Trojsten

Fyzikálny korešpondenčný seminár
XLII. ročník, 2026/2027

FKS, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

F K S

Zadania 3. kola zimnej časti

Termín odoslania 07. 12. 2026

3.1 Vira-zne sa zamysli

9 bodov

Keď Jožura naposledy staval raketu, Viru to natoľko zaujalo, až si na ňu sadla, a…

Vyletela do prázdneho vesmíru. V tomto prázdnom vesmíre sa nachádzala len planéta hmotnosti M. Táto planéta je dokonalá guľa s polomerom R a má homogénne rozloženú hmotnosť.

Vira sa na tejto planéte celkom nudila. Jediné čo mala so sebou boli dva kvádriky, ktoré boli oveľa, oveľa menšie ako planéta. Jeden kvádrik mal rozmery a_1, b_1, c_1 a hustotu rho_1. Druhý kvádrik bol na tom podobne, rozmery a_2, b_2, c_2 a hustota rho_2. Vira tieto dva kvádriky položila na povrch planéty tak, že vzdialenosť ich ťažísk bola r, ktoré je oveľa, oveľa menšie ako R ale oveľa, oveľa väčšie ako rozmery kvádrikov. Odmerala, že koeficient statického trenia medzi prvým kvádrikom a povrchom planéty je f_1 a pre druhý kvádrik to je f_2. A potom Vira odletela raketou straaaaašne ďaleko od planéty. Cestou sa zamýšľala:

1. Aké všetky sily pôsobia na prvý kvádrik?
2. Aké všetky sily pôsobia na druhý kvádrik?
3. Aké všetky sily pôsobia na planétu?

Pomôžte Vire odpovedať na otázky. Sily zakreslite do obrázka tak, že je jasné ich pôsobisko. Ich veľkosť vyjadrite pomocou zadaných veličín a fyzikálnych konštánt.

Ešte predtým, ako Vira na tieto otázky prišla, našla v ďalšom vesmíre veľa kvapaliny s hustotou $\rho < \rho_1$ a $\rho < \rho_2$ a relatívnou permitivitou ϵ_r. Tak si teda z tej kvapaliny časť odliala do nehmotného akvária a vrátila sa na planétu. Akvárium položila na planétu a vložila doň kvádriky tak, že vzdialenosť ich ťažísk bola opäť r. Zároveň nabila prvý kvádrik nábojom Q_1 a druhý kvádrik nábojom Q_2.

Aké všetky sily pôsobia teraz na prvý kvádrik? A na druhý kvádrik?

3.2 Vytočená Katka

9 bodov

Katka išla jednu noc rozhorčene z prednášky. Nastúpila do toho istého výťahu ako Marek v minulej sérii. Výťah sa začal rozbiehať konštantným zrýchlením a nahor, keď si všimla onú slávnu skrutku na strope vo výške h nad podlahou výťahu. Aby trochu uvoľnila svoje rozhorčenie, rozhodla sa do skrutky buchnúť. Skrutka bola ale po Marekovom zásahu ešte uvoľnenejšia, a tak odletela rýchlosťou v. Pružne sa odrazila od steny vzdialenej d a padla na zem, kde ostala ležať. Katka, trochu zarazená tým, že skrutka odletela, si až po chvíli uvedomila, že skrutku trafila tak špeciálne, že zostala ležať presne pod miestom, kde bola pôvodne na strope. Aký uhol zvierala počiatočná rýchlosť skrutky so stropom výťahu? Vo vašom riešení uveďte všetky podmienky, ktoré musia byť splnené, aby vaše riešenie platilo. Skrutku považujte pre potreby riešenia za hmotný bod.

Pri riešení neváhajte použiť trigonometrické identity.

Ak vám zadanie úlohy príde náročné, odporúčame začať vzorovým riešením druhej úlohy prvého kola alebo prvej úlohy druhého kola.

