

Riešenia 3. kola letnej časti

3.1 Spínač na výpary

vzorák MatusH, opravoval MatusH

Vieme, že voda sa vyparuje a to tým rýchlejšie, čím vyššiu teplotu má. Vyparuje sa vo forme vodnej pary. Vodná para ale nie je viditeľná ľudským okom, nakoľko ide o osamotené molekuly vody vo vzduchu. Čím bol teda tvorený opar, ktorý Lucka videla počas varenia a ktorý sa zvýraznil?

Podobne ako aj mraky, bol tvorený drobnými kvapôčkami vody, ktoré stihli skondenzovať. Keď sa molekuly uvoľnia z vody vo forme vodnej pary, prejdú do vzduchu, ktorý stúpa hore, lebo je teplejší ako vzduch naokolo. Začne sa ochladzovať tým, že mu prestane byť dodávané teplo. Studený vzduch vie pojmúť menej vodnej pary, a preto vodnej pare rozptýlenej v ňom neostáva nič iné, ako skondenzovať na drobné kvapôčky, ktoré môžeme vidieť vo forme oparu.

Prečo ale vidíme opar zreteľnejšie, keď vypneme plynový varič? Vypnutím plynového variča zastavíme dodávanie tepla vode, čo spôsobí, že dodáva menej tepla horúcemu vzduchu, a preto viac vodnej pary skondenzuje.

Úlohu môže hrať rovnako fakt, že plynový varič zohrieva aj vzduch pod hrncom, ktorý následne stúpa okolo hrnca hore. Pri varení tým vytvára hranicu medzi vlhkým vzduchom z hrnca a studeným vzduchom okolia a spomaľuje vytváranie kvapôčok. Vypnutím variča táto vrstva veľmi rýchlo zmizne a vlhký vzduch z hrnca sa začne prudšie ochladzovať.

3.2 Krtko vyrýva

vzorák KatkaN, opravovala KatkaN

Aby sme sa vyhli nedorozumeniam, v celom riešení budeme používať jediné označenie „zrýchlenie“ – kladná hodnota zrýchlenia bude značiť zrýchľovanie, záporná hodnota spomaľovanie (bolo by dobré premyslieť si používanie jedinej fyzikálnej veličiny – zrýchlenia – namiesto používania dvoch (spomaľovania a zrýchľovania), ktoré samy osebe môžu nadobúdať aj kladné, aj záporné hodnoty). Ako prvú si vypočítame dobu brzdenia s konštantným maximálnym zrýchlením -10 m/s^2

$$v = v_0 + a \cdot t,$$

$$t = -\frac{v_0}{a},$$

kde v je konečná rýchlosť 0 m/s (lebo auto zastaví), a je maximálne zrýchlenie -10 m/s^2 , a v_0 je počiatočná rýchlosť

a) $30 \text{ km/h} = \frac{25}{3} \text{ m/s} \approx 8,33 \text{ m/s},$

b) $50 \text{ km/h} = \frac{125}{9} \text{ m/s} \approx 13,89 \text{ m/s}.$

Po dosadení hodnôt okamžite dostávame

$$t_a \approx 0,83 \text{ s,}$$

$$t_b \approx 1,39 \text{ s.}$$

Teraz vypočítame dobu potrebnú na zabrzdenie ak prvé dve sekundy Kubko lineárne nabieha na maximálne zrýchlenie -10 m/s^2 , a potom opäť brzdí konštantne na tejto hodnote. Tu už vzorček pre konštantné zrýchlenie použiť nemôžeme, nakoľko máme dočinenia s lineárne narastajúcim zrýchlením. Graf spomalenia v závislosti od času je na uzavretom intervale $[0, 2]$ grafom lineárnej funkcie prechádzajúcej bodmi $[0, 0]$ a $[2, 10]$. (Prvý bod preto, že Kubko nemal žiadne počiatočné zrýchlenie, druhý preto, lebo v čase 2 sekundy nadobúda maximálne zrýchlenie -10 m/s). Teda dostávame predpis $a = -5 \text{ m/s}^3 \cdot t$. Ďalej vieme, že rýchlosť je obsahom plochy pod krivkou grafu zrýchlenia. V našom prípade je grafom „trojuholník“, takže Kubko znížil v prvej fáze brzdenia rýchlosť o $\frac{1}{2} \cdot a \cdot t = \frac{5}{2} \text{ m/s}^3 \cdot t^2$. Po čase t teda bude mať Plechovka rýchlosť

