

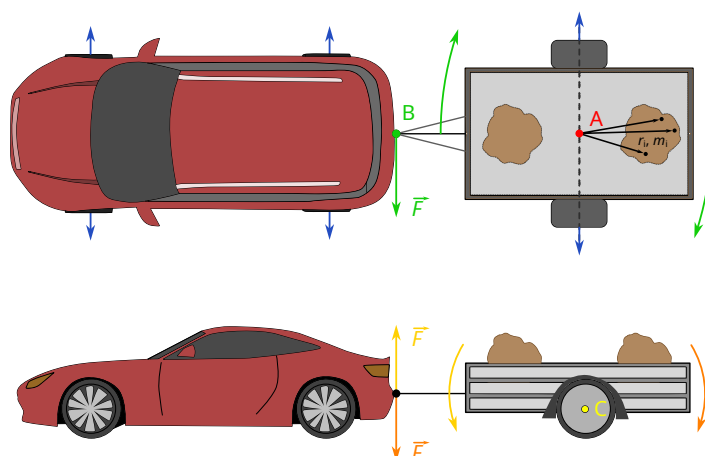
Riešenia 2. kola zimnej časti

2.1 Krumpľová brigáda

vzorák KatkaN, opravovala KatkaN

Podme si postupne rozobrať nástrahy číhajúce na nič netušiaceho Jožka snažiaceho sa šoférovať auto s vrecom zemiakov na vlečke. Ak by dal Jožko záťaž kamkoľvek na vlečke, pri prudkom brzdení alebo zrýchľovaní by vrece kvôli zotrvačnej sile „letelo“ dopredu, respektíve dozadu. V ďalšom budeme preto predpokladať dostatočne plynulé zmeny rýchlosti auta a zanedbáme presun záťaže počas cesty. Uvažujme teda situáciu, že vrece zemiakov ostane navždy na tom mieste vlečky, kam ho Jožko na začiatku položil (napríklad ho niečím upevní).

Predstavme si jednonápravovú vlečku pripojenú k Jožkovmu autu.



Obrázok 2.1.1: Náčrt Jožkovho auta s vlečkou

Takáto vlečka má viacero osí otáčania, podľa nich nazveme aj situácie A, B a C. Prvá prechádza stredom osi kolies, druhá takzvanou guľou, ktorou je pripojená vlečka k autu, ďalšia je samotná os kolies vlečky. Pre nás budú dôležité dve veličiny, moment sily M a moment zotrvačnosti I . Rozoberme si situáciu A. Bod A tu budeme brať ako pevný bod. Ak na vlečku pôsobia sily, vznikajú momenty síl voči bodu A. Tie sa snažia vlečku okolo tohto bodu otáčať. Takto rotujúca vlečka pôsobí prostredníctvom spoja na auto a snaží sa ho tiež zrotovať. Nakoľko má však auto nápravy dve¹ a nie len jednu, nie je také ľahké ním točiť. Auto teda pôsobí naspäť na vlečku silou, ktorou bráni jej rotácii. Od čoho táto sila závisí? Tu sa dostáva k slovu

¹Momenty tretej sily kolies v smere modrých šípok budú nenulové.

moment zotrvačnosti. Ten vieme vo všeobecnosti vypočítať ako²

$$I = \sum_{i=1}^N r_i^2 m_i,$$

kde sčítavame príspevky hmotných bodov hmotnosti m_i vo vzdialenosti r_i od osi otáčania. Táto veličina v podstate popisuje, aké náročné je nejaký objekt roztočiť alebo prestať točiť. Vidíme, že čím ďalej od osi otáčania sa hmotný bod nachádza, tým náročnejšie bude zastaviť jeho rotačný pohyb. Takže aj sila, ktorou bude pôsobiť auto na vlečku cez guľu, bude tým menšia, čím lepšie sa nám podarí sústrediť hmotnosť nákladu v osi otáčania, teda v bode A.

Zmeňme teraz trocha uhol pohľadu a pozrime sa na situáciu B. Os otáčania takéhoto systému teraz prechádza guľou. Ak auto zatáča, v spoločnom ťažisku vlečky a zemiakov pôsobí odstredivá sila. Táto sila vytvára moment M , ktorý otáča vlečku okolo bodu B

$$M = r \times F.$$

Moment bude tým väčší, čím bude rameno sily r väčšie. Zemiaky by sme teda v tomto prípade mali položiť čo najbližšie ku kufru auta, aby sme minimalizovali moment sily aj zotrvačnosti voči bodu B.

