

Zadania 1. kola zimnej časti

Termín odoslania 14. 10. 2024

1.1 Sendvičová veta

9 bodov

Pri varení sa často stáva, že keď medzi dve žemle pritlačíte šunku, musí sa hýbať spolu so žemľami. Máme však aj veľa príkladov, kedy sa rôzne veci hýbu inak. V aute nám zo stropu visí závažie a o sedačku je pripevnený héliový balónik. Ako sa správajú, keď:

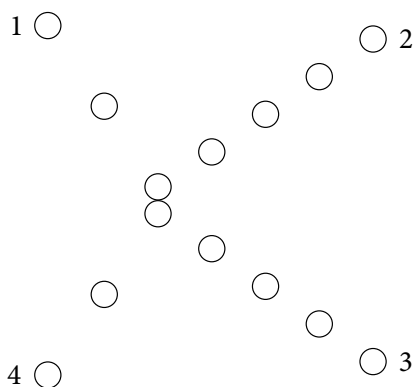
1. auto ide rovnomerne priamočiara,
2. ide rovno a zrýchľuje,
3. ide rovno a brzdí,
4. ide rýchlosťou konštantnej veľkosti po kruhovom objazde?

Čím to je, že sa to nespráva vždy rovnako?

1.2 Noetherovej veta

9 bodov

Marek sa na fakulte hrabal v skriniach so starými prístrojmi a našiel predpotopný stroboskop. Keďže to má v povahe, okamžite ho aj musel vyskúšať. Zobral ho teda do FKS a zhotovil stroboskopickú fotografiu zrážky dvoch rovnakých gúľ, presne takú, aká je na obrázku 1.2.1. Hrdý na svoj experiment, ukázal fotku Jarovi so zákernou otázkou: „Ako prebiehala zrážka? Odkiaľ gule prišli a kam odišli?“. Jaro po chvíľke uvažovania samozrejme odpoveď vedel. Poriadne vysvetlite, ako na to mohol prísť a čo Marekovi odpovedal – ktoré z gúľ označených 1 až 4 sú počiatočné a konečné polohy jednotlivých gúľ?



Obrázok 1.2.1: Marekova stroboskopická fotografia

1.3 Veta o nekonečnej opici

9 bodov

Stano sa zapojil do prerátavania úloh na tohtoročný Fyzikálny náboj. Po hodine a päťdesiatich minútach už bol na konci svojich síl. Chcel ale do konca ešte vyrátať aspoň túto úlohu:

Záhradník Braňo polieval trávnik. Všimol si, že keď drží ústie hadice nízko nad zemou, prúd vody vytvorí oblúk vysoký H a dopadajúci vo vzdialenosti L . Akou rýchlosťou vychádzala voda z ústia hadice? Odpor vzduchu neuvažujte.

Za minútu niečo načarbal na papier a dostal výsledok. Bežal ho odovzdať, no nemal to správne. Tak niečo opravil a znova bežal odovzdať. Bohužiaľ to bolo stále zle. Po niekoľkých ďalších pokusoch už mal papier celý popísaný zlými výsledkami. Vtom mu to konečne docvaklo a už si bol istý, že to má správne. Napísal výsledok na zadanie a bežal ku opravovateľom. Kým tam ale dobehol, zabudol ktorý z výsledkov na papieri má byť ten správny. Na papieri mal tieto výsledky:

1. $v = \sqrt{\frac{gL^2}{H-L} + 2gH}$
2. $v = \sqrt{2gH}$
3. $v = \sqrt{\frac{gH^2}{L} + 2gL}$
4. $v = \sqrt{\frac{g(L+H)^2}{H} + gH}$
5. $v = \sqrt{2gH - \frac{gL^2}{H}}$
6. $v = \sqrt{\frac{gL^2}{H} + 2gH}$
7. $v = \sqrt{\frac{gL^2}{H} + 3gH}$
8. $v = \frac{gL^2}{H} + 3gH$
9. $v = \sqrt{\frac{g(L-H)^2}{H} + gH}$
10. $v = \frac{gL^2}{H-L} + 2gH$

Zistite, ktorý z výsledkov môže byť správny, bez toho, aby ste samotný príklad vypočítali.

1.4 Picardova veta o existencii a jednoznačnosti riešenia

9 bodov

Mözög prepadol hviezdnej turistike. Tentoraz by sa chcel stretnúť s kapitánom Picardom na jeho preslávenom hviezdnom plavidle. Sedí teda pripútaný v rakete, ktorá je vo vertikálnej polohe a pripravená vzlietnuť. Hmotnosť rakety aj s palivom je 4,1 tony, hmotnosť Mözga aj s topánkami je ešte stále zanedbateľná. Nastane zážih motorov a palivo uniká z rakety rýchlosťou 2,5 km/s vzhľadom na raketu. Palivo sa spaľuje konštantým tempom 16 kg/s.