$$v = v_0 - \frac{5}{2} \text{ m/s}^3 \cdot t^2.$$

Po dosadení 2 s za t a 0 m/s za v_0 zistíme, koľko metrov za sekundu dokáže Kubkovo auto „stiahnuť“ za dve sekundy, počas ktorých lineárne spomaľuje. Vidíme, že auto za dve sekundy spomalí o 10 m/s . To znamená, že v prípade a) Kubko zabrzdí počas toho, ako spomalenie rastie, no v prípade b) spomalenie narastie na maximálnu hodnotu a nejaký čas bude musieť ešte konštantne brzdiť. Pre prípad a) dostávame

$$v = \frac{25}{3} \text{ m/s} - \frac{5}{2} \text{ m/s}^3 \cdot t^2$$

a po dosadení $v = 0 \text{ m/s}$, keďže Kubko zastavil, dostávame čas brzdenia

$$t = \sqrt{\frac{10}{3}} \text{ s} \approx 1,83 \text{ s.}$$

Pre prípad b) máme

$$v = \frac{125}{9} \text{ m/s} - 10 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 \cdot (t - 2 \text{ s}),$$

a po dosadení $v = 0 \text{ m/s}$ dostávame

$$t = \left(\frac{125}{9} \text{ m/s} - 10 \text{ m/s} \right) \cdot \frac{1}{10} \text{ s}^2/\text{m} + 2 \text{ s} \approx 2,39 \text{ s.}$$

Rozdiel časov v brzdení je tým pádom

$$\text{a) } 1,83 \text{ s} - 0,83 \text{ s} = 1 \text{ s,}$$

$$\text{b) } 2,39 \text{ s} - 1,39 \text{ s} = 1 \text{ s,}$$

čiže zhruba 1 s v oboch prípadoch.

Riešenie s použitím integrálov

Iným spôsobom výpočtu, vhodným najmä pre skúsenejších riešiteľov, by sme mohli postupovať nasledovne: Vieme, (podobne ako je zrýchlenie deriváciou rýchlosti) že ryv (anglicky „jerk“) je deriváciou zrýchlenia a je to konštantných -5 m/s^3 . Teda integráciou ryvu sa vieme dostať k zrýchleniu

$$a = \int -5 \text{ m/s}^3 dt = -5 \text{ m/s}^3 \cdot t + C,$$

kde C je integračná konštanta, ktorá sa ale rovná nule (pretože zrýchlenie v čase 0 s je nulové). Dvojitou integráciou ryvu dostaneme zasa rýchlosť

$$v = \iint -5 \text{ m/s}^3 dt = \int -5 \text{ m/s}^3 \cdot t dt = -\frac{5}{2} \text{ m/s}^3 \cdot t^2 + C.$$

Tu už integračná konštanta nie je nulová, ale rovná v_0 , keďže v čase 0 s je rýchlosť rovná v_0 . Dvojitým integrovaním ryvu sme teda dostali rovnaký vzťah pre výpočet rýchlosti ako sme už používali vyššie.

3.3 Ľslepujúci zážitök

vzorák , opravoval  

3.4 Zmätená vrtuľa

vzorák MatusH, opravoval MatusH

Menenie frekvencie rýchlych dejov na videu je pomerne známy jav. Okrem vrtule lietadla je možno ešte častejšie pozorovateľný ak sa snažíme natočiť obrazovku, môžeme si všimnúť, že bude blikať. Oba tieto javy majú rovnakú podstatu.

