

Zadania 2. kola letnej časti

Termín odoslania 22. 04. 2024

2.1 Bagstreet Boys

9 bodov

Pa3k bol prednávkom na proteste. Po jeho skončení mu prišlo zaujímavé pozorovať rozpúšťajúci sa dav. Všimol si niekoľko vlastností:

- Pred prechodom zúženým miestom dav spomalil a ľudia tu boli na seba viac natlačení.
- Na otvorenom priestranstve hustota ľudí klesala ako $1/r$, kde r je vzdialenosť od miesta protestu, a keď si Pa3k vymyslel ľubovoľnú oblasť, koľko ľudí do nej v každom momente vošlo, tolko z nej aj vyšlo.

Detailne popíšte správanie davu pri prechode zúženým miestom a na otvorenom priestranstve a porovnajte to so základnými zákonmi hydrodynamiky (rovnica kontinuity, Bernoulliho rovnica, ...). Dal by sa dav považovať za tekutinu?

2.2 Hladká jazda

9 bodov

Zuzka by si rada postavila vlastnú lanovku, aby nemusela platiť skipas. Potom si však uvedomila, že aj keby vlastnú lanovku mala, tak či tak by to nebolo zadarmo. Ceny elektriny išli nahor, a preto by si chcela postaviť čo najefektívnejšiu lanovku. Spočítajte účinnosť nejakej, už stojacej, lanovky – teda pomer energie dodanej lyžiarovi k celkovej investovanej energii. Všetky potrebné údaje si dohľadajte a uveďte zdroj.

2.3 Deficit defektov

9 bodov

Kubko zase raz skončil svoje nočné jazdy na električke a zaviezol ju do vozovne Jurajov dvor. Počas cesty autom smerom domov si ale ešte stále predstavoval tú svoju parádnu súpravu 7733+7734. Tu mu v hlave skrsla myšlienka: „Čo ak by autá mali tiež ocelové kolesá? Alebo ešte lepšie – nie len kolesá, ale rovno celé autá by boli ocelové a cesty taktiež z ocele. To by sa potom jazdilo! A ten valivý odpor, aký by bol len malý!“

Je to naozaj taký dobrý nápad? Odhadnite, ako by sa zmenila brzdná dráha áut v meste a na diaľnici, ak by cesty aj autá vrátane kolies boli ocelové. Zahrňte všetky relevantné faktory.

2.4 FKSák vo vlaku

9 bodov

Aj vedúcim FKS sa niekedy začnie za ich riešiteľskými časmi, najmä za úžasnými experimentálkami. Pri ceste na posledné sústreďenie tak mali v rýchliku z Bratislavy do Kysaku dosť času na vyskúšanie všetkého možného. Napríklad Adam si na stolík položil fľašu s vodou a uhlomerom meral sklon hladiny voči rovine stola¹.

¹Adam je skvelý experimentátor, a preto sú jeho výsledky naprosto presné aj napriek tomu, že použil túto drevorubačskú metódu.

Výsledkom merania bolo, že trať medzi obcami Podkríky-Pištole a Krtince nad Chrontavou najprv stúpa so sklonom 10 ‰, a hneď potom klesá so sklonom 20 ‰. Tieto dve obce na mape pravdepodobne nenájdete, no majú rovnakú nadmorskú výšku a sú od seba vzdialené vzdušnou čiarou 6 km. Po akej trajektórii prešlo ťažisko vlaku na spomínanom úseku, ak je homogénny s dĺžkou 500 m a bezprostredne pred a po tomto úseku je trať vodorovná do vzdialenosti aspoň jednej dĺžky vlaku?

2.5 Optimalizácia chodníčkov

9 bodov

Matúš na svojej každodennej ceste do školy chodí okolo parčíka obdĺžnikového tvaru s rozmermi $a \times 2a$. Architekti navrhnuvší parčík však akosi pozabudli na chodníky, a preto chudák Matúš teraz musí chodiť po jeho obvode až... až sa jedného dňa ponáhlal a namieril si to krížom po trávniku.

Chodenie krížom sa ukázalo byť za istých okolností optimálnejšie. Matúš si odsledoval, že kvôli momentálnej výške trávy a úhrnu zrážok za posledné tri dni je chôdza po trávniku n -krát pomalšia než chôdza po chodníku. Po istom čase sa tak vytrénoval, že dokázal dokonale optimalizovať svoju trajektóriu.

Matúš sa potrebuje dostať na protilahlý roh parčíka. Akú trajektóriu má zvoliť, ak sa po trávniku pohybuje n -krát pomalšie ako po chodníkoch na obvode? Ukážte, že vami nájdená trajektória je pre dané n naozaj tá najoptimálnejšia.

2.6 Ohlušujúca havária

9 bodov

Maťkovi sa sníval taký zvláštny sen. Viezol sa s Kubkom v starej električke rýchlosťou v , keď tu sa im zrazu do cesty postaví stena. A Kubko bum do nej narafal!

Dva vozy električky, oba s hmotnosťou m , sú spojené pružinou s tuhosťou k a s dostatočne veľkou pokojovou dĺžkou. Pri dokonale nepružnej zrážke prvého vozu električky so stenou sa pružina stlačí. Popíšte, čo sa bude diať po náraze. Ako sa budú jednotlivé vozy električky po zrážke pohybovať? Odovzdajte *úplný kvantitatívny* popis pohybu jednotlivých vozov súpravy.

2.7 Ukrytý náboj

9 bodov

Krtko vyhral v tombole náboj Q . A ešte aký! Taký, aký nik v FKS nemá. Aby mu ostatní vedúci nezávideli, rozhodol sa ho pred nimi dobre ukryť. I zobral dutú kovovú guľu s vnútorným polomerom a a vonkajším polomerom $b > a$ a vložil ho dovnútra. Krtkov náboj si teraz hovie vo vzdialenosti $d < a$ od stredu gule. Ako vyzerá elektrické pole od Krtkovho náboja mimo gule? A ako v kovovom medzigulí? Detailne vysvetlite, ako takéto pole vzniká a taktiež kvalitatívne popíšte, čo sa deje v medzigulí.

2.8 Laserové pravítko

9 bodov

Andrej sa po noci prebdenej nad skriptami z modelov atómového jadra ráno pozrel do zrkadla a všimol si, že vyzerá akosi nevyspato. Bol samozrejme presvedčený, že chyba je na strane zrkadla, a tak sa ho spýtal: „Zrkadielko, zrkadielko, aké si hrubé?“ Zrkadlo sa urazilo, že ho považuje za tučné a odmietlo odpovedať. Zmerajte teda vy hrúbku zrkadla optickou metódou. Použiť môžete napríklad laser, v tom prípade nezabudnite na dostatočnú ochranu zraku.

Nemerajte hrúbku zrkadla pravítkom ani iným dĺžkovým meradlom priamo.