FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. kolo zimnej časti 24. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2008/2009
termín odoslania riešení
18. 11. 2008 (Pozor je to utorok!) **www. .sk**

FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

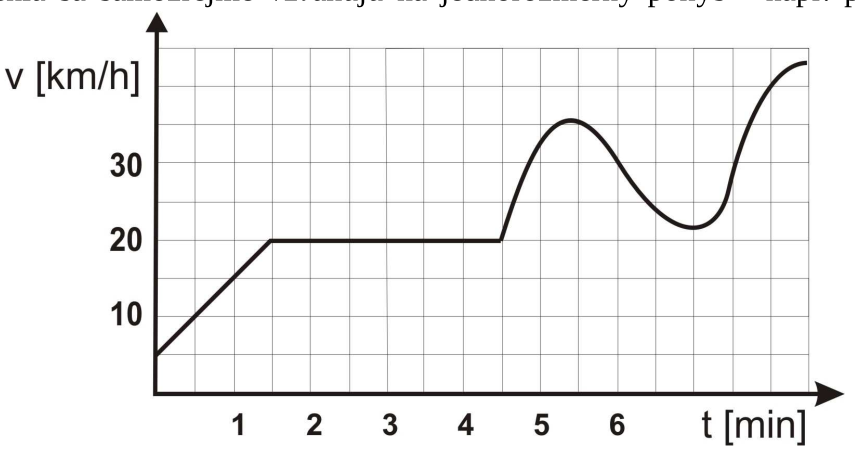
B-2.1 Slamky (4 body, riešia len prváci)
Piť slamkou, to dokáže každý. Mal som takého spolužiaka, ktorý sa volal Marján a občas som ho úplne nechápal, ale ešte aj on to dokázal. Skúste však nasledujúci experiment: Dajte si slamky do úst dve, pričom iba jedna z nich skončí v nápoji, koniec druhej ostane voľne vo vzduchu. Dá sa takýmto spôsobom piť? Podeľte sa s nami o výsledky vášho experimentu. Prečo je to tak?

B-2.2 Píí (5 bodov)
Z ľubovoľného počtu odporov o veľkosti 1 Ω vyrobte schému, ktorej odpor sa od hodnoty $\pi\,\Omega$ nebude líšiť o viacej ako $\frac{1}{1000}\,\Omega$. Okrem toho 5 bodový bonus dostane od nás ten riešiteľ, ktorý takúto schému vymyslí s použitím čo najmenšieho počtu odporov.

B-2.3 Grafy (6 bodov)
Medzi múdrosti fyzikálne vzdelaných starých mám patrí fakt, že ak graf zobrazuje závislosť rýchlosti od času, tak plocha pod týmto grafom odpovedá prejdenej dráhe.

a) (1 bod) Vyslovte presnú formuláciu tejto múdrosti - ktorá plocha a ktorej dráhe odpovedá?
b) (2 body) Prečo je to tak?
c) (1 bod) Určte, akú dráhu medzi časmi 1min a 8min prešlo auto, ktorého rýchlosť je zaznamenaná v grafe.
d) (2 body) Funguje podobná finta aj pokiaľ by sa jednalo o graf závislosti rýchlosti od polohy? Ako v tomto prípade určiť dráhu alebo čas prislúchajúci nejakému úseku na x-vej osi?

Všetky tvrdenia sa samozrejme vzťahujú na jednorozmerný pohyb - napr. pohyb auta po ceste.



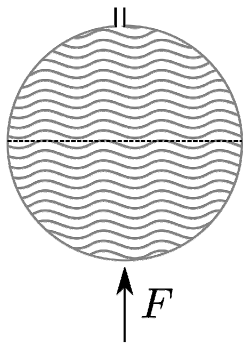
B-2.4 Šmuhy (5 bodov)

Keď sa gumené koleso šúcha po ceste (teda, neotáča sa, ale prešmykuje), vznikajú na ceste čierne šmuhy. Podobné čierne šmuhy vznikajú na pristávacích dráhach lietadiel. Zaujímavé je, že šmuha vznikne len na začiatku pristávacej dráhy a ďalej už nie.

a) (2 body) Prečo je to tak?
b) (3 body) Aká dlhá je šmuha, ak hmotnosť lietadla je $M = 40\text{ton}$, rýchlosť lietadla pri pristávaní $v = 250\text{km/h}$, polomer kolesa $r = 0.5\text{m}$, hmotnosť kolesa $m = 50\text{kg}$, moment zotrvačnosti kolesa $I = 1/2mr^2$ a koeficient trenia medzi kolesom a vozovkou $f = 0.5$?

Predpokladajte, že hneď po dosadnutí tlačí lietadlo na vozovku práve svojou váhou a počas tvorenia šmuhy nespomaľuje brzdením o vzduch.

B-2.5 Úplne iná voda (5 bodov)



Máme dve duté nehmotné polgule. Dáme ich k sebe - tak, ako na obrázku. Do výsledného čuda dáme vodu, pričom hornú polguľu zafixujeme, aby sa nehýbala a navŕtame zhora do nej maličkú dierku, tak aby hore bol atmosférický tlak. Otázka je, akou silou F treba teraz pritláčať spodnú polguľu tak, aby ostala pricapená na vrchnej? Boris si myslí, že táto sila by mala byť rovná tiaži vody uzavretej vo vnútri, keďže úlohou tejto sily neni nič iné ako udržať vodu na mieste. Je jeho úvaha správna? Ak nie, je výsledok väčší alebo menší ako táto hodnota?

Bonusová úloha: Koza

Koza stojí v poli. Koľko stoja tri kozy? Úlohu riešte pre všeobecné hodnoty r, n a α.

Tento seminár podporujú
KTFDF FMFI UK,
JSMF,
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo zimnej časti 23. ročníka
B – kategória (mladší)
školský rok 2008/2009
termín odoslania riešení
8. 12. 2008

www. **.sk**

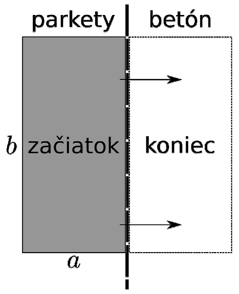
FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

B-3.1 Spotrebná úloha (4 body, riešia len prváci)

Kamoš má také super auto, ktoré má namakaný digitálny displej, kde mu ukazuje všetky možné údaje, ktoré by ho mohli zaujímať: Ako rýchlo ide, aké sú otáčky motora, koľko ľudí je v aute a akého sú pohlavia, kde stojí najbližšia policajná hliadka, v akom okruhu sa nenachádza štýlovejšie auto ako to jeho a mnohé iné. Zaujímavý je údaj o spotrebe. Keď auto stojí, ale ide na voľnobeh na displeji svietila spotreba 0.6 litra / hodinu. Keď sme sa pohli rovnomerným pohybom z mierneho kopca, pričom sme šli stále na voľnobeh (čiže motor pracoval s rovnakým výkonom ako pri státí) domýšľavá elektronika spotrebu okamžite prerátala a na palubnej doske zasvietil údaj 1.1liter / 100km. Ako rýchlo sme išli z kopca?

B-3.2 ...**bavlnená tkanina pôvodom z Orientu, originálne slúžiaca na dekoráciu stien, neskôr používaná na pokrývanie dlážok plniac najmä hygienickú, tepelnoizolačnú a dekoratívnu funkciu (5 bodov)**

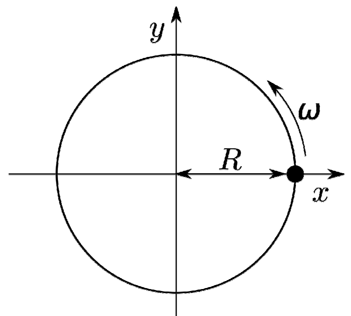
Koberec je položený na parketách, po ktorých sa pohybuje s trením f_1. Zarovno s parketami je betónová podlaha po ktorej sa koberec pohybuje s trením f_2. Vodorovným ťahaním chceme koberec presunúť z parkiet na betón. Koľko práce na to budeme potrebovať? Koberec má rozmery obdĺžnika a x b, hmotnosť m, a pohyb, ktorý chceme vykonať je znázornený obrázkom.