Video vznikne tak, že kamera urobí veľa snímok za sekundu (približne 30) a pri pozeraní videa ich aj všetky za tú jednu sekundu ukáže, čím vzniká ilúzia, že obraz sa hýbe. V našom prípade teda kamera urobí $n = f \times 1 \text{ s}$ snímok za sekundu. Čo ak by sa ale vrtula otočila presne n krát za 1 sekundu? Medzi každými dvoma snímkami by urobila presne jednu otočku a teda všetkých n obrázkov by vyzeralo rovnako. Pri prehraní by sme videli vrtulu stáť. Nie je náročné si uvedomiť, že to isté by sme videli ak by sa vrtula otočila $2n$ -krát alebo $3n$ -krát. Respektíve vo všeobecnosti kn -krát, kde $k \in \mathbb{N}$.

Z tejto úvahy vyplýva, že zdánlivá uhlová rýchlosť ω na videu nebude závisieť od počtu celých otočiek medzi dvoma snímkami ale od tej nedokončenej. Matematicky zapísané:

$$\omega \sim \Omega \bmod 2\pi f = \Omega - \left\lfloor \frac{\Omega}{2\pi f} \right\rfloor 360^\circ/\text{s}$$

Rozoberme si trochu tento zápis. Postupne by sme ho prečítali ω závisí od zvyšku Ω po delení $2\pi f$ (znak mod značí zvyšok po delení). Ten je ale rovný ak od Ω odčítame Ω vydelené $2\pi f$ zaokrúhlené dole a vynásobené 360° .

Výraz napravo od symbolu závislosti vyjadruje práve to o koľko vidíme, že sa vrtula otočila medzi dvoma snímkami a nie o koľko sa reálne otočila (keďže počet celých otáčok nemáme zo snímok ako určiť). Okrem toho zo snímok nevieme určiť ani smer ktorým sa vrtula točí. Tento problém ale mozog vyrieši za nás a vyberie si tú blyžšiu možnosť. Preto ak sa otočí o tri štvrtiny kruhy, náš mozog to vyhodnotí ako jedna

štvrtina opačným smerom. Matematicky to zapíšeme ako:

$$\omega = ((\Omega + 180^\circ/\text{s}) \bmod 2\pi f) - 180^\circ/\text{s} = \Omega - \left\lfloor \frac{\Omega}{2\pi f} - \frac{1}{2} \right\rfloor 360^\circ/\text{s} - 180^\circ/\text{s}$$

Ako prísť na to, že takáto zmena našej rovnice spraví to čo od nej chceme? Buď metódou pozriem vidím, alebo si začať odôvodňovať, že kvôli posunutiu výsledkov o $180^\circ/\text{s}$ nižšie musíme odpočítať $180^\circ/\text{s}$. Aby sme teraz zabezpečili, že maximum respektíve minimum bude okolo $180^\circ/\text{s}$, potrebujeme aby zvyšok po delení takýchto uhlov bol blízky $0^\circ/\text{s}$ respektíve $360^\circ/\text{s}$. To spravíme práve pripočítaním (alebo odpočítaním) $180^\circ/\text{s}$ pred modulovaním.

3.5 Izochrónny velodróóm

vzorák , opravoval  

3.6 Vy vážené medaily

vzorák MatusH, opravoval MatusH

Najskôr sa zamyslíme, aké všetky sily pôsobia na jednotlivé medaily. Ako prvé vieme povedať, že ich výslednica musí byť nulová, lebo inak by medaily neboli v pokoji. Na medailu v prvom rade pôsobí gravitačná sila. Tá má veľkosť $F_g = mg$ kde m je hmotnosť danej medaily. Táto sila pôsobí vo zvislom smere.

