

Zadania 3. kola letnej časti

Termín odoslania 22. 05. 2023

3.1 Spínač na výpary

9 bodov

Lucku náhle prepadol hlad. Nanešťastie jediné, čo doma našla, boli takmer nevyčerpatelné zásoby vifoniek. Zobrala teda hrniec, napustila doň vodu a položila ho na (plynový) varič. Po čase voda začala vriieť a Lucka varič vypla. A hoci opar nad hrncom pozorovala počas celého varenia, na jej obrovské prekvapenie sa obláčik výrazne zviditeľnil až v tomto momente. Viete jej vysvetliť, prečo zvyčajne vidíme opar počas varenia len slabo a obláčik sa zvýrazní až po vypnutí variča?

3.2 Krtko vyrýva

9 bodov

Kubko si tak brázdil poľné cesty na jeho Plechovke, keď tu zrazu sa mu pred autom spod zeme vynoril krtko. Kubko si, samozrejme, pri brzdení nechce otrieskať čelo o čelné sklo, a preto sa rozhodol stláčať brzdový pedál postupne, t. j. spomalenie bude nabiehať lineárne po dobu dvoch sekúnd až do maximálnej hodnoty 10 m/s^2 . O koľko dlhšie mu bude trvať zastavenie takýmto spôsobom oproti situácii, kedy by na brzdu šliapol okamžite na doraz, ak počiatočná rýchlosť bola

- a) 30 km/h ,
- b) 50 km/h ?

3.3 Öslepujúci zážitök

9 bodov

Mözgak si nedávno kúpil nový astronomický ďalekohľad s öbrovským zväčšením. Pri jeho testovaní sa ale obával, že s takýmto öbrovským zväčšením by si mohol už aj pri pohľade na Mesiac vypáliť öči. Povedzme, že na vypálenie by stačila jedna desatina svetelného toku od Slnka. Bolo by niečo také možné s bežne dostupným astronomickým ďalekohľadom? Mohol by existovať taký, ktorým by sme to dokázali? Ak áno, aké by musel mať parametre?

3.4 Zmätená vrtuľa

9 bodov

Marcel sa rozhodol presedlať od fotografovania k natáčaniu videí. Ako prvé sa rozhodol si natočiť zopár lietadiel pri vzlietaní. Už pri natáčaní si ale všimol, že mu tam niečo akosi nesesedelo. Na kamere to vyzeralo, akoby sa vrtuľa jedného z lietadiel točila úplne inou rýchlosťou ako v skutočnosti, ba dokonca občas aj menila smer. Uvedomil si, že ak pozná uhlovú rýchlosť Ω , ktorou sa vrtuľa točí v realite a snímkovaciu frekvenciu f jeho kamery, musí vedieť spočítať aj túto zdanlivú uhlovú rýchlosť ω vrtule na videu. Pomôžte mu s tým!

Uvažujte, že Ω aj f môžu byť ľubovoľné kladné reálne čísla a že jednotlivé listy vrtule sú od seba odlišiteľné.

3.5 Izochrónny velodróóm

9 bodov

Jaro išiel nedávno pozrieť na preteky v dráhovej cyklistike. Tie sa konajú na oválnej dráhe s klopenými zákrutami. Zákruty majú tvar polkružnice, pričom vnútorný a vonkajší polomer zákruty sú postupne r_1 a r_2 . Cesta na vnútornom okraji zákruty je vodorovná a vieme, že cyklisti na nej iba tesne neprešmykujú¹. Jaro sa zamyslel, aký musí byť minimálny uhol klopenia cesty (v závislosti od polomeru), aby cyklista vedel prejsť zákrutou po každom polomere z intervalu (r_1, r_2) za rovnaký čas T . Nájdite predpis pre profil takejto cesty v kolmom priereze, teda závislosť jej výšky od vzdialenosti od stredu zákruty.

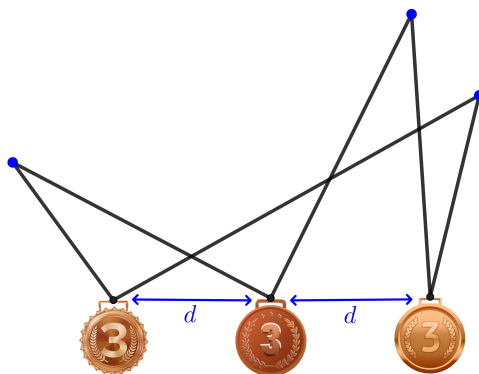
3.6 Vy vážené medaily

9 bodov

Adam má zbierku troch medailí z predmetových olympiád, ktoré si všetky váži rovnako, hoci majú rôzne hmotnosti $m_1 = 96$ g, $m_2 = 60$ g a $m_3 = 80$ g. Chce si ich preto zavesiť na stenu tak, aby viseli všetky v rovnakej výške so vzájomnými rozstupmi dĺžky $d = 15$ cm. Má síce k dispozícii tri klince, ale len jeden motúz a nula nožníc. Namiesto podľahnutia nožnicovej lobby preto zavesil medaily na motúz, ten zviazal do vhodne dlhej slučky a tú zavesil na vhodne pribité klince. Aký dlhý kus motúzu mohol použiť, ak je celý napínaný silou $T = 0,5$ N?