B-3.3 Obyčajný pohyb po kružnici (6x1 bod)

V klasickej súradnicovej sústave máme nakreslenú kružnicu s polomerom R. Na nej, v bode $[R,0]$ sa nachádza hmotný bod s hmotnosťou m, ktorý sa v čase $t = 0$ začne pohybovať otáčavým pohybom, s konštantnou uhlovou rýchlosťou ω, proti smeru hodinových ručičiek.

a) Akú veľkú časť kružnice (v uhlových jednotkách) má hmotný bod prejdenú v čase t? (v čase 0 mal prejdených 0 radiánov)
b) Aké sú súradnice x, y bodu v čase t?
c) Aká veľká sila F je potrebná na to, aby sa bod pohyboval popísaným spôsobom? Aký je jej smer?
d) Ak silu vyrátanú v bode c) rozložíme na x-ovú a y-ovú zložku, aká veľká bude x-ová zložka? Inými slovami ako vyzerá závislosť $F_x(t)$ t.j. x-ovej zložky sily od času?
e) Ako vyzerá F_x v závislosti od x, teda $F_x(x)$?
f) Ako pomocou a) - e) vyšetriť pohyb hmotného bodu viazaného na x-ovú os, na ktorý pôsobí sila $F(x) = -k.x$ kde k je nejaká kladná konštanta?



B-3.4 Kosa z nosa (5 bodov)

Keď v lete na kúpalisku vyjdem z vody, je mi zima napriek tomu, že teplota okolitého vzduchu je väčšia, ako tepota vody, ktorá ma obklopovala dovtedy. Prečo je to tak? Vysvetlite tento jav z mikroskopického hľadiska (z hľadiska pohybu molekúl vody resp. vzduchu)

B-3.5 Dúfam, že všetci máte nainštalovaný Excel[1]... (6 bodov)

...pretože ak nie, ste masochisti, pre riešenie nasledujúcej úlohy ho budete potrebovať. Z vraku športového auta vytiahli čiernu skrinku, ktorá obsahuje údaje o tom, čo sa stalo pred haváriou. Konkrétne, obsahuje údaje o zrýchlení auta v každej sekunde. Za koncom zadania nasleduje 300 čísel[2] ktoré sú zrýchlenia auta v ms^{-2} za posledných 5 minút jazdy, každé číslo odpovedá priemernému zrýchleniu v jednej sekunde, prvé číslo - prvá sekunda, atď... Z čiernej skrinky sme sa tiež dozvedeli, že pred 5 minútami bol vypnutý motor a auto teda s najväčšou pravdepodobnosťou stálo.

Zistite:

a) (2body) Akú dlhú dráhu auto za posledných 5 minút prešlo?
b) (1bod) Akú maximálnu rýchlosť pri svojom pohybe dosiahlo?
c) (2body) Akú rýchlosť malo auto v polovici prejdenej dráhy?
d) (1 bod) Snažil sa vodič tesne pred nárazom zabrzdiť?

Snažte sa o čo najpresnejší výsledok.

```
0 0 0 0 0 0.06 0.16 0.25 0.34 0.41 0.48 0.54 0.6 0.65 0.69 0.73 0.77 0.8
0.82 0.84 0.86 0.88 0.89 0.9 0.91 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92
0.91 0.91 0.91 0.9 0.9 0.89 0.89 0.89 0.89 0.88 0.88 0.88 0.88 0.88 0.89
0.89 0.89 0.9 0.9 0.91 0.91 0.92 0.93 0.94 0.95 0.96 0.97 -0.02 -0.01 0
0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.07 0.08 0.09 0.09 0.09 0.1 0.1 0.1
0.1 0.1 0.1 0.09 0.09 0.09 0.08 0.07 0.06 0.04 0.02 0 -0.02 -0.04 -0.06
-0.08 -0.1 -0.12 -0.14 -0.16 -0.18 -0.19 -0.21 -0.23 -0.25 -0.26 -0.28
-0.29 -0.31 -0.32 -0.33 -0.34 -0.35 -0.36 -0.37 -0.37 -0.38 -0.38 -1.39
-1.39-1.39 -1.39 -1.39 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4
-1.4 -1.4 -1.41 -1.41 -1.41 -1.42 -1.43 -1.43 -1.44 -1.45 -1.46 1.1 1.1
1.09 1.09 1.08 1.08 1.07 1.07 1.06 1.05 1.04 1.03 1.02 1.01 1 0.99 0.98
0.97 0.96 0.95 0.94 0.94 0.93 0.92 0.92 -0.09 -0.09 -0.1 -0.1 -0.1 -0.1
-0.1 -0.1 -0.09 -0.09 -0.09 -0.08 -0.08 -0.07 -0.06 -0.05 -0.04 -0.03
-0.02 -0.01 0 0.01 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.08 0.09 0.09 0.1
0.1 0.11 0.11 0.12 0.12 0.12 0.12 0.13 0.13 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.11
0.11 0.11 0.1 0.1 0.09 0.09 0.09 0.08 0.08 0.08 0.07 0.07 0.07 0.07 0.07
0.08 0.08 0.08 0.09 0.09 0.1 0.11 0.12 0.13 0.15 0.16 0.17 0.19 0.21 0.22
0.24 0.26 0.28 0.3 0.33 0.35 0.37 0.39 0.41 0.44 0.46 0.48 0.55 0.56 0.57
0.58 0.58 0.59 0.59 0.6 0.6 0.6 0.6 0.6 0.6 0.6 0.59 0.59 0.58 0.58 0.57
0.56 0.55 0.55 0.54 0.53 0.52 0.51 0.5 0.49 0.48 0.47 0.46 0.45 0.44 0.43
0.43 0.42 0.41 0.41 0.41 0.4 -4.1 -8.1 -9.1 -8.5
```

Tento seminár podporujú
KTFDF FMFI UK,
JSMF,
iuventa

[1] Alebo OpenOffice, alebo hociaký iný aspoň trochu rozumný tabuľkový editor

[2] Na stránke nájdete čísla v Excelovskej tabuľke, alebo si ich môžete tiež "copypastnúť" z elektronickej verzie zadaní.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

vzorové riešenia 1. série
B – kategória (mladší)
24. ročník
zimný semester
školský rok 2008/2009

www. **.sk**

FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

B-1.1 Ručičky (opravovala Halucinka)

Sekundová ručička hodiniek je dlhá 12 cm, minútová 8 cm. V akom pomere sú rýchlosti ich koncových bodov?