V druhom rade máme sily od laniok. Aj keď je medaila zavesená na jednom lanku, môžeme silu rátať od ľavej a pravej strany zvlášť, ako keby to boli dve separátne lanká. To na základe toho, že ak by sme lanko v bode závesu rozstihli a oba konce priviazali k medaili, nemali by sme to vedieť pozorovať. Obe lanká pôsobia na medailu rovnakou silou, lebo je v nich rovnaké napätie.¹ Uhly, pod ktorými lanko od medaily ide, musia byť preto rovnaké, lebo inak by nebola rovnaká veľkosť horizontálnej zložky týchto síl a medaila mala zrýchlenie v horizontálnom smere (žiadna iná sila totiž v horizontálnom smere nepôsobí).

Zároveň vieme, že súčet vertikálnych zložiek musí kompenzovať gravitačnú. Z toho dostávame:

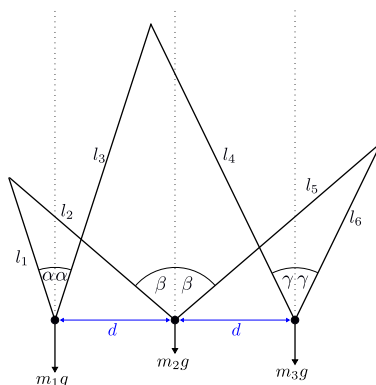
$$\alpha = \arccos\left(\frac{F_g}{2T}\right)$$

Toto je uhol, ktorý zvierá lanko s pomyselnou vertikálou. Preto uhly pri medailách budú postupne

$$m_1 \rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{m_1 g}{2T}\right) \approx 19,65^\circ, m_2 \rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{m_2 g}{2T}\right) \approx 53,94^\circ, m_3 \rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{m_3 g}{2T}\right) \approx 38,3^\circ.$$

Nech hmotnosti medailí su zľava doprava m_1 , m_2 a m_3 . Na obrázku sú nakreslené medaily a čiarkovanou sú znázornené polpriamky, po ktorých od nich ide špagát. Motúz musí byť v jednom kuse a cez kliniec je teda prevesený. Vieme, že na každej z týchto polpriamok musí ležať aspoň jeden kliniec. Keďže sú tri (a vo všeobecnosti nemusí existovať bod, kde by sa pretínali viac ako dve polpriamky), na každej polpriamke bude práve jeden a bude práve v priesečníku s inou polpriamkou. Napríklad tak, ako je načrtnuté na obrázku.

¹V celom nehmotnom lanku je totiž rovnaké napätie. Ak by nebolo, existoval by nejaký kúsok lanka, na ktorý by nepôsobila nulová výsledná sila a teda by sa hýbal, čo sa nemôže.



Obrázok 3.6.1: Náčrt zavesených medailí.

Zadanie nešpecifikovalo rozloženie medailí. Po zamyslení však zistíme, že najľahšia medaila nemôže byť inde ako v strede, lebo inak by sa jedna z jej polpriamok nepretla so žiadnou inou. Možné su preto len dve symetrické rozloženia.

Ostáva dopočítať dĺžky l_1 až l_6 . To vieme napríklad pomocou sínusovej vety. Pomocou nej dostávame

$$l_1 = \frac{\sin(90^\circ - \beta)}{\sin(\beta - \alpha)} d \approx 0,16 \text{ cm}$$

$$l_2 = \frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{\sin(\beta - \alpha)} d \approx 0,25 \text{ cm}$$

$$l_3 = \frac{\sin(90^\circ - \gamma)}{\sin(\alpha + \gamma)} 2d \approx 0,28 \text{ cm}$$

$$l_4 = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin(\alpha + \gamma)} 2d \approx 0,33 \text{ cm}$$

$$l_5 = \frac{\sin(90^\circ + \gamma)}{\sin(\beta - \gamma)} d \approx 0,44 \text{ cm}$$

$$l_6 = \frac{\sin(90^\circ \beta)}{\sin(\beta - \gamma)} d \approx 0,33 \text{ cm}.$$

Z toho dostávame, že celková dĺžka špagátu je $l = 1,78 \text{ m}$.

3.7 Mahalo 'Oumuamua

vzorák ?, opravoval ? ?