Nuž, ako sa vraví, do tretice všetko dobré. Pozrime sa preto ešte aj na poslednú os, teda situáciu C. Z tohto pohľadu je najlepšie uložiť zemiaky priamo nad nápravu, pretože takto nebudú pôsobiť žiadnym momentom sily³. Ak by sme však vrece dali aj o kúsok viac dopredu alebo dozadu, výrazný efekt by to nemalo. Treba si uvedomiť, že rotačnému pohybu vlečky v tejto rovine pomerne dobre zabráňuje spoj. A nakoľko hmotnosť vreca zemiakov je zanedbateľná voči hmotnosti auta (rádovo desiatky kilogramov vs. tony), nemusíme sa strachovať o zdvihnutie prednej či zadnej nápravy auta.

Keď si zhrnieme výsledky, ku ktorým sme prišli, ľahko dôjdeme ku kompromisu. Zemiaky je najlepšie položiť tesne pred nápravu vlečky.

Na záver ešte dodajme, že skúmanie zmeny polohy spoločného ťažiska, teda ťažiska auta, vlečky aj zemiakov dokopy, nie je najšťastnejšia možnosť. Ťažko sa totiž zaoberať sústavou, ktorá počas pohybu mení svoju konfiguráciu (auto s vlečkou počas jazdy môžu robiť cikcakový pohyb).

2.2 Hmotný stred

vzorák MatusH, opravovali Tibor a Šimon

Za normálnych okolností sú planéty rozmiestnené „náhodne“ okolo Slnka. To zapríčiniť, že celkové ťažisko Slnčnej sústavy je veľmi blízko ťažiska Slnka, lebo hmotnosť ostatných planét je rozložená na všetky smery. Aby sme ťažisko dostali čo najďalej od ťažiska Slnka, musia planéty spojiť svoje sily a všetky sa dať na jednu stranu. Zaujímá nás teda poloha ťažiska v prípade, že Slnko a všetky planéty ležia na jednej priamke v poradí Slnko, Merkúr, Venuša, Zem, Mars, Jupiter, Saturn, Urán a Neptún.

²Poznámka pre znalcov $I = \int r^2 dm$.

³Overte si, že ak má sila a rameno sily rovnaký smer, výsledný moment bude nulový. Rovnako, ak sila pôsobí v smere osi otáčania.

Poloha ťažiska sa počíta ako

$$x_T = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}.$$

Prečo vzorec vyzerá tak ako vyzerá je popísané nižšie.

Aby sme teda zistili extrémnu polohu ťažiska, stačí zistiť stredné vzdialenosti od Slnka a hmotnosti jednotlivých planét⁴.

	$m[M_\oplus]$	$x[\text{au}]$
☼	333000	0
♂	0.06	0.39
♀	0.82	0.72
♂	1	1
♂	0.11	1.52
♂	318	5.20
♂	95	9.58
♂	14.5	19
♂	17.1	30

Po dosadení dostaneme $0,01 \text{ au} \approx 1,5 \cdot 10^6 \text{ km}$. Pre porovnanie, polomer Slnka je $695\,700 \text{ km}$, takže ťažisko Slnčnej sústavy sa teoreticky vie dostať mimo Slnka.

Vzorec pre výpočet ťažiska

Ťažisko je podľa definície taký bod, v ktorom keď teleso podoprieme, ostane v rovnováhe. Inými slovami, momenty gravitačných síl pôsobiace na jednotlivé časti telesa a moment sily, ktorou teleso podopierame, sa vynuluje. Vyjadrené jazykom matematiky

$$0 = \left(\sum m_i\right)gx_T - \sum m_i gx_i.$$

Po vyjadrení x_T dostávame spomínanú rovnicu ťažiska. Poznamenajme, že za x_i sme v tomto prípade brali vzdialenosti jednotlivých častí v rovine kolmej na smer gravitačnej sily.