Označme si dĺžku minútovej ručičky ako *R*. Sekundová ručička má dĺžku $\frac{3}{2}R$. Zo skúsenosti vieme, že obe ručičky by sa mali pohybovať rovnomerným pohybom po kružnici. Koncový bod sekundovej ručičky prejde za 60 sekúnd dráhu kružnice s polomerom $\frac{3}{2}R$, to je $2\pi\frac{3}{2}R$. Rýchlosť sekundovej ručičky si teda vyjadríme pomocou toho, akú dráhu prejde za konkrétny čas. Vieme, že prejde $2\pi\frac{3}{2}R$ za 60 sekúnd, teda $u = \frac{2\pi\frac{3}{2}R}{60s}$.Koncový bod minútovej ručičky prejde za 60 minút, t.j. za 3600 sekúnd dráhu kružnice s polomerom *R*, teda $2\pi R$. Rýchlosť minútovej ručičky si vyjadríme podobne$v = \frac{2\pi R}{3600s}$. Teraz nám stačí tieto dve rýchlosti dať do pomeru:

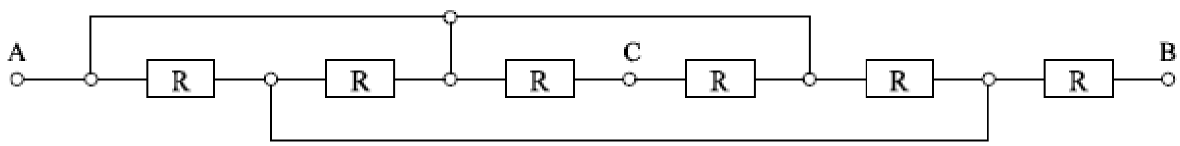
$$\frac{u}{v} = \frac{\frac{2\pi\frac{3}{2}R}{60s}}{\frac{2\pi R}{3600s}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{60}} = \frac{90}{1}$$

Sekundová ručička má 90krát väčšiu rýchlosť ako minútová ručička.

Celé sa to dá povedať aj v skratke, bez vzorcov:
Sekundová ručička je jeden a pol krát dlhšia ako minútová. Keďže obvod kruhu vypočítame ako $2\pi R$, kde *R* je jeho polomer, bude obvod kruhu opísaného sekundovou ručičkou tiež jeden a pol krát dlhší ako obvod kruhu opísaného minútovou ručičkou. Navyše, za hodinu svoj kruh opíše minútová ručička len raz, zatiaľ čo seundová ho opíše 60 krát. Jej koniec teda prejde za ten istý čas 1,5*60 = 90 krát väčšiu dráhu. Musí sa preto hýbať 90 krát rýchlejšie.

B-1.2 Odpory (opravovali Katka a Samo, vzorák Samo)

Zrátajte odpor medzi bodmi A a B na obrázku. Ako by sa odpor zmenil, keby sme vodivo spojili ešte aj uzly C a B?

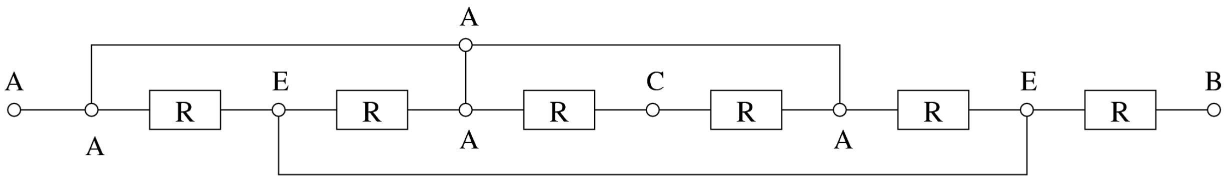


K správnemu riešeniu tejto úlohy viedli dve cesty. Jednou z nich bolo napísať si Kirchhoffove zákony, tĺcť do výslednej škaredej sústavy rovníc a tešiť sa z troch stránok popísaného papiera. Kirchhoffove zákony sú metóda, ktorá zaručene zaberie na ľubovoľný elektrický obvod, no v tomto príklade sa im dalo vyhnúť a nájsť kratšie a elegantnejšie riešenie. Poďme si to riešenie ukázať!

Hlavná myšlienka celého riešenia je založená na uvedomení si faktu, že rôzne časti elektrického obvodu s rovnakým potenciálom možno zlúčiť do jedného bodu bez toho, aby sa čokoľvek zmenilo. To by nám s trochou šťastia malo pomôcť obvod zjednodušiť natoľko, že ho budeme vedieť bez problémov spočítať.

Ktoré body v obvode však majú rovnaký potenciál? Napríklad body spojené vodičom bez odporu. Uvedomme si, že keby dva body, medzi ktorými by bolo nenulové napätie, boli spojené bezodporovým vodičom, musel by medzi nimi tiecť nekonečne veľký prúd, ktorý by spôsoboval hromadenie nekonečného množstva náboja... proste, slovami poeta, celé zle.

Ak vezmeme obrázok zo zadania a označíme si rovnakým písmenkom body spojené vodičom, dostaneme podobnú schému ako na obrázku 1.

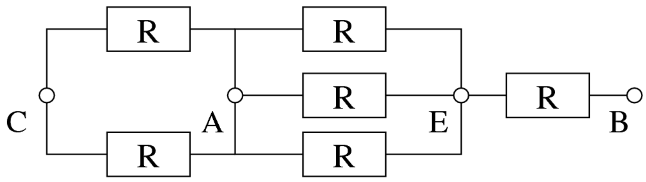


Obr. 1: Schéma odporov zo zadania

Pozorne sa zadívame na obrázok a pre každý odpor si zapíšeme, ktoré dva vrcholy spája. Poďme zľava doprava:

- A spojené s E odporom R
- E spojené s A odporom R
- A spojené s C odporom R
- C spojené s A odporom R
- A spojené s E odporom R
- E spojené s B odporom R

Premenili sme takto náš obrázok na slovný popis, ktorý nám jednoznačne[3] určuje obvod. Teraz podľa tohto popisu zakreslíme novú schému obvodu, avšak tentokrát nedovolíme existenciu dvoch rôznych bodov s rovnakým označením. Dostaneme nasledovný obrázok:



Obr. 2: Prekreslená schéma po zlúčení bodov rovnakého potenciálu

Táto schéma spĺňa slovný popis, ktorý sme vytvorili a preto je ekvivalentná so schémou zo zadania. S touto schémou sa však pracuje oveľa jednoduchšie ako s pôvodnou.

Ľahko si všimneme, že pri riešení prvej podúlohy môžeme uzol C ako aj oba odpory ktoré ho napájajú na A z obvodu beztrestne vystrihnúť a potom už znalí počítania odporov paralelného a sériového zapojenia rýchlo vytušíme, že odpor medzi bodmi A a E má veľkosť $\frac{1}{3}R$ a celkový odpor medzi bodmi A a B je $\frac{4}{3}R$.

No a ako by sa odpor zmenil, keby sme vodivo spojili aj body C a B? Odpory medzi bodmi A a B ešte pred spojením bodov B a C môžeme nahradiť jedným odporom $\frac{4}{3}R$. Potom

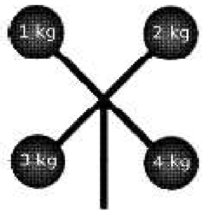
3 Jednoznačne z hľadiska Kirchhoffových zákonov, prúdov a potenciálov a vôbec všetkého na čom záleží. Nie jednoznačne z hľadiska umeleckého dojmu ktorým schéma pôsobí.

podľa našej schémy by k súčasnému odporu $\frac{4}{3}R$ pribudla ešte jedna paralelná vetva s odporom $\frac{1}{2}R$ (odpor medzi bodmi A a C). Výsledný odpor by teda bol $\frac{4}{11}R$.

Úspešne sme zrátali obe časti úlohy a môžeme sa pustiť do opravovania riešení, ktoré ste nám poslali. Nenechali ste sa zahanbiť a väčšina z vás za tento príklad získala plný počet. V riešeniach niektorých z vás, ktorý plný počet nezískali, sa často vyskytovala úvaha, že prúd si vyberá cestu najmenšieho odporu. To ale vôbec nie je pravda. Prúd si nevyberá cestu, prúd tečie všetkými cestami. Niektorí z vás sa toto tvrdenie snažili obhájiť analógiou s vodou, podotknime teda ešte, že ani pri vode toto tvrdenie neplatí. Keď máme plný bazén vody a začneme ho vypúšťať dvoma rúrkami, tenkou a hrubou, voda bude vytekať oboma.

S trpezlivým čitateľom, ktorý prečítal a pochopil celý tento vzorák (zdravíme Miša Hojčku) sa lúčime a želáme mu veľa šťastia pri ďalšom riešení nášho seminára.