Na úspešné pristátie na asteroide budeme musieť uniknúť zo Zeme, stretnúť sa s ním a nakoniec ešte vyrovnať našu rýchlosť s jeho rýchlosťou. Úloha môže znieť zložito, tak si ju zjednodušíme tým, že všetky zmeny dráhy sondy budeme vykonávať iba na spojnici Slnko-perihélium asteroidu. Návrh dráhy sondy nech je nasledovný: počkáme, kým Zem je medzi Slnkom a perihéliom asteroidu, a vtedy vypálime sondu v smere rýchlosti Zeme tak, aby obiehal okolo Slnka po elipse s veľkou polosou a_1 . Keď sonda príde do afélie, udelíme jej druhý impulz, vďaka ktorému bude obiehať po elipse s veľkou polosou a_2 takou, že elipsa sa práve dotkne vrcholu hyperboly, t. j. v perihéliu asteroidu. No a okrem toho, chceme aby sa sonda dotkla vrchola hyperboly práve

v momente, keď tam bude aj asteroid. Tretí impulz už len slúži na to, aby sa rýchlosti sondy a asteroidu vyrovnali.

Keďže štartujeme v čase, keď je Zem medzi Slnkom a perihéliom asteroidu, tak to je presne n rokov pred preletom asteroidu perihéliom, kde $n \in \{2, 3, 4, 5\}$. Nemôže to trvať jeden rok, pretože chceme ísť na vyššiu dráhu ako Zem, čo je dlhšia dráha a navyše po nej ide sonda pomalšie, takže za jeden rok by to nestihla. Takže čas potrebný na prejdienie polovice elipsy s a_1 , a potom polovice elipsy s a_2 má byť rovný n rokov. Ak P_1, P_2 sú obežné doby po týchto elipsách, zapíšeme to ako $\frac{P_1}{2} + \frac{P_2}{2} = n \Rightarrow P_1 + P_2 = 2n$.

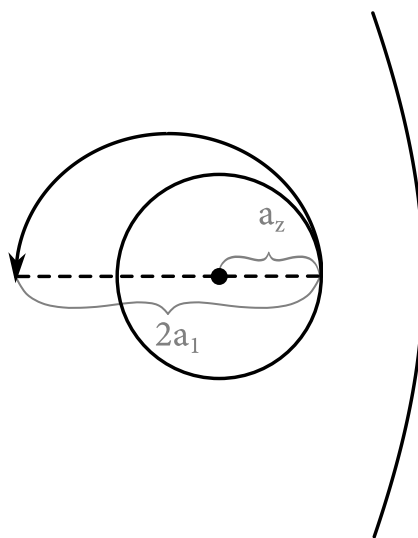
Teraz potrebujeme obežné doby prenačít na veľké polosi. Na to využijeme tretí Keplerov zákon

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{GM_{\odot}}{4\pi^2},$$

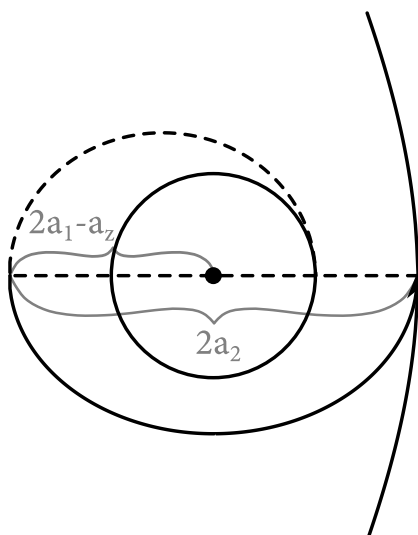
kde $M_{\odot}$ je hmotnosť Slnka. Uľahčime si to tým, že veľké polosi budeme merať v astronomických jednotkách a obežné doby v rokoch. Pre Zem teda máme $a = 1$ au a $P = 1$ a, čo po dosadení do tretieho Keplerovho zákona dáva $\frac{GM_{\odot}}{4\pi^2} = 1$, a preto v týchto jednotkách môžeme písať

$$a^3 = P^2,$$

takže po prenačení máme podmienku pre veľké polosi $a_1^{\frac{3}{2}} + a_2^{\frac{3}{2}} = 2n$. Táto podmienka však nezaručuje, že pri prechode asteroidu perihéliom ho sonda aj trafi. Ona iba bude niekde na spojnici Slnko-perihélium asteroidu.