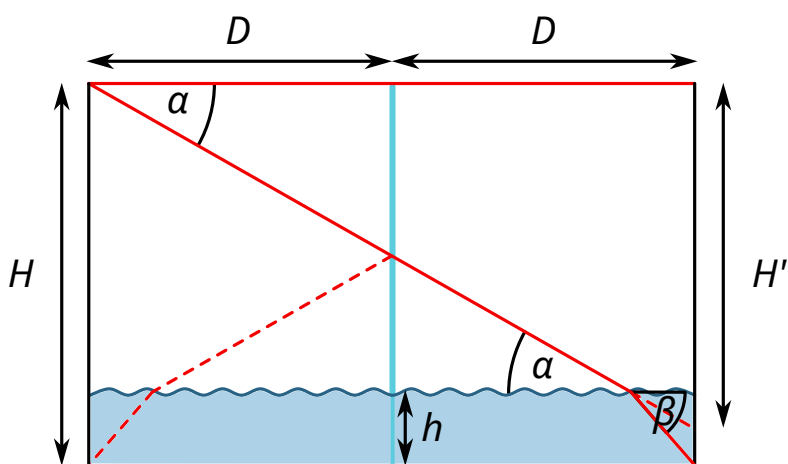
2.3 Chata Prietos

vzorák MatusH, opravoval  MatusH

Pred tým, ako zistíme, čo máme vlastne počítať, potrebujeme sa zamyslieť nad tým, ako vlastne Jaro určuje svoju výšku v zrkadle. Uvedomme si, že jeden z dobrých spôsobov ako to spraviť je, že sa Jaro pozrie na vrch svojej hlavy a spodok svojich nôh v zrkadle a určí, aký je uhol medzi týmito dvomi lúčmi a kolmicou na zrkadlo. Následne zistí, ako ďaleko sa jeho obraz nachádza a z toho vypočíta svoju výšku.

Zadanie nešpecifikuje umiestnenie očí vzhľadom na Jarovu výšku. Preto najlepšie, čo môžeme spraviť, je uvažovať, že Jaro má oči na vrchu svojho tela. Relevantný je teda len uhol, pod ktorým vidí svoje nohy. Tieto myšlienky sú zachytené na náčrte Jara v kúpeľni na obrázku 2.3.1.

⁴Hodnoty sme zobrali z anglických Wikipédia stránok daných vesmírnych telies.



Obrázok 2.3.1: Náčrt Jara obdivujúceho sa v zrkadle

Ako vidno z obrázka, nebudeme uvažovať odrazený lúč. Namiesto toho prejdeme za rovinu zrkadla⁵, ktorá je rovinou symetrie. Zo Snellovho zákona vieme, že platí

$$\cos \alpha n_1 = \cos \beta n_2,$$

kde $n_1 = 1$ je index lomu vzduchu a $n_2 = 1.33$ index lomu vody. Asi ste zvyknutí na Snellov zákon so sínusom a uhlom meraným od kolmice na rozhranie. Pre náš prípad je prirodzenejšie merať uhol od rozhrania, a teda Snellov zákon bude mať kosínus namiesto sínusu (premyslite si, že je to dobre).

Ak kosínusy vyjadríme pomocou pomerov strán a použijeme Pytagorovu vetu, dostaneme rovnicu

$$\frac{2D - d}{\sqrt{(H - h)^2 + (2D - d)^2}} n_1 = \frac{d}{\sqrt{d^2 + h^2}} n_2.$$

Jediné, čo nepoznáme, je vzdialenosť d , a preto ju z rovnice vyjadríme. Ak obe strany umocníme na druhú a preusporiadame, dostávame, že d je koreňom polynómu štvrtého stupňa

$$\alpha d^4 + \beta d^3 + \gamma d^2 + \delta d + \varepsilon = 0,$$

kde

$$\alpha = n_1^2 - n_2^2,$$

$$\beta = 4D(n_2^2 - n_1^2),$$

$$\gamma = 4D^2(n_1^2 - n_2^2) + h^2(n_1^2 - n_2^2) + (2Hh - H^2)n_2^2,$$

$$\delta = -4Dh^2n_1^2,$$

$$\varepsilon = 4D^2h^2n_1^2.$$

Pre zadané hodnoty $H = 2$ m, $h = 0,2$ m a $D = 1$ m dostávame pomocou výpočtovej techniky možné riešenia pre d . Avšak dve z týchto riešení sú komplexné a jedno záporné. Keďže sme ale fyzici, tak vieme, čo daná

⁵ Alebo ako by s humorom povedal fanúšik MCU do zrkadlovej dimenzie.

rovnica a riešenie majú popisovať. Preto môžeme spomínané tri riešenia zahodiť a prehlásiť za jediné riešenie to kladné $d \approx 0,129$ m.