B-1.3 Vrtuľa (opravovali Bea a Judita, vzorák Bea)



Majme pravidelnú vrtuľu so štyrmi lopatkami, ktorá sa otáča vo vertikálnej rovine. Pravidelná je však len naoko, na koncoch jej lopatiek sú pripevnené závažia s hmotnosťami 1, 2, 3 a 4 kg. Vrtuľa sa otáča bez trenia.
a) Ako vyzerá stabilná poloha vrtule?
b) Vrtuľu sme roztočili. Pri svojom pohybe dosahuje minimálnu uhlovú rýchlosť ω_{min}. Akú maximálnu uhlovú rýchlosť dosahuje?

Mám pre vás skvelý kšeft. Mám pre vás ponuku dva v jednom. Dva postupy v jednom vzoráku ;-) Druhý je elegantnejší, ale nadväzuje na prvý.

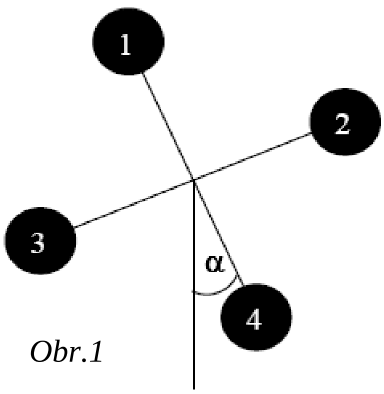
I. a) V stabilnej polohe musí byť celkový moment sily pôsobiaci na vrtuľu nulový (aby sa nezačala roztáčať). Sčítame teda momenty tiažových síl všetkých závaží:

$$M = gm_0(x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4) \Rightarrow (x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4) = 0 \qquad (1)$$

Pre každé závažie je x rameno momentu tiažovej sily (vpravo(+) a vľavo(-) od stredu vrtule), m_0 predstavuje hmotnosť 1 kg. Ak si označíme dĺžku lopatiek ako l a uhol medzi zvislicou a lopatkou držiacou štvrté závažie ako α, môžeme si rovnicu (1) prepísať a vyriešiť pre α.

$$l.\sin\alpha + 3l\cos\alpha = 2l\cos\alpha + 4l\sin\alpha$$
$$3\sin\alpha = \cos\alpha$$
$$tg\alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha_1 = 18.43^\circ \qquad (2)$$
$$\text{alebo} \qquad \alpha_2 = 198.43^\circ$$

Vyšli nám dve hodnoty uhla α, v ktorých na vrtuľu nepôsobí žiaden moment sily (teda je v rovnovážnej polohe). Letmým pohľadom na obrázok zistíme, že pri uhle α_1 bude závažie 4 niekde dole (podobne ako na obrázku 1), pri α_2 bude niekde hore. Je teda jasné, že poloha pri uhle α_2 bude labilná, stabilnou bude poloha keď je vrtuľa natočená na $\alpha_1 \approx 18{,}43^\circ$.



Obr.1

b) Predstavte si na chvíľu, že točíte na špagáte jablko vo vertikálnom smere. Jablko pri smere krúženia smerom dole zrýchľuje až do najnižšej polohy, potom začne spomaľovať až kým sa nedostane na najvyššie miesto, potom znova zrýchľuje nadol, atď. O čo mi ide? Aby bolo názornejšie to, že keď je jablko v najvyššej polohe, má určitú polohovú energiu. Keď sa jablko dostáva do najnižšieho bodu svojej dráhy, polohová energia sa znižuje. Tento úbytok sa zmení na kinetickú energiu a zvýši sa rýchlosť pohybu jablka. Jablko tak v najnižšom bode nadobudne najväčšiu rýchlosť. V najvyššom bode bude tomu naopak. Majme 4 takéto jablká, pevne upevnené na vrtuli s ramenom l, vážiace 1,2,3 a 4 kilá☺. Jéjda, veď o tom tu už dnes bola reč.

Kedy bude mať naša vrtuľa najväčšiu a kedy najmenšiu polohovú energiu? Najmenšiu samozrejme pri uhle α_1 a najväčšiu pri uhle α_2! (Rozmyslite si prečo. Konkrétne si rozmyslite, prečo musí byť v polohe s najvyššou resp. najnižšou energiou celkový moment síl nulový.) Preto bude mať pri uhle α_1 najväčšiu uhlovú rýchlosť ω_{max} a uhle α_2 najmenšiu, ω_{min}. Stačí si už len napísať rovnicu pre celkovú energiu sústavy v polohe 1, ktorá sa rovná energii v polohe 2. Pri kinetickej energii pôjde o rotačnú energiu a závažia budeme považovať za hmotné body. Za nulovú hladinu potenciálnej energie považujme stred vrtule.

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2} \tag{3}$$

$$E_{p1} = m_0 gl(\cos\alpha_1 + 2\sin\alpha_1 - 3\sin\alpha_1 - 4\cos\alpha_1)$$

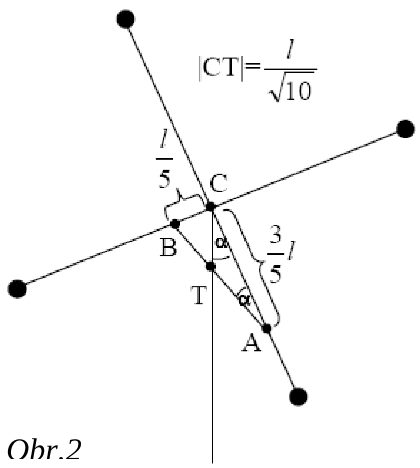
$$E_{p2} = m_0 gl(3\sin\alpha_2 + 4\cos\alpha_2 - \cos\alpha_2 - 2\sin\alpha_2)$$

$$E_{k1} = \frac{1}{2} m_0 l^2 \omega_{\max}^2 (1+2+3+4) \qquad E_{k2} = \frac{1}{2} m_0 l^2 \omega_{\min}^2 (1+2+3+4)$$

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_{\min}^2 + \frac{1{,}264.g}{l}} \tag{4}$$

Teraz to sľubované druhé riešenie.

II. a) Vrtuľa bude v stabilnej polohe vtedy, keď celá ako taká zaujme polohu s najmenšou možnou energiou. Keďže sú všetky závažia pevne naviazané na vrtuľu a ako celok je vrtuľa jedno tuhé teleso, vieme, že ju pre naše účely môžeme nahradiť jediným hmotným bodom – nachádzajúcim sa v jej ťažisku a s hmotnosťou pôvodnej vrtule. Toto ťažisko chce zaujať polohu s najmenšou možnou energiou, a už aj malé decko vie, že taká poloha je presne pod stredom vrtule. Stačí nám už len nájsť polohu ťažiska.



Obr.2

To si môžeme nájsť pomocou čiastočných ťažísk (Obr.2). Zoberme napríklad závažia 1 a 4, nájdeme ich spoločné ťažisko A (čo je v pätine ich vzdialenosti od 4), ktoré má teraz hmotnosť 5 kíl (súčet oboch závaží). To isté spravíme so závažiami 2 a 3. Ich spoločné ťažisko B bude v dvoch pätinách vzdialenosti od závažia 3 a bude tiež vážiť 5 kg. Zoberieme polohu oboch nových ťažísk, a keďže sú rovnako ťažké, výsledné ťažisko T bude presne v strede medzi nimi. Ak označíme stred vrtule C, trojuholník ABC bude pravouhlý, a keďže T je v strede jeho prepony, ATC bude rovnoramenný. Uhol α potom jednoducho zistíme z trojuholníka CTA:

$$tg\alpha = \mathrm{tg}\,|\angle CAB| = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = 18.41^\circ .$$

Z toho istého trojuholníka vieme zistiť dĺžku $|CT| = \frac{l}{\sqrt{10}}$.

b) Keď sme si vrtuľu nahradili jediným hmotným bodom, teraz už naozaj pôjde o jedno krútiace sa jablko. To jablko bude 10kilové a bude ním práve ťažisko vrtule.