Obrázok 3.7.1: Prvá časť dráhy sondy.



Obrázok 3.7.2: Druhá časť dráhy sondy.

Potrebuje teda ešte zariadiť, aby na danej spojnici bola sonda presne 2 au od Slnka, kde bude aj asteroid. To spravíme podľa obrázka. Keď sa sonda pohybuje po elipse s a_1 , tak vzdialenosť medzi jej aféliom a perihéliom je $2a_1$. Keďže perihélium má vo vzdialenosti 1 od Slnka², tak keď sonda príde do svojho afélia, jej vzdialenosť od Slnka bude $2a_1 - 1$. A úplne analogicky, keď sonda zmení svoju dráhu na elipsu s a_2 , tak keď sa po nej dostane do vrchola hyperboly, jej vzdialenosť od Slnka bude $2a_2 - (2a_1 - 1) = 2(a_2 - a_1) + 1$. Zo zadania ale vieme, že táto vzdialenosť je rovná 2, keďže to je perihélium asteroidu. Preto

$$2(a_2 - a_1) + 1 = 2a_2 - a_1 = \frac{1}{2}a_2 = a_1 + \frac{1}{2}.$$

Dokopy teda máme rovnicu

$$a_1^{\frac{3}{2}} + \left(a_1 + \frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} = 2n,$$

ktorá nám hovorí, po akých elipsách sa sondá má pohybovať, aby sa stretla s asteroidom. Túto rovnicu s radosťou vyrieši Wolfram Alpha a pre $n = 2, 3, 4, 5$ je postupne riešením $a_1 = 1,3275; 1,8225; 2,2636; 2,6687$. Vypočítať hodnoty a_2 je už teraz triviálne.

Teraz podme zrátať Δv . Aby sme výsledok dostali v m/s, musíme opustiť naše pohodlné jednotky a dosádzať všetko v základných jednotkách. Využijeme rovnicu vis-viva

$$v = \sqrt{GM_{\odot} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)},$$

ktorá hovorí, akou veľkou rýchlosťou sa pohybuje, ak sme od Slnka vzdialení r a sme na kuželosečke s veľkou polosou a . Dráhu sondy chceme zmeniť z kruhovej ako má Zem na eliptickú s a_1 . Keď sme na oboch dráhach vzdialení od Slnka $r = a_z$, kde a_z je polomer dráhy Zeme, rozdiel medzi ich rýchlosťami označme

$$v_{\infty} = \sqrt{GM_{\odot} \left(\frac{2}{a_z} - \frac{1}{a_1} \right)} - \sqrt{GM_{\odot} \left(\frac{2}{a_z} - \frac{1}{a} \right)}.$$

²Stále dosádzame vzdialenosti v astronomických jednotkách.

Presne túto rýchlosť musí mať sonda po úniku zo Zeme, aby potom obiehala okolo Slnka po eliptickej dráhe s a_1 . Avšak akú rýchlosť musíme sonde dodať, aby po úniku mala v_∞ ? Na to nám odpovie zákon zachovania energie