Nájdite (aspoň numericky) výšku, do ktorej raketa vyletí, ako funkciu času od zážihu motorov.

Poznámka: Ak riešite úlohu numericky, stále nás zaujíma plnohodnotný fyzikálny opis situácie! Iba za program veľa bodov nezískate.

1.5 Veta o pevnom bode

9 bodov

Marekovi sa často stáva, že si na palubu lietadla berie zvláštne veci. Jednou z nich bol hmotný bod na nehmotnom závесе. Keď lietadlo začalo zrýchľovať, pohybujúc sa stále vodorovne a priamočiario po dráhe, voľný hmotný bod zavesený na pevnom bode v lietadle, sa od zvislice vychýlil približne o 15° , na základe čoho sa dalo odhadnúť zrýchlenie lietadla. Aké bolo? Keď bolo lietadlo vo vzduchu, stále konštantne zrýchľovalo, no už nebolo ľahké nájsť zvislú polohu vzhľadom na Zem, lebo lietadlo, letiace v smere podlahy, bolo naklonené a vonku bola tma, čiže sme nevideli horizont. Ako by ste odmerali zrýchlenie v tomto prípade?

Poznámka: Očakávané riešenie je detailný postup merania a zistenie smeru a veľkosti zrýchlenia.

1.6 Gaussova-Ostrogradského veta o divergencii

9 bodov

Matúš sa pri štúdiu supravodičov hrá s dutinami. Teraz ho ale zaujal princíp koaxiálneho káblu. Položil si takúto otázku:

Mám nekonečne dlhý rovný koaxiálny kábel, ktorého vnútorný vodič je nabitý s dĺžkovou hustotou σ a má polomer r , Akú hrubú izoláciu s relatívnou permitivitou ϵ_r potrebujem medzi vnútorným a vonkajším vodičom, aby bolo medzi nimi napätie U ? Ako bude vyzerat elektrické pole v okolí káblu?

Matúšovu úlohu riešte pre dva prípady

1. vonkajší vodič je nenabitý,
2. na vonkajšom vodiči je opačný náboj ako na vnútornom.

1.7 Weinbergova-Wittenova veta

9 bodov

Hovorca už je celkom archívny, ale to ešte neznamená, že sa neučí nové veci. Minule sa učil základy teórie strún. Písalo sa tam veľa o strunách a membránach a ako sa s tým celým vlastne dá robiť náročná ale zaujímavá fyzika. Avšak Hovorcovi to do hlavy nešlo. Išiel teda do labákov na matfyzu hľadať nejaký príklad. Ten, ktorý našiel, mu síce veľa o kvantovej povahe sveta nepovedal, ale struny a membrány, tými sa len tak hemžil.

Našiel totiž kovový krúžok polomeru L , na obvode ktorého bolo N rovnakých pružín s tuhosťou k , všetky spoločne v strede krúžku upevnené na hmotný bod hmotnosti m . Pružiny boli rozmiestnené rovnomerne na obvode. Ak máme pružín dostatočne veľa, takáto sústava dobre simuluje napnutú membránu, napríklad ušný bubienok.

Predstavte si teda, že toto je váš ušný bubienok. Príde za vami nadšený Hovorca, ktorý vám chce rozprávať o membránach v teórii strún. Vytvára pritom rovinné vlny amplitúdy A a intenzitou I . Môžete uvažovať, že kmitanie bubienka je rovnaké, ako kmitanie danej zvukovej vlny a že výchylka bubienka je malá, teda že napätie či dĺžka pružín sa pri kmitaní nemení. Nájdite priemernú kinetickú energiu bubienka.

1.8 Veta o prekročení rieky

9 bodov

V histórii sa často stávalo, že ľudia chceli prekračovať rieky. Príkladom môže byť Július Cézar, ktorý v januári 49 pred Kristom, prekročiac rieku Rubikon, zanechal nezmazateľnú stopu v učebniciach dejepisu.

Správnemu fyzikovi by pri ich čítaní hneď mala napadnúť otázka: „Ako bola tá rieka široká?“ Komu by sa v dnešnej dobe chcelo prekračovať rieku, keď jej šírku vieme odmerať a zostať suchí? Zistite preto šírku ľubovoľnej rieky bez toho, aby ste ju prekročili (alebo natiahli cez ňu špagát a podobne). Dbajte na zhodnotenie chýb merania.