Znova si môžete prečítať prvý odsek v predošlej časti b)...Máte? Tak teraz môžeme robiť presne to isté, čo je napísané za ním, ale len s jedným telesom, ktorého dĺžka ramena je |CT|. Do rovnice (3) teda dosadím tieto energie:

$$E_{p1} = -10 m_0 g \frac{l}{\sqrt{10}} \qquad E_{p2} = 10 m_0 g \frac{l}{\sqrt{10}}$$

$$E_{k2} = \frac{10}{2} m_0 l^2 \omega_{\min}^2 \qquad E_{k1} = \frac{10}{2} m_0 l^2 \omega_{\max}^2$$

a riešením znova dostaneme vzťah (4). No nie je to pekné? A viete aké bolo naše triedne motto? „Dnes je ale pekne, však?“ (večne optimistický kolektív 4.B)

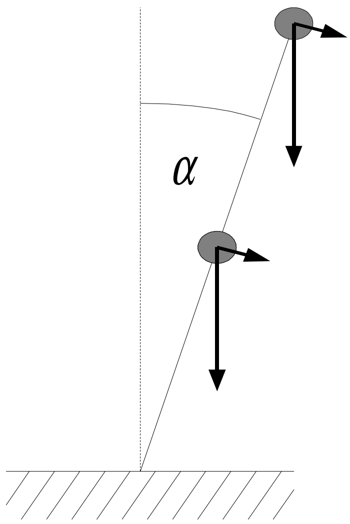
B-1.4 Svoj silný strom niekde nájdem

(Opravoval U$Ama, vzorák Bzdušo)

Predstavte si vysoký štíhly strom, ktorý bol akurát zoťatý. Ako padá k zemi? Je pri tom rovný, prehýba sa smerom k zemi, alebo od zeme?

No, fyzici. Táto úloha vám dala riadne zabrať. Avšak než prejdem k správnemu (priam vzorovému) riešeniu, tak poviem často opakovaný príklad riešenia nesprávneho. Strom v úlohe nebol *vysoký* a *štíhly* len tak náhodou. Malo vás to nabádať k zanedbaniu odporovej sily. Úloha nemala byť o botanickom analyzovaní, ktoré druhy stromov majú hustejšiu korunu hore, ktoré dole. Nemala byť ani o analyzovaní, akej mocnine rýchlosti je úmerná odporová sila. Pri *vysokom* a *štíhlom* strome je totiž jeden výraznejší (a zaujímavejší!) dôvod, prečo sa strom začne prehýbať.

Položme si otázku takto: *Ktorým spôsobom by padal strom, keby sme namiesto vzduchu mali len prázdne vákuum?* Dokonale tuhé teleso by malo padať ako palička.[4] Strom je však dosť pružný a my si ukážeme že *pri páde sa naozaj samovoľne ohne*. Aby som nestratil vašu pozornosť, pod čiarou si môžete prečítať čo?[5]



- -

Spravme si nejaký rozumný model stromu. Je to veľa navzájom pospájaných hmotných bodov. Začneme s dvoma hmotnými bodmi spojenými paličkami so zanedbateľnou hmotnosťou (obrázok vpravo). Sledujme, čo sa bude diať.

Keby na hmotné body pôsobila len tiažová sila, padali by na zem so zrýchlením g. Paličky však nútia dolné teleso pohybovať sa po akejsi kružnici. Jej obvodové zrýchlenie teda bude $g \sin\alpha$ (stačí si rozpísať tiažovú silu do zložky rovnobežnej a kolmej na paličku a uvedomiť si, že obvodové zrýchlenie spôsobuje iba zložka kolmá na paličku).

Dôležité pozorovanie je, že pokiaľ by sa strom neohýbal, vyšlo by nám že aj horný bod bude mať rovnaké obvodové zrýchlenie $g \sin\alpha$. Aha! AHA!

---

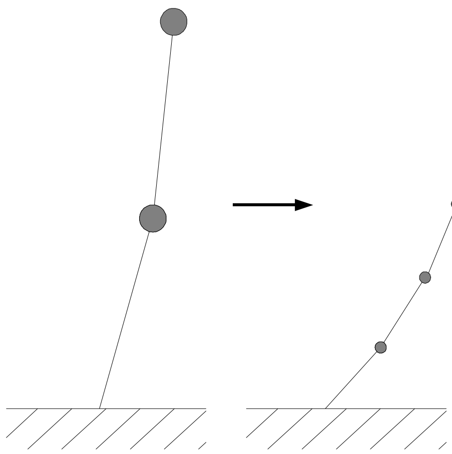
[4] Uvedomte si však, že takéto tuhé teleso by nezdeformovala ani odporová sila. Ani nič iné. Všetky skutočné telesá ale majú nejakú (i keď často veľmi malú) pružnosť. No a sami uznajte, že také drevo je vec vcelku ohýbateľná.

[5] Vtip :)

Tá veta je v spore sama so sebou. Ak majú obe telesá rovnaké obvodové zrýchlenie, tak prejdú za istý čas rovnaké dráhy. Tie ale prislúchajú rôznym uhlom (sú totiž od stredu otáčania rôzne ďaleko). Aby sme sa sporu vyhli, musí sa dolná palička nutne vychyľovať o väčší uhol.

Ako tento model súvisí so skutočnosťou?

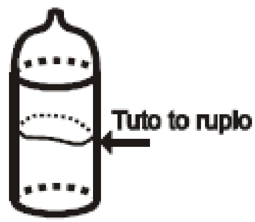
1.) Vďaka pružným silám pri ohýbaní sa stane, že horné teleso bude pri malom ohnutí akosi „dodatočne“ urýchľované, vďaka čomu po istom čase dosiahne príslušnú obvodovú rýchlosť a strom už nebude výrazne meniť tvar. Podobne, spodné teleso bude spomaľované.



2.) Môžeme spraviť lepší model tak, že strom rozdelíme na vééél'mi veľa hmotných bodov pospájaných omnoho kratšími paličkami. Rovnakú úvahu ako doteraz však môžeme spraviť pre každú dvojicu susedných bodov. To znamená že v každom jednom bode sa strom prehne „od zeme“. Takto dostávame spojitejší obrázok, ako padajúci strom asi bude vyzerať.

B-1.5 Keď ju miluješ... (opravoval Robo)

Aký tlak by bol potrebný na to, aby dvojlitrovú fľašu od Kofoly roztrhlo tak ako na obrázku? Potrebné údaje namerajte, alebo nejakým iným spôsobom zistite.



Zdravím všetkých milovníkov hnedastého moku. Jedným zo spôsobov ako úlohu vyriešiť je potrápiť sedací sval a z fyzikálno-materiálových tabuliek, prípadne, ak sa nám nechce navštevovať technickú knižnicu, tak googlením, či zo vševedúcej wikipédie zistiť, že polyetyléntereftalát (známejší pod skratkou PET), teda materiál z ktorého je fľaša vyrobená, má medzu pevnosti $P = 55\text{-}75$ MPa. Inými slovami, na tyč z tohto materiálu s prierezom S je potrebné zapôsobiť silou $p.S$ aby sa priečne roztrhla[6]. Čo do trhania sa naša kofolová fľaša sa správa podobne (rozmyslite si prečo!) ako tyč s prierezom $S' = 2\pi Rh$ kde R je polomer fľaše a h je jej hrúbka. Na jej roztrhnutie teda potrebujeme silu PS'. Táto sila vzniká vo fľaši tak, že tlak p (ten, ktorý hľadáme) pôsobí (a to je dôležité, nie na plochu S', ale) na celú plochu podstavy. Teda $pS = PS'$. Po dosadení konkrétnych hodnôt ($R = 5$cm, $h = 0.2$mm (nech žije mikrometer), za medzu pevnosti berieme stred intervalu) máme $p = 520$ kPa.