Uvažujte, že motúz je nehmotný, medzi ním a klincami je nulové trenie a na klince ho Adam nevie uväzovať. Rovnako ho ani nemal dôvod obmotávať medzi klincami viackrát, takže cez každý kliniec bol motúz prevesený maximálne raz.

Úloha má viacero riešení, stačí ale nájsť ľubovoľné z nich.



Obrázok 3.6.1: Náčrt visiaceho motúzu s medailami na 3 klincoch

3.7 Mahalo 'Oumuamua

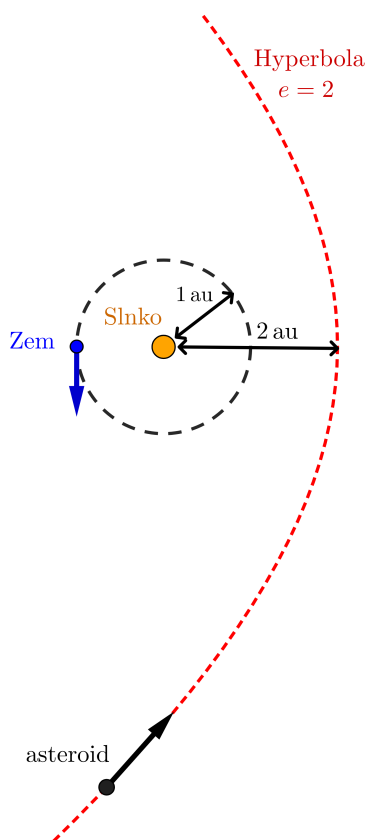
9 bodov

Extrasolárny asteroid 1I/'Oumuamua letí v rovine dráhy Zeme po hyperbolickej dráhe s excentricitou 2 a perihéliovou vzdialenosťou $2 a_u$. Objavili sme ho presne 5,5 roka pred preletom perihéliom a Zem bola vtedy na svojej dráhe akurát presne oproti tomuto perihéliu. Keďže jeho spektrum vyzerá nanajvýš zaujímavo, chceli by sme k nemu poslať raketu. To však vie byť riadne drahé. Nájdite čo najmenší súčet zmien rýchlosti $|\Delta v|$, s ktorým sa nám na ňom podarí jemne pristáť – čiže v okamihu kontaktu budú mať obe telesá nulovú vzájomnú rýchlosť.

¹To znamená, že ak by sa pohybovali ľubovoľnou vyššou rýchlosťou, začalo by ich to šmýkať do strany (von zo zákruty)

Zem obieha po kružnici s polomerom 1 au konštantnou rýchlosťou, jej hmotnosť je $6 \cdot 10^{24}$ kg a hmotnosť Slnka je $2 \cdot 10^{30}$ kg. Hmotnosť asteroidu, atmosféru a rotáciu Zeme zanedbajte. Gravitačné prakty ani relativistické efekty neuvažujte². Raketa zrýchľuje okamžitými impulzmi.

$$t = -5,5 \text{ yr}$$



Úloha má otvorené riešenie: nemusíte sa trápiť, či je váš postup dokázateľne optimálny. Najlepšie riešenie získa špeciálnu odmenu.

3.8 Koncentráciou ku koncentrácii

9 bodov

Sabinka raz zavárala marhule, ale nepamätala si, koľko cukru už dala do nálevu. Ako pravá fyzička sa to preto rozhodla zistiť experimentálne. Vedela totiž, že index lomu sladkého roztoku závisí na jeho koncentrácii. Nabrala preto inkriminovaný roztok do valcového pohára, ktorý potom použila ako šošovku. Presvietila ho teda rovnobežným zväzkom svetla a zmerala jeho ohniskovú vzdialenosť, ktorá úzko súvisí s indexom lomu.

Pomôžte Sabinke. Namerajte jej, ako vyzerá závislosť ohniskovej vzdialenosti takejto šošovky od koncentrácie cukru rozpusteného vo vode.

²Teda riešenie vypáliť sondu maximálnou rýchlosťou priamo na asteroid a potom ubrzdiť je platné, aj keď veľa bodov zaň nebude