Jaro sa teda v zrkadle vidí vysoký

$$H' = 2D \tan \alpha = 2D \frac{H - h}{2D - d} \approx 1,92 \text{ m.}$$

2.4 YOLO

vzorák Šimon, opravovali Šimon a Soňa

Pneumatika je torus, preto jej objem v začiatočnom stave je

$$V_0 = 2\pi a_0 \cdot \pi b_0^2 = 2\pi^2 a_0 b_0^2,$$

kde a_0 je polomer pneumatiky (od stredu kružnice do stredu samotnej pneumatiky – torusu) a b_0 je polomer samotného torusu. Pneumatika v dôsledku zmeny teploty zväčší svoj objem z V_0 na V_1 . Presnejšie, oba jej rozmery (a , b) sa zväčšia podľa vzťahu tepelnej rozťažnosti

$$a_1 = a_0(1 + \alpha \Delta T),$$

$$b_1 = b_0(1 + \alpha \Delta T),$$

kde α je koeficient tepelnej rozťažnosti a ΔT je rozdiel finálnej a pôvodnej teploty. Objem V_1 teda vieme vypočítať ako

$$V_1 = 2\pi^2 a_1 b_1^2 = 2\pi^2 a_0(1 + \alpha \Delta T) b_0^2(1 + \alpha \Delta T)^2 = 2\pi^2 a_0 b_0^2(1 + \alpha \Delta T)^3 = V_0(1 + \alpha \Delta T)^3.$$

Zo stavovej rovnice vieme, že $\frac{pV}{T}$ je konštantné, ak sa množstvo plynu nemení. Takže

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1},$$

kde index 0 označuje začiatočný stav a index 1 konečný stav. My chceme vypočítať tlak p_1 , ktorý môžeme jednoducho vyjadriť ako

$$p_1 = p_0 \frac{V_0 T_1}{V_1 T_0}.$$

Po dosadení V_1 sa pôvodný objem vykrátí a dostaneme

$$p_1 = p_0 \frac{T_1}{T_0(1 + \alpha \Delta T)^3},$$

z čoho po prevedení teplôt zo stupňov Celzia na kelviny a dosadení číselných hodnôt vypočítame výsledný tlak

$$p_1 \approx 3,4877 p_a.$$

2.5 Pouličná lampa hamol...

vzorák Jaro, opravoval Matko

Zo zadania vieme, že chodník priamo pod lampou je osvetlený s osvetlením $E_0 = 10$ lx. Keďže lampa žiari rovnomerne do celého dolného polpriestoru a v hĺbke $H = 4$ m je osvetlenie E_0 , lampa svieti svetelným tokom $\Phi_0 = 2\pi H^2 E_0$. Osvetlenie v mieste Jarových očí je preto

$$E = \frac{\Phi_0}{2\pi(D^2 + h^2)} = \frac{H^2}{D^2 + h^2} E_0, \quad (2.5.1)$$

kde $D = 10$ m je horizontálna vzdialenosť Jara od lampy a $h = 2$ m je hĺbka jeho očí pod lampou.

Keď Jaro umiestni do hĺbky h pod lampu zdroj svetla, musí v mieste lampy vyrobiť osvetlenie $e_0 = 10$ lx. Keďže tento zdroj svetla žiari rovnomerne do celého priestoru, jeho svetelný tok musí byť $\varphi_0 = 4\pi h^2 e_0$. V mieste Jarových očí teda vyrobí osvetlenie

$$e = \frac{\varphi_0}{4\pi D^2} = \frac{h^2}{D^2} e_0. \quad (2.5.2)$$

Pomer osvetlenia v dôsledku pridania nového zdroja svetla k pôvodnému osvetleniu v dôsledku pouličnej lampy je preto

$$\frac{e}{E} = \frac{h^2(D^2 + h^2)}{H^2 D^2} \frac{e_0}{E_0} = 26 \%. \quad (2.5.3)$$

