo	-	1,0	-	2,5		4,37
21.	Kunzo	Matej	4	G BA Matky Alexie	2,0	0,5	1,0	0,5		4,00
22.	Plašienka	Dušan	4 B	G BA Einsteinova	-	0,5	1,0	1,0		2,50
23.	Darula	Radoslav	se. B	G BA Pankúchova	-	1,0	1,5	0,5	-2	1,77
24.	Škriniar	Jakub	2 A	G VBN Prievidza	-	0,5	-	0,5		1,29
25.	Tinaj	Jozef	4 D	G VPT Martin	0,5	-	-	-	-6	-5,50