

Zadania 1. kola letnej časti

Termín odoslania 06. 03. 2017

1.1 Plytvanie

kategória **B0**

Enka je veľmi schopný financmajster. Tajomstvo jej úspechu sa ukrýva v šetrení, a to všade, kde to len ide. Aj v každodennom živote. A keď chceme zistiť, koľko vieme ušetriť, najprv sa musíme zamyslieť nad tým, koľko plytváme. Enka si preto často láme hlavu nad tým, koľko energie vyplytváme pri nasledujúcich každodenných neefektívnych:

- hodinu nadarmo svietiaci žiarovka,
- auto, ktoré musí zastaviť na prechode kvôli zbytočnej červenej,
- a hodinu nedovreté dvere na chladničke.

Vedeli by ste jej s tým pomôcť?

1.2 Časticový psychológ

kategória **B**

Molekuly v roztoku to majú ťažké. Keď je ich na jednom mieste príliš veľa, majú veľkú potrebu difundovať (samovoľne sa presúvať) na miesta, kde je ich menej. Molekuly však pociťujú silnú osobnostnú krízu, lebo netušia, kde sa to v nich berie. Aký pud ženie molekuly pri difúzii z miest s vyššou koncentráciou do miest s nižšou koncentráciou?

1.3 Mladý vynálezca

kategória **B**

V krajine, kde sa voda liala a piesok sypal, žil jeden Fero, ktorého už dávno prestali baviť obyčajné presýpacie hodiny s pieskom. Preto raz siahol až na úplné dno svojej vynaliezavosti a rozhodol sa do hodín použiť tú druhú možnosť – vodu.

Ba dokonca si povedal, že prelievacie hodiny by boli ešte viac super, keby vedeli merať čas univerzálnejšie ako obyčajné presýpacie. Teda nie iba celý čas, ktorý voda potrebuje na to, aby vytekla, ale aj ľubovoľný kratší časový úsek.

Na to by ale potreboval nejakú jednoduchú závislosť rýchlosti pohybu hladiny od času. A čo takto konštantnú? Nuž, legendy hovoria, že Fero si vraj dodnes láme hlavu nad tým, aký by mali mať takéto prelievacie hodiny tvar. Viete mu poradiť?

1.4 Hustý objekt poprvé

kategórie **A a B**

Keď bol Duško malý, rád zbieral pekné farebné kamienky. V jeden slnečný deň, ležiac pod slnečnikom na pláži, našiel jeden obzvlášť zaujímavý. S nadšeným výkrikom „Ten je hustý!“ ho sprivatizoval a uložil do zbierky k ostatným.

Lenže... aký hustý? Ako má Duško určiť hustotu kameňa, ak má k dispozícii iba rovnoramenné váhy, závažia a neforemnú nádobu, na ktorú sa nedá nakresliť stupnica? Skúste to aj vy :-)

1.5 Zase sústava

kategórie **A** a **B**

Jimi si zo svojej obľúbenej skrine vytiahol ďalšiu fakt kúl sústavu. Och... ale tentokrát to nebude žiaden grc! Teda aspoň podľa nemenovaného zdroja, ktorý tie grcy do tej skrine neustále vkladá...

A čože je to za sústavu? Recept na prípravu je nasledovný: Na dokonale navoskovanú podložku umiestnime dva hmotné body zo svojho obľúbeného obchodu s ideálnymi fyzikálnymi pomôckami, ktoré spojíme ideálnou pružinkou tuhosti k s pokojovou dĺžkou l . Jedno z teliesok následne začneme ťahať silou F a ťahať neprestávame. Nuda, čo? Tak sa pokúste opísať pohyb oboch teliesok v čase.¹



Obrázok 1: Ďalšia fakt kúl sústava

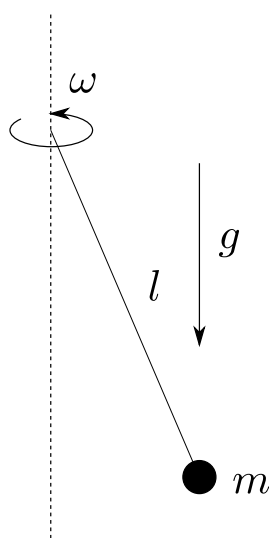
1.6 Rozladené kyvadlo

kategória **A**

Slečna Noetherová² si zaobstarala nádherné dokonale symetrické rovinné matematické kyvadlo dĺžky l , ktoré umiestnila medzi dve vertikálne sklenené dosky, aby mohla overovať symetrie časopriestoru. Na to však musí vedieť merať čas, a na to jej posluží kyvadlo.

Nebol by v tom čert, teda presnejšie bol, keby za rohom nestál pán Heisenberg³, ktorý zaryte tvrdí, že „Pravá krása je skrytá v asymetriách!“. Preto sa rozhodol, že bod závesu kyvadla aj s dvomi vertikálnymi sklenenými doskami⁴ nechá rotovať uhlovou rýchlosťou Ω .

Celé rovinné matematické kyvadlo teraz rotuje okolo osi prechádzajúcej bodom závesu ležiacej v rovine kyvadla (pozri obrázok). Vďaka tejto skutočnosti sa kyvadlo začne oneskorovať. Za aký najkratší čas sa kyvadlo oneskorí o pol periódy?



Obrázok 2: Kyvadlo slečny Noetherovej

¹V reči matematiky samozrejme. Klasické pokusy vymámiť od opravovateľa nejaké body za kopu prázdnych slov nespôsobia mnoho radosti ani na jednej strane ;-)

²Pre tých, čo neboli na poslednom zimnom sústrezení, naše zlatičko Pľyš.

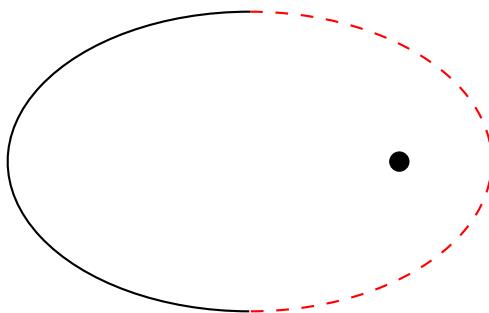
³Maťo

⁴Kyvadlo sa tak teda môže hýbať len v tenkej medzere medzi doskami, ktoré rotujú spolu s kyvadlom.

1.7 Vesmírne prázdniny

kategória A

Malá planétka si obieha po svojej dráhe s numerickou excentricitou e a je jej veľmi zima. Nevie sa dočkať, kedy sa konečne dostane blízko k Slnku, aby sa ohriala. Planétka si však je vedomá toho, že letnú dovolenku si treba poriadne naplánovať. A aby si svoj čas vedela správne rozvrhnúť, potrebuje presne vedieť, ako dlho bude jej pobyt v teple trvať. Vedeli by ste planétke povedať, akú časť jedného obehu strávi v teplejšej polovici svojej eliptickej dráhy?



Obrázok 3: Teplejšia polovica dráhy planétky