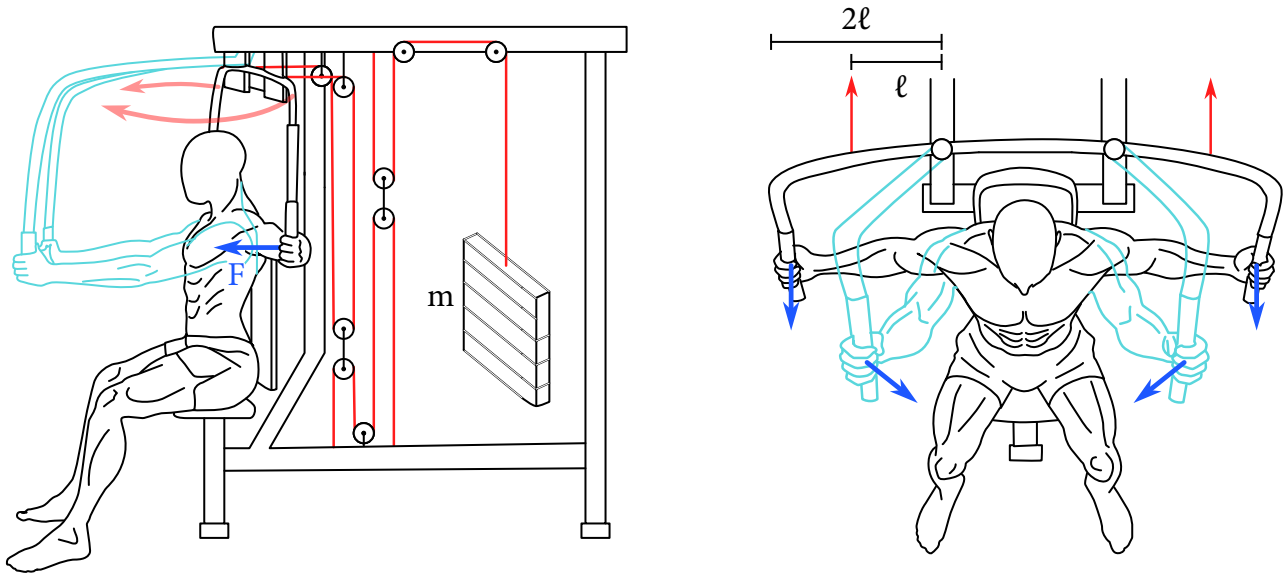
3.3 Silák Šimkoš

9 bodov

Šimon trávi poobedia najčastejšie bouldrovaním. Raz, keď sa už naozaj fyzicky aj mentálne zničil na bouldri obtiažnosti 7b, padol mu zrak na prístroj na cvičenie. Obvzlášť ho na tomto stroji zaujalo, že sa na ňom dali posilovať ako ruky, tak aj nohy. Najzaujímavejší však bol systém kladiek, ktorý to dovoľoval.

Pri jednom z cvikov, ktoré sa na stroji dali robiť, sedí človek ako na obrázku. Rukami dopredu tlačí tyče, ktoré sú hore upevnené na kĺbe. Človek ich drží vo vzdialenosti 2ℓ od kĺbu a lanko je upevnené vo vzdialenosti ℓ od kĺbu. Lanko následne ide cez sústavu kladiek. Výsledkom je, že týmto pohybom človek zdvíha závažie s hmotnosťou m. Ako silno treba tlačiť každou z rúk, aby sa závažie začalo zdvíhať?

Samozrejme uvažujte nehmotné kladky a dokonale pružné a nehmotné lano.