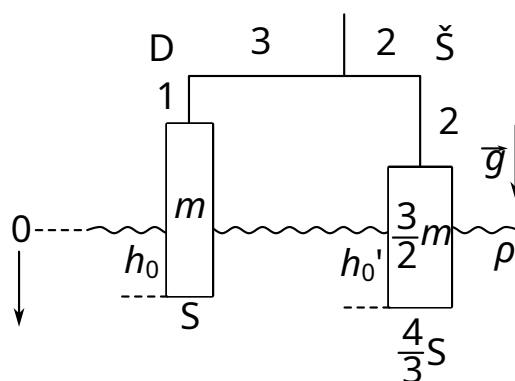
2.6 Dlhý, Široký a Krátkozraký

vzorák Marek, opravoval Šimon

Úlohu riešme tak, že nájdeme kinetickú a potenciálnu energiu sústavy a uvidíme, či nám to pomôže. V najhoršom prípade by sme použili Lagrangeove rovnice, takže k riešeniu sa určite dostaneme. Skôr, než začneme počítať, si musíme uvedomiť, že ak sa dlhý (teleso s indexom 1) pohybuje rýchlosťou v_1 , teleso 2 sa bude pohybovať rýchlosťou $v_2 = -\frac{2}{3}v_1$. Potom ľahko nahliadneme, že kinetická energia sústavy T bude mať tvar

$$T = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m v_1^2 \left[1 + \frac{2}{3} \left(-\frac{2}{3} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \underbrace{\frac{5}{3}m}_M v_1^2.$$

Ďalej treba nájsť potenciálnu energiu. Tú budeme hľadať postupne pre jednotlivé telesá. Definujme nulovú potenciálnu energiu sústavy v stave, keď je hojdačka vodorovná. Vtedy bude teleso 1 ponorené do hĺbky h_0 a teleso 2 do h'_0 . Hĺbku budeme merať od hladiny smerom nadol. Vztlaková sila bude zaujímavejšia, než gravitačná, lebo závisí od hĺbky, konkrétne $F = V\rho g$, kde V je objem ponorenej časti telesa. Ak plošný obsah vodorovného rezu telesami je konštantný (pre jednoduchosť si môžete predstavovať valce), môžeme vyjadriť $V = hS$, kde h je výška ponorenej časti telesa a S je plocha jeho podstavy.



Obrázok 2.6.1: Schéma hojdačky (vo všeobecnosti nemusí byť vodorovná)

Aká je práca, ktorú vykoná vztlaková sila pri ponorení z 0 do hĺbky x ?

$$W = \int_0^x dh h S \rho g.$$

Z grafu tejto funkcie je jasné, že integrál ako plocha pod krivkou je rovný

$$W = \frac{1}{2} x^2 S \rho g.$$

Vidíme teda, že potenciálna energia telesa 1 bude

$$U_1 = -mg(h - h_0) + \int_0^h dh h S \rho g = -mg(h - h_0) + \frac{1}{2} h^2 S \rho g.$$

Pred prvým výrazom je mínus, lebo h meriame smerom dolu, teda čím sme nižšie, tým menšia je potenciálna energia. Horná hranica integrálu je h , lebo to je hĺbka, do ktorej sme sa ponorili, no čím nižšie sme, tým väčšia je naša potenciálna energia (museli sme vykonať prácu, aby sme sa ponorili).

$$U_2 = m_2 g \left[(h - h_0) \frac{2}{3} - h'_0 \right] + \int_0^{\frac{2}{3}h - h'_0} dh h S_2 \rho g = \frac{3}{2} m g \left[(h - h_0) \frac{2}{3} - h'_0 \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} h - h'_0 \right)^2 \frac{4}{3} S \rho g.$$

Prečo teraz pri prvom člene nie je mínus? Lebo ak teleso 1 ponoríme o kúsok hlbšie, teleso 2 bude vyššie kvôli pripojeniu na hojdačku.

Teraz spočítajme celkovú potenciálnu energiu.

$$U = U_1 + U_2 = -mg(h - h_0) + \frac{1}{2} h^2 S \rho g + \frac{3}{2} m g \left[(h - h_0) \frac{2}{3} - h'_0 \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} h - h'_0 \right)^2 \frac{4}{3} S \rho g,$$

čiže

$$U = -mgh + mgh_0 + \frac{1}{2} h^2 S \rho g + mgh - mgh_0 - \frac{3}{2} mgh'_0 + \frac{1}{2} \left[\frac{4}{9} h^2 - \frac{4}{3} hh_0 + h_0'^2 \right] \frac{4}{3} S \rho g$$