Druhým zo spôsobov je rvať do fľaše vzduch kompresorom a pozreť sa kedy rupne :). Priamočiare a efektívne. Má to však tienistú stránu - nemáte pri tom zaručené, že fľaša sa roztrhne ozaj tak ako v zadaní. Preto ste sa ani nevyhli istej bodovej zrážke. Je však príjemné vedieť, že vami zistené údaje (400-417 kPa) celkom slušne korešpondujú s $p = 520$ kPa z prvej časti voráku.

Na záver, tretí spôsob. Vyrežem z plastu malý pásik, povedzme o šírke 3mm. Tento pásik znesie (ako experiment overil) bez zjavného predĺženia zhruba 50N záťaž. Pre zvýšenie akčnosti vzoráku prezradím, že sa jednalo o vedro s 5 a čosi litrami vody. Pre úplnosť ešte dodám, že pásik nakoniec uniesol až 9l vody a teda 90N, to už bol ale značne natiahnutý a fľaša by pri takej deformovanosti pravdepodobne praskla. Preto ďalej budeme pracovať s údajom 50N. Jednoduchá trojčlenka dáva, že fľaša v miestach kde rupla má pevnosť ako 100 (= obvod / 3mm) takýchto pásikov a teda unesie 5 kN. A isto už tušíte, čo bude nasledovať.

---

6 Toto je v podstate definícia medze pevnosti. Zoznámte sa.

Pri prasknutí fľaše túto silu vyvoláva tlak *p* na ploche *S* a dopočítanie dá výsledok p = 640 kPa. Zase oceníme rádovú zhodu s už získanými výsledkami.

Táto úloha, čo ako sa nám zdala pri zadávaní ľahká, dopadla biedne. Tí čo ju zdarne vyriešili to spravili pomocou postupu z prvého alebo druhého odstavca, na tretie riešenie neprišiel okrem Mateja Večeríka nik. A pritom.. Potrebujem zistiť koľko tlaku fľaša unesie? A nemám k dispozícii vhodný kompresor? Tak začnem skúmať ten materiál ako taký a na konkrétne rozmery fľaše to už "dáko prerátam"! Skrátka, pomôžem si ako viem. Je to podobná úvaha ako keď namiesto merania hrúbky listu papiera meriam hrúbku knihy a výsledok delím počtom strán, alebo namiesto merania objemu kvapky si nakvapkám pol deci. Skrátka, meriam to, čo merať viem a k správnemu výsledku sa snažím dostať výpočtom.

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina B – kategórie po 1. sérii zimného semestra 24. ročníka

	Meno	Škola	B-1.1	B-1.2	B-1.3	B-1.4	B-1.5	☠	S
1.	Ficková Klára	G KE Poštová	4	6	4.5	3	-	-	17.5
2.	Savinec Michal	GPH Michalovce	4	6	1.8	5	-	-	16.8
3.	Švančara Patrik	G Ľ. Štúra Trenčín	4	6	5	1.5	0.5	-	16.5
4.	Jančo Tomáš	G Ľ. Štúra Trenčín	-	6	2	4	4	-	16
	Kireš Jakub	G KE Poštová	4	6	3.5	1.5	2.5	-	16
	Kopf Michal		4	5.5	3.5	3	-	-	16
7.	Kubincová Petra	ŠPMNDAG	-	6	4	0.7	5	-	15.7
8.	Bogárová Zuzana	G Ľ. Štúra Trenčín	-	6	1.5	4	4	-	15.5
9.	Lami Jozef	G KE Poštová	4	6	3.3	3	-	1	15.3
	Večerík Matej	ŠPMNDAG	-	5.5	3.3	1.5	5	-	15.3
11.	Součková Kamila	Ev. Lýc. BA	4	5	2.8	3	-	1	13.8
12.	Kosec Peter	G Ľ. Štúra Trenčín	4	3	2	0.7	4	-	13
	Kováč Ondrej	GsvCaM	-	6	4	2.5	0.5	-	13
14.	Bartko Matúš	G Ľ. Štúra Trenčín	-	5.5	4	1	2	-	12.5
	Baxová Zuzana		4	5.5	1.8	1.2	-	-	12.5
16.	Pločeková Andrea	G Piešťany	-	5	4.5	1.5	1	-	12
17.	Galovičová Soňa	G ZA Okružná	4	4	3	0.7	-	-	11.7
18.	Bučková Lucia	G Piešťany	-	3.5	4	1.5	2	-	11
	Kramárik Lukáš	G Ľ. Štúra Trenčín	-	6	2	3	-	-	11
	Mrocková Mária	G BA J.Hronca	-	5.5	3.5	2	-	-	11
	Vlček Andrej		4	0.5	4.5	1.5	2	1	11
22.	Makara Ján	GPH Michalovce	4	5	-	0.7	1	-	10.7
23.	Ďuratný Miloslav		4	5	0.5	0.8	-	-	10.3
24.	Kubinová Mária	G POH, Dolný Kubín	-	5.5	2.5	2	-	-	10
	Valová Simona	G Piešťany	-	4	3.5	1.5	1	-	10
26.	Guričan Pavol	G BA Grösslingova	-	6	1.8	2	-	-	9.8
27.	Klembarová Barbora	OG Kukučínova Poprad	4	0.5	2.5	2	0.5	-	9
28.	Múthová Denisa		-	5.5	1	1.5	-	-	8
29.	Kögler Pavol	G Galanta	4	0.5	2	0.7	1	-	7.7
30.	Pálenik Juraj	ŠPMNDAG	-	4	2	1.5	0	-	7.5
31.	Faguľová Kristína	G KE Poštová	4	0	0.8	1.5	0.5	-	6.8
32.	Chlapečka Adam	G Ľ. Štúra Trenčín	4	3	-	0.7	-	1	6.7
	Kmeťová Katarína	OG Kukučínova Poprad	4	-	2	0.7	-	-	6.7
34.	Marečáková Barbora	OG Kukučínova Poprad	3.5	0.5	-	2	0.5	-	6.5
35.	Dobrotka Matúš	G BN Bánovce	4	0.5	1	0.7	0	-	6.2
	Mikulaj Pavol		4	0.7	-	1	0.5	-	6.2
37.	Chudá Tatiana	G Piešťany	-	3.5	2	1.5	-	1	6
	Fecková Daniela	G BA Pankúchova	4	-	-	2	-	-	6
39.	Kyjaková Katarína	G ZA Okružná	4	0.5	0.5	0.7	0	-	5.7
40.	Mrázová Lucia	GPH Michalovce	2.5	0.5	0.3	0.7	0.5	-	4.2
41.	Čurmová Zuzana	GPH Michalovce	3.5	-	-	-	-	-	3.5
42.	Šturc Peter	G AV Levice	2	-	0.5	0.7	0	-	3.2
43.	Valigová Zuzana	GPH Michalovce	1	-	0.8	1	-	-	2.8
44.	Čurmová Jaroslava	GPH Michalovce	-	0.5	0.4	0.7	-	-	1.6
45.	Bohiniková Alžbeta	G BA Grösslingova	-	-	-	1.5	-	-	1.5
	Erdödyová Lívia	GPH Michalovce	-	0.5	-	0.5	0.5	-	1.5
47.	Dzurjová Silvia	GPH Michalovce	-	-	0.3	0.7	-	-	1
	Masár Juraj	G Bilíkova	-	-	-	1	-	-	1
49.	Maliková Lucia		1	0.5	0.4	0.7	0.5	5	0