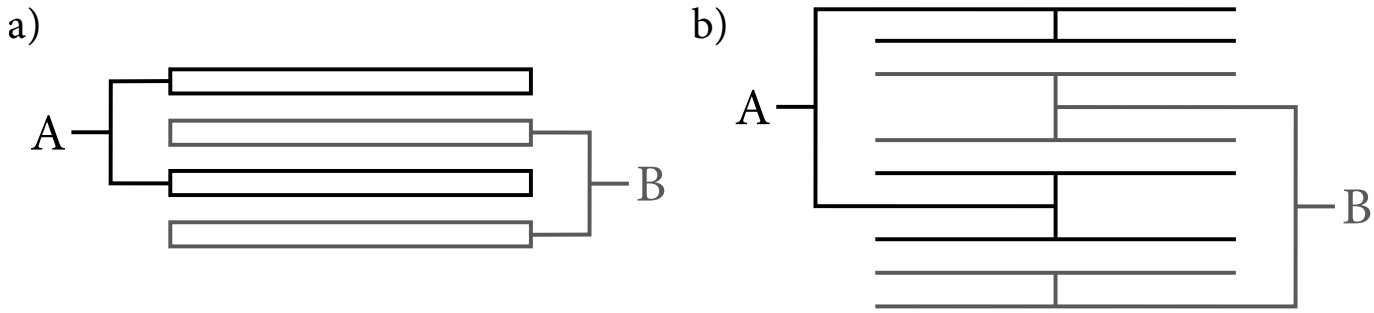


Obrázok 3.3.1: *Náčrt stroja na cvičenie.*

3.4 Prepletený kondenzátor

9 bodov

Kai sa teší, lebo konečne má čas zorganizovať súčiastky z Arduina, ktoré Trojsten vlastní. Pri tom sa mu podarilo nájsť takýto podivuhodný kondenzátor zložený zo štyroch identických platní (obrázok 3.4.1 a)). Dve sú vodivo spojené s ľavou stranou a dve s pravou. Medzi každými dvoma susednými platňami je rovnaká vzdialenosť d. Kai vie, že keby zobral takéto platne len dve a dal ich vedľa seba na vzdialenosť d, vyrobil by kondenzátor s kapacitou C. Vtom prišiel Matúš a povedal mu, že jeho schéma sa dá prekresliť na tú, ktorá je načrtnutá na obrázku 3.4.1 b). Akú kapacitu má schéma na obrázku? Zamyslite sa a odargumentujte, prečo je Matúšove prekreslenie možné.



Obrázok 3.4.1: *Schéma kondenzátora, ktorý Kai našiel.*

3.5 Aha, padá! **9 bodov**

Ninka sa na jednu prednášku o betóne poctivo pripravila, takže už všetko vedela a trochu sa nudila. Hrala sa teda s ceruzkou.

Ninkina ceruzka má dĺžku $L = 1$ m a hmotnosť $m = 1$ kg. Ninka ju položila na okraj stola tak, že z nej trčalo $x = 0{,}3$ m. Potom začala za koniec ceruzky ťahať konštantou silou $F = 10$ N smerom dole. Akú maximálnu uhlovú rýchlosť ceruzka dosiahne, ak je bod otáčania fixný?

Pri riešení úlohy neváhajte použiť výpočtový softvér.

3.6 Slepá potápačka **9 bodov**

Uvažujme zjednodušený model oka – opticky homogénne oko tvorené hmotou s indexom lomu 1,336, ktoré má sietnicu vzdialenú 2,4 cm za svojím predným vonkajším povrchom. Aký je tvar predného povrchu oka, ak rovnobežný zväzok svetla zaostrí na sietnici do jedného bodu? Uveďte parametre, ktorými je tento povrch jednoznačne daný. Aký je polomer gule, ktorá sfokusuje paraxiálne lúče do toho istého bodu na sietnici?

Majka má veľmi zlý zrak, takže na to, aby videla ostro, potrebuje okuliare s optickou mohutnosťou +5 D. Určte všetky tie isté parametre Majkinho oka ako pre zdravé oko. Predpokladajte, že šošovky okuliarov sú sklenené a že Majka nosí okuliare vo vzdialenosti 1,2 cm pred vonkajším povrchom oka.

Majka sa šla potápať. Okuliare s akou optickou mohutnosťou (určenou vo vzduchu) si musí nasadiť, aby pod vodou videla ostro? Zamyslite sa a aspoň kvalitatívne odhadnite, ako by sa tento výsledok zmenil, ak by sme uvažovali realistickejší model oka pozostávajúci z viacerých lomných plôch (rohovka, šošovka, atď.).