Teraz sa zamyslime nad h_0 . Keby $h'_0 = 0$, rovnica by sa výrazne zjednodušila. Tak si povedzme, že sme h'_0 zvolili práve takto. A to sa môže? Odpoveď je áno, lebo doteraz sme merali hĺbku ponoru druhého telesa od hladiny, ale teraz ju budeme merať od polohy, v ktorej sa nachádzalo, keď bola hojdačka vodorovná. Jednoducho sme len posunuli náš meter, tým sa fyzika nijako nezmení.

$$U = \frac{1}{2}h^2 S \rho g + \frac{1}{2} \frac{4}{9} h^2 \frac{4}{3} S \rho g = \frac{1}{2} h^2 S \rho g \left(1 + \frac{16}{27} \right) = \frac{1}{2} h^2 S \rho g \underbrace{\frac{43}{27}}_K.$$

Teraz spravme krátku odbočku k lineárnemu harmonickému oscilátoru. Ako vyzerá jeho energia?

$$E = \frac{1}{2} K x^2 + \frac{1}{2} M v^2.$$

Oscilátoru zároveň poznáme aj periódu:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}.$$

O platnosti tohto tvrdenia sa presvedčte buď nájdením príslušnej kapitoly v učebnici alebo vyriešením Lagrangeových rovníc.

Teraz jasáme od šťastia, že naša energia vyzerá rovnako (označenie premenných bolo zvolené zámerne). Veríme, že keď dostaneme dve rovnice, ktoré vyzerajú rovnako, aj ich riešenia budú rovnaké. Preto perióda malých kmitov bude:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{5}{3}m}{S \rho g \frac{43}{27}}} = 2\pi \sqrt{\frac{45}{43}} \sqrt{\frac{m}{S \rho g}}.$$

2.7 Funguje kráčanie sféry?

vzorák MatusH, opravoval MatusH

Ako prvý si samozrejme pozrieme videovzorák nalinkovaný v zadaní. Po prvých cca. 9 min si uvedomíme, že vzorák nám pomohol s veľkou časťou našej úlohy. V tomto vzoráku sa teda budeme veľmi odkazovať na výsledky z videa. Upozorňujeme ale, že vaše riešenie by relevantné kroky z videa malo obsahovať.

Celý náš problém si môžeme rozdeliť na dve časti: a – guľa stále len na jednom páse, b – guľa periodicky chodí z jedného pásu na druhý. Prípad a je vlastne úplne vyriešený vo videu. Jediný rozdiel je, že video pracuje s valcom a my s guľou. To spôsobí, že oproti videu máme $J = 2/5 m R^2$ a nie $1/2 m R^2$. Z toho dostávame výsledok

$$v(t) = f g t \quad \text{a} \quad \omega(t) = \frac{5 f g}{2 R} t.$$

Ide teda o rovnomerne zrýchlený pohyb v časovom intervale $(0, t_1)$, kde

$$t_1 = \frac{2u}{7 f g}.$$

Po tomto čase už guľa neprešmykuje a ďalej ide rýchlosťou $v(t_1)$ a uhlovou rýchlosťou $\omega(t_1)$, až pokým neprejde dokopy vzdialenosť l čo označíme časom t_2 . Po kombinácii rovnomerne zrýchleného pohybu a

rovnomerneho pohybu dostávame

$$l = \frac{1}{2}fgt_1^2 + fgt_1(t_2 - t_1) \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{l}{t_1fg} - \frac{t_1}{2} = \frac{7l}{2u} - \frac{u}{7fg}.$$

(Teraz už jasne chápeme poznámku o dostatočne veľkom l . Očividne, l je dostatočne veľké na to, aby t_2 bolo kladné.) Tým sme vyriešili pohyb v časti a .

Pre časť b nás vlastne zaujíma, čo sa bude diať s guľou, ktorá ide zadanou rýchlosťou $v_0 = v(t_1)$, keď ju položíme na pás, ktorý ide rýchlosťou u do opačnej strany. Guľa bude prešmykovať, teda aj meniť svoju rýchlosť. Jediný rozdiel v rovniciach oproti prípadu a bude v tom, že budeme mať počiatočnú rýchlosť v_0 a uhlovú rýchlosť $\omega_0 = \omega(t_1)$. Tieto rýchlosti budú mať opačný smer ako zrýchlenie

$$v'(t') = v_0 - fgt' \quad \text{a} \quad \omega'(t') = \omega_0 - \frac{5fg}{2R}t'.$$