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

2. kolo zimnej časti 24. ročníka
A – kategória (staršia)
školský rok 2008/2009
termín odoslania riešení
18. 11. 2008 (Pozor je to utorok!) **www.fks.sk**

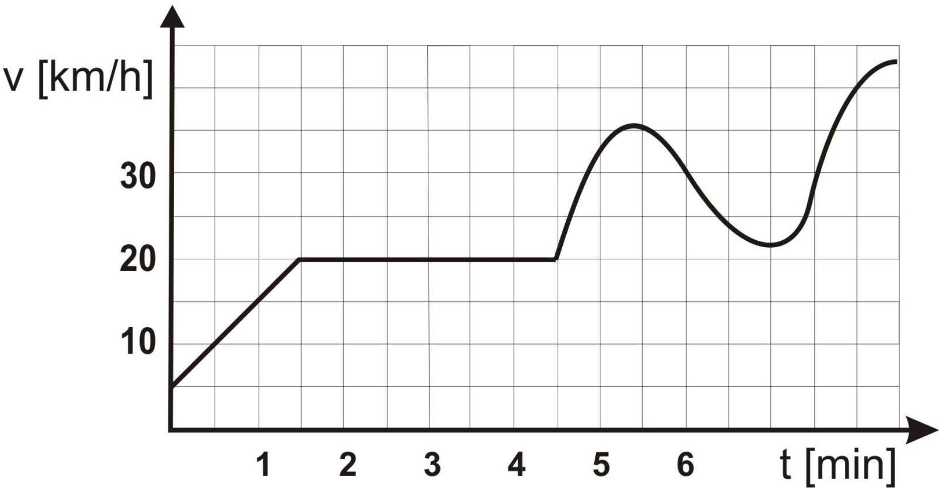
FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

A-2.1 Grafy (6 bodov)

Medzi múdrosti fyzikálne vzdelaných starých mám patrí fakt, že ak graf zobrazuje závislosť rýchlosti od času, tak plocha pod týmto grafom odpovedá prejdenej dráhe.

a) (1 bod) Vyslovte presnú formuláciu tejto múdrosti - ktorá plocha a ktorej dráhe odpovedá?
b) (2 body) Prečo je to tak?
c) (1 bod) Určte, akú dráhu medzi časmi 1min a 8min prešlo auto, ktorého rýchlosť je zaznamenaná v grafe.
d) (2 body) Funguje podobná finta, aj pokiaľ by sa jednalo o graf závislosti rýchlosti od polohy? Ako v tomto prípade určiť dráhu alebo čas prislúchajúci nejakému úseku na *x*-ovej osi?

Všetky tvrdenia sa samozrejme vzťahujú na jednorozmerný pohyb - napr. pohyb auta po ceste.



A-2.2 Šmuhy (6 bodov)

Keď sa gumené koleso šúcha po ceste (teda, neotáča sa, ale prešmykuje), vznikajú na ceste čierne šmuhy. Podobné čierne šmuhy vznikajú na pristávacích dráhach lietadiel. Zaujímavé je, že šmuha vznikne len na začiatku pristávacej dráhy a ďalej už nie.

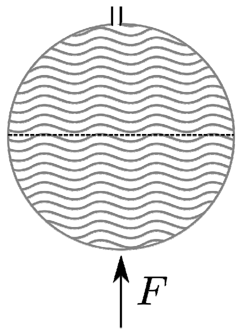
a) (2 body) Prečo je to tak?
b) (2 body) Aká dlhá je šmuha, ak hmotnosť lietadla je $M = 40$ton, rýchlosť lietadla pri pristávaní $v = 250$km/h, polomer kolesa $r = 0.5$m, hmotnosť kolesa $m = 50$kg, moment zotrvačnosti kolesa $I = 1/2mr^2$ a koeficient trenia medzi kolesom a vozovkou $f = 0.5$?.
c) (2 body) Aký bude výsledok b) úlohy ak sa budeme zaujímať aj o také prípady, kedy "lietadlo" má porovnateľnú hmotnosť ako "koleso"?

Predpokladajte, že hneď po dosadnutí tlačí lietadlo na vozovku práve svojou váhou a počas tvorenia šmuhy nespomaľuje brzdením o vzduch.

A-2.3 Spadla z oblakov (5 bodov)

Keď v lete vysadnem na bicykel a roztúrujem to na rozumnú rýchlosť, hneď cítim, ako sa vonku "ochladilo". Naopak, keď letí meteorit atmosférou, je mu tak teplo, až sa vznieti. Ako to teda je - pohyb v atmosfére ochladzuje alebo otepľuje? Popíšte hlavné efekty, ktoré na ochladzovanie / otepľovanie vplývajú.

A-2.4 Voda (5 bodov)



Máme dve duté nehmotné polgule. Dáme ich k sebe - tak, ako na obrázku. Do výsledného čuda dáme vodu, pričom hornú polguľu zafixujeme, aby sa nehýbala a navŕtame zhora do nej maličkú dierku, tak, aby hore bol atmosférický tlak. Otázka je, akou silou F treba teraz pritláčať spodnú polguľu tak, aby ostala pricapená na vrchnej? Peťo si myslí, že táto sila by mala byť rovná tiaži vody uzavretej vo vnútri, keďže úlohou tejto sily neni nič iné ako udržať vodu na mieste. Kde je v tejto úvahe chyba, a koľko to vlastne má byť?

Bonusová úloha: Koza

Koza stojí v poli. Koľko stoja tri kozy? Úlohu riešte pre všeobecné hodnoty r, n a α.

Tento seminár podporujú
KTFDF FMFI UK,
JSMF,
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

3. kolo zimnej časti 23. ročníka
A – kategória (starší)
školský rok 2008/2009
termín odoslania riešení
8. 12. 2008

www. **.sk**

FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

A-3.1 Obyčajný pohyb po kružnici (6x1 bod)

V klasickej súradnicovej sústave máme nakreslenú kružnicu s polomerom R. Na nej, v bode $[R,0]$ sa nachádza hmotný bod s hmotnosťou m, ktorý sa v čase $t = 0$ začne pohybovať otáčavým pohybom, s konštantnou uhlovou rýchlosťou ω, proti smeru hodinových ručičiek.

a) Akú veľkú časť kružnice (v uhlových jednotkách) má hmotný bod prejdenú v čase t? (v čase 0 mal prejdených 0 radiánov)

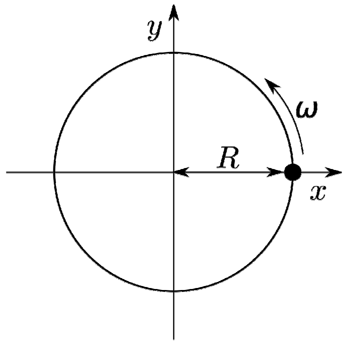
b) Aké sú súradnice x, y bodu v čase t?

c) Aká veľká sila F je potrebná na to, aby sa bod pohyboval popísaným spôsobom? Aký je jej smer?

d) Ak silu vyrátanú v bode c) rozložíme na x-ovú a y-ovú zložku, aká veľká bude x-ová zložka? Inými slovami ako vyzerá závislosť $F_x(t)$ t.j. x-ovej zložky sily od času?

e) Ako vyzerá F_x v závislosti od x, teda $F_x(x)$?

f) Ako pomocou a) - e) vyšetriť pohyb hmotného bodu viazaného na x-ovú os, na ktorý pôsobí sila $F(x) = -k.x$ kde k je nejaká kladná konštanta?



A-3.2 Pružina (5 bodov)

Homogénnu pružinu s pokojovou dĺžkou l, celkovou hmotnosťou m a tuhosťou k zavesíme za jeden koniec a necháme natiahnuť sa vplyvom gravitácie. Aká bude dlhá?