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_z m}{R_z} = \frac{1}{2}mv_\infty^2,$$

kde m je hmotnosť sondy, v je rýchlosť, ktorú má na povrchu Zeme, ktorú sme jej dodali okamžitým impulzom, a M_z a R_z sú hmotnosť a polomer Zeme. Na ľavej strane je teda súčet kinetickej a potenciálnej energie na Zemskom povrchu, na pravej strane je taktisto súčet týchto dvoch energií, ale po úniku zo Zemského gravitačného poľa, čiže potenciálna energia je nulová³. Jednoduchými úpravami máme

$$v^2 = \frac{2GM_z}{R_z} + v_\infty^2.$$

V prvom člene na pravej strane spoznáваме vzorček pre únikovú rýchlosť zo Zeme a po odmocnení dostávame, že pri štarte sondy jej musíme udeliť

$$\Delta v_1 = v = \sqrt{v_{\text{esc.}}^2 + v_\infty^2}.$$

Keď sonda príde do afélie, už vieme, že je od Slnka $r = 2a_1 - a_z$ a z veľkej polosi a_1 sa urýchlením dostane na elipsu a a_2 . Tomu zodpovedá

$$\Delta v_2 = \sqrt{GM_\odot \left(\frac{2}{2a_1 - a_z} - \frac{1}{a_2} \right)} - \sqrt{GM_\odot \left(\frac{2}{2a_1 - a_z} - \frac{1}{a_1} \right)}.$$

Asteroidy vieme len perihéliovú vzdialenosť q a excentricitu e , ale pre všetky kužeľosečky platí $q = a(1 - e)$, čiže veľká polos⁴ asteroidu je $a = \frac{q}{1-e}$ a v perihéliu má $r = q$. Sonda však do perihélia asteroidu príde s rýchlosťou, ktorú zrátame z $a = a_2$ a $r = q$. Takže rozdiel rýchlostí asteroidu a sondy, ktorý ešte musíme sonde dodať, aby mätko pristála je

$$\Delta v_3 = \sqrt{GM_\odot \left(\frac{2}{q} - \frac{1-e}{q} \right)} - \sqrt{GM_\odot \left(\frac{2}{q} - \frac{1}{a_2} \right)}.$$

Celkový súčet zmien rýchlostí, ktoré sonde musíme dodať je potom

$$\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3.$$

Tu spravíme štyri výpočty, pretože nezabúdame, že náš spôsob pristátia na asteroide je možný spraviť po štyroch rôznych dráhach, ktoré sú dané cez $n = 2, 3, 4, 5$. Priamym dosadením všetkých hodnôt dostávame, že najmenší súčet zmien rýchlostí je

$$\Delta v \doteq 28\,370 \text{ m/s}$$

pre $n = 5$. To znamená, že štartujeme päť rokov pred prechodom asteroidu perihéliom, kedy sonde udelíme Δv_1 v smere pohybu Zeme. Dostaneme sa do afélie vo vzdialenosti $2a_1 - a_z = 2 \cdot 2,6687 \text{ au} - 1 \text{ au} = 4,3374 \text{ au}$ od Slnka. Tam sonde udelíme Δv_2 v smere jej pohybu, čím sa jej perihélium zdvihne z 1 au na 2 au. Perihélium

³Practicky sa tým myslí bod, kde je sonda dosť ďaleko od Zeme, aby potenciálna energia bola oveľa menšia ako kinetická.

⁴Všimnite si, že veľká polos je záporná, keďže $e = 2$. Je to v poriadku, v bežnej konvencii sa pre hyperboly ráta s $a < 0$, ale na papieri samozrejme narysujeme $|a|$.

sondy a asteroidu sa teda nachádzajú v tom istom bode a prejdú ním v tom istom čase. Rozdiel medzi ich rýchlosťami však je Δv_3 , čo sonde musíme dodať, aby mätko pristála.

Prečo sme si zvolili práve takýto spôsob? Lebo je zrejme najjednoduchší na výpočet. Vypočítať čas, kedy sa teleso nachádza v nejakom konkrétnom bode na svojej dráhe sa dá analyticky len pre perihélium a afélium práve vďaka tretiemu Keplerovmu zákonu. Inak by sme museli riešiť [Keplerovu rovnicu](#), čo sa dá len numericky. Takže nájsť spôsob, ako sa sonda môže stretnúť s asteroidom inde ako v jeho perihéliu je o dosť zložitejšie.

3.8 Koncentráciou ku koncentrácii

vzorák , opravoval  