Všimnime si, že v tomto prípade čas t meriame od vstupu na opačne idúci pás, teda od času t_2 . Tento fakt sme naznačili čiarkami na funkciách a čase. Opäť nás bude zaujímať, kedy guľa prestane prešmykovať, t. j. kedy bude splnená podmienka $-u = v'(t') + R\omega'(t')$. Po dosadení a vyjadrení dostávame, že táto podmienka bude splnená pre $t'_1 = 4u/(7fg) = 2t_1$. Počas tohto času bude guľa rovnomerne zrýchľovať do opačnej strany. To platí pre translačný aj rotačný pohyb. Ak vyjadríme polohu x'^6 po čase t' , zistíme, že guľa bude na rovnakom mieste z ktorého štartovala, bude mať rovnakú translačnú aj uhlovú rýchlosť, len do opačnej strany

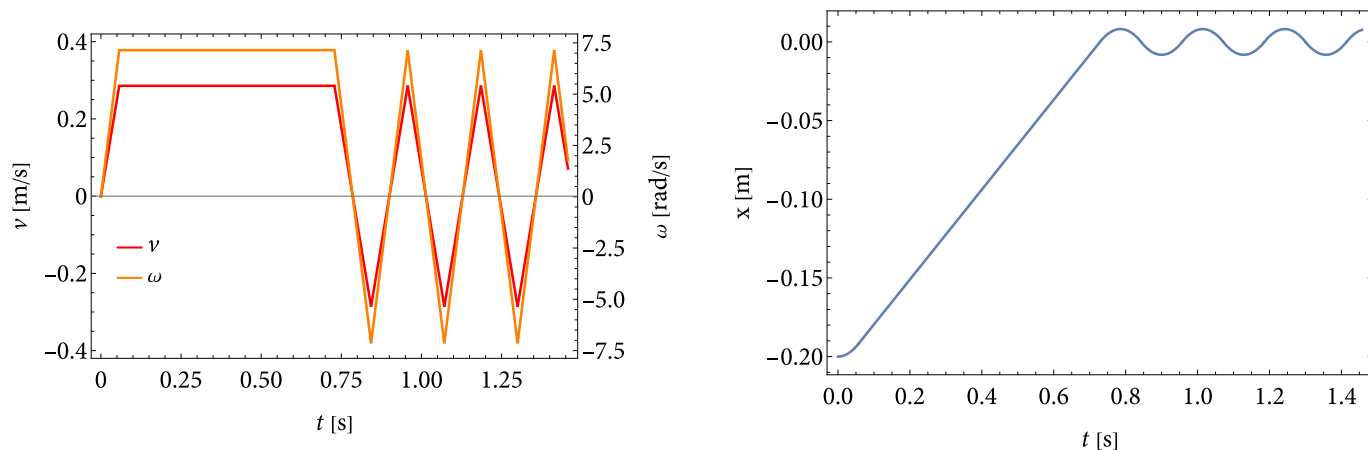
$$x'(t'_1) = v_0t'_1 - \frac{1}{2}fgt'^2_1 = 2v_0t_1 - 2fgt^2_1 = 2fgt^2_1 - 2fgt^2_1 = 0,$$

$$v'(t'_1) = v_0 - fgt'_1 = fgt_1 - fg(2t_1) = -v_0,$$

$$\omega'(t'_1) = \omega_0 - \frac{5fg}{2R}t'_1 = \frac{5fg}{2R}t_1 - \frac{5fg}{2R}(2t_1) = -\omega_0.$$

Po čase t'_1 guľa prejde zase na prvý pás. Situácia je úplne identická (len priestorovo invertovaná) tej na druhom páse, preto sa bude diať to isté. Guľa bude oscilovať okolo bodu dotyku pásov s periódou $2t'_1$, s maximálnou výchylkou $2u^2/(49fg)$. Oscilácie ale nie sú harmonické, ako tomu častokrát býva, lebo sila nie je proporčná veľkosti výchylky. Celý priebeh môžeme vidieť na grafe 2.7.1. Vlnky značiace oscilujúci pohyb nie sú sínusy alebo kosínusy, ale na seba nadväzujúce časti parabol.

⁶Polohu x' a x meriame od bodu, kde sa pásy dotýkajú, a na začiatku bola guľa na mieste $x(0) = -l$.



Obrázok 2.7.1: Časový priebeh $v(t)$, $\omega(t)$ a $x(t)$ pre zadané hodnoty