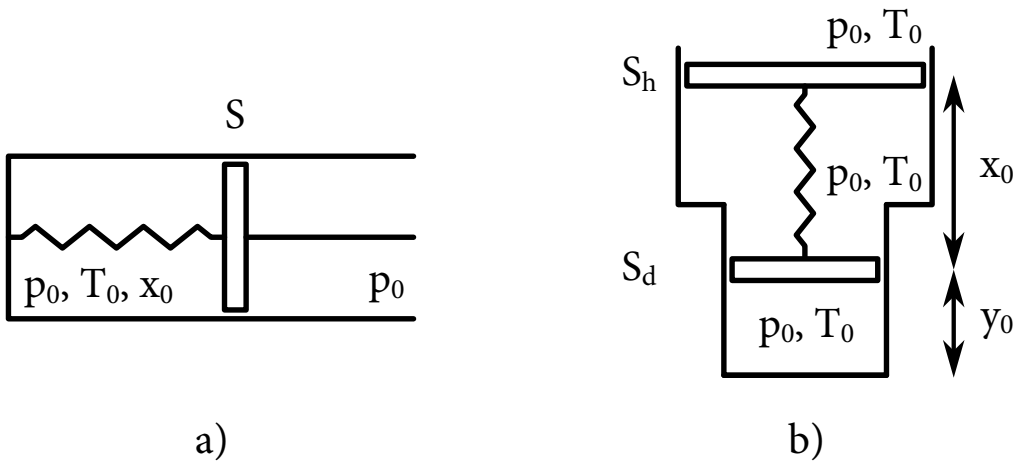
3.7 Pružná termodynamika **9 bodov**

Matúš sa opäť raz ocitol vo FKS. Ostatní vedúci nestrácali čas a hneď mu dali domyslieť úlohu na termodynamiku do tretieho kola. Matúš sa teda pozrel na termodynamiku z druhého kola a po chvíli hútania a sústredeného pozerania na náčrt piestu sa usmial, zobral fixku a dokreslil pružinku. Keďže sa mu teraz úloha zdala trochu prináročná, vymyslel zjednodušenú návodnú úlohu. Ak vám príde prináročná aj tá, môžete si pozrieť vzorové riešenie úlohy z termodynamiky z druhého kola.

Majme piest ako na obrázku 3.7.1 a) v ktorom je upevnená pružinka s koeficientom tuhosti k. V pieste je ideálny plyn s tlakom p_0, teplotou T_0. Piest má prierez S a na začiatku má dĺžku x_0, ktorá zodpovedá pokojovej dĺžke pružinky. Druhá strana piestu je otvorená a je tam atmosférický tlak p_0. Obsah piestu teraz izobaricky zohrejeme na teplotu T_1 (izobaricky, lebo z druhej strany na piest stále pôsobí atmosférický tlak.) Aká bude výsledná dĺžka piestu?

Po tom, ako vyriešite zjednodušený prípad, sa môžete pustiť do pôvodnej vylepšenej úlohy zobrazenej na obrázku 3.7.1 b). Opäť máme z jednej strany uzavretú trubicu, ktorá má najskôr prierez $S_d = 100\ \mathrm{cm}^2$ a potom $S_h = 200\ \mathrm{cm}^2$. V užšej aj hrubšej časti osadíme tesniace uzávery, ktoré spojíme nenatiahnutou pružinou s tuhosťou $k = 1\ \mathrm{kN/m}$. Tak sme vytvorili dve komory s objemom $V_d = V_h = 1\ \mathrm{m}^3$. V oboch vzniknutých komorách je ideálny plyn s teplotou $T_0 = 20\ °\mathrm{C}$ a tlakom $p_0 = 1 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$. Rovnaké podmienky panujú aj v okolí. Následne obsah vrchnej vzniknutej komory izobaricky zohrejeme na 40 °C. Aký bude obsah tejto komory po zohriatí?

Narozdiel od úlohy z predchádzajúceho kola, teraz uvažujte hlavice piestov nehmotné.



Obrázok 3.7.1: *a) Náčrt piestu z návodnej úlohy. b) Náčrt dvojkomorového piestu s pružinou*