A-3.3 Dúfam, že všetci máte nainštalovaný Excel[1]... (6 bodov)

...pretože ak nie, ste masochisti, pre riešenie nasledujúcej úlohy ho budete potrebovať. Z vraku športového auta vytiahli čiernu skrinku, ktorá obsahuje údaje o tom, čo sa stalo pred haváriou. Konkrétne, obsahuje údaje o zrýchlení auta v každej sekunde. Za koncom zadania nasleduje 300 čísel[2] ktoré sú zrýchlenia auta v ms^{-2} za posledných 5 minút jazdy, každé číslo odpovedá priemernému zrýchleniu v jednej sekunde, prvé číslo - prvá sekunda, atď... Z čiernej skrinky sme sa tiež dozvedeli, že pred 5 minútami bol vypnutý motor a auto teda s najväčšou pravdepodobnosťou stálo.

Zistite:

a) (2body) Akú dlhú dráhu auto za posledných 5 minút prešlo?
b) (1bod) Akú maximálnu rýchlosť pri svojom pohybe dosiahlo?
c) (2body) Akú rýchlosť malo auto v polovici prejdenej dráhy?
d) (1 bod) Snažil sa vodič tesne pred nárazom zabrzdiť?

Snažte sa o čo najpresnejší výsledok.

[1] Alebo OpenOffice, alebo hociaký iný aspoň trochu rozumný tabuľkový editor

[2] Na stránke nájdete čísla v Excelovskej tabuľke, alebo si ich môžete tiež "copypastnúť" z elektronickej verzie zadaní.

```
0 0 0 0 0 0.06 0.16 0.25 0.34 0.41 0.48 0.54 0.6 0.65 0.69 0.73 0.77 0.8
0.82 0.84 0.86 0.88 0.89 0.9 0.91 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92 0.92
0.91 0.91 0.91 0.9 0.9 0.89 0.89 0.89 0.89 0.88 0.88 0.88 0.88 0.88 0.89
0.89 0.89 0.9 0.9 0.91 0.91 0.92 0.93 0.94 0.95 0.96 0.97 -0.02 -0.01 0
0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.07 0.08 0.09 0.09 0.09 0.1 0.1 0.1
0.1 0.1 0.1 0.09 0.09 0.09 0.08 0.07 0.06 0.04 0.02 0 -0.02 -0.04 -0.06
-0.08 -0.1 -0.12 -0.14 -0.16 -0.18 -0.19 -0.21 -0.23 -0.25 -0.26 -0.28
-0.29 -0.31 -0.32 -0.33 -0.34 -0.35 -0.36 -0.37 -0.37 -0.38 -0.38 -1.39
-1.39 -1.39 -1.39 -1.39 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4 -1.4
-1.4 -1.4 -1.41 -1.41 -1.41 -1.42 -1.43 -1.43 -1.44 -1.45 -1.46 1.1 1.1
1.09 1.09 1.08 1.08 1.07 1.07 1.06 1.05 1.04 1.03 1.02 1.01 1 0.99 0.98
0.97 0.96 0.95 0.94 0.94 0.93 0.92 0.92 -0.09 -0.09 -0.1 -0.1 -0.1 -0.1
-0.1 -0.1 -0.09 -0.09 -0.09 -0.08 -0.08 -0.07 -0.06 -0.05 -0.04 -0.03
-0.02 -0.01 0 0.01 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.08 0.09 0.09 0.1
0.1 0.11 0.11 0.12 0.12 0.12 0.12 0.13 0.13 0.12 0.12 0.12 0.12 0.12 0.11
0.11 0.11 0.1 0.1 0.09 0.09 0.09 0.08 0.08 0.08 0.07 0.07 0.07 0.07 0.07
0.08 0.08 0.08 0.09 0.09 0.1 0.11 0.12 0.13 0.15 0.16 0.17 0.19 0.21 0.22
0.24 0.26 0.28 0.3 0.33 0.35 0.37 0.39 0.41 0.44 0.46 0.48 0.55 0.56 0.57
0.58 0.58 0.59 0.59 0.6 0.6 0.6 0.6 0.6 0.6 0.6 0.59 0.59 0.58 0.58 0.57
0.56 0.55 0.55 0.54 0.53 0.52 0.51 0.5 0.49 0.48 0.47 0.46 0.45 0.44 0.43
0.43 0.42 0.41 0.41 0.41 0.4 -4.1 -8.1 -9.1 -8.5
```

A-3.4 Skutočný príbeh (5 bodov)

V miestosti FKS máme sklenú nádobu s objemom *V*, ku ktorej je pripojená výveva. Stala sa však nepríjemná vec, v miestnosti sa nám premnožili mole a po tom, ako skonzumovali vifon, Fajove staré topánky a Spišskú borovičku, vyhrýzli do sklenenej nádoby malý otvor o ploche *S*. Na aký minimálny tlak je možné teraz nádobu vývevou vyčerpať? Predpokladajte, že výveva nezávisle na tlaku v nádobe z nej odčerpáva vzduch konštantným objemovým výtokom *Q* (litrov za sekundu). Vo FKS máme normálny atmosférický tlak a teplotu 20 °C.

Tento seminár podporujú
KTFDF FMFI UK,
JSMF,
iuventa

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

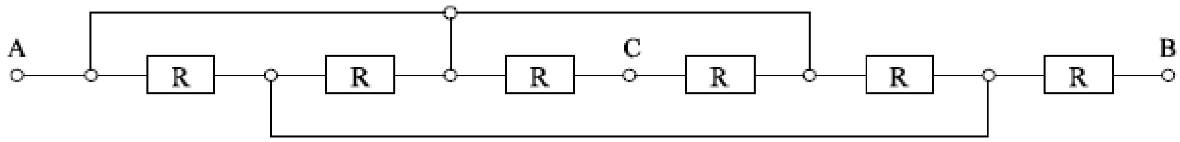
vzorové riešenia 1. série
A – kategória (starší)
24. ročník
zimný semester
školský rok 2008/2009

www. **.sk**

FKS, KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava
otazky@fks.sk

A-1.1 Odpory (opravovali Samo a Katka, vzorák Samo)

Zrátajte odpor medzi bodmi A a B na obrázku. Ako by sa odpor zmenil, keby sme vodivo spojili ešte aj uzly C a B?

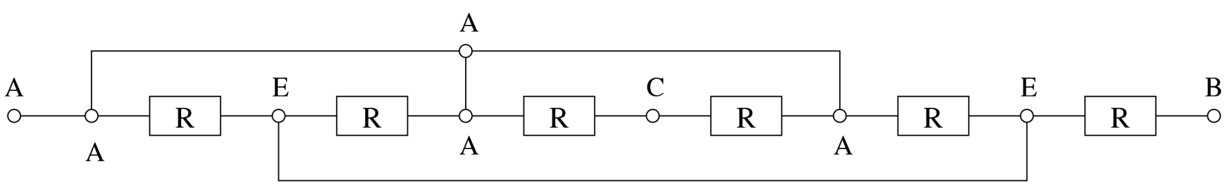


K správnemu riešeniu tejto úlohy viedli dve cesty. Jednou z nich bolo napísať si Kirchhoffove zákony, tĺcť do výslednej škaredej sústavy rovníc a tešiť sa z troch stránok popísaného papiera. Kirchhoffove zákony sú metóda, ktorá zaručene zaberie na ľubovoľný elektrický obvod, no v tomto príklade sa im dalo vyhnúť a nájsť kratšie a elegantnejšie riešenie. Poďme si to riešenie ukázať!

Hlavná myšlienka celého riešenia je založená na uvedomení si faktu, že rôzne časti elektrického obvodu s rovnakým potenciálom možno zlúčiť do jedného bodu bez toho, aby sa čokoľvek zmenilo. To by nám s trochou šťastia malo pomôcť obvod zjednodušiť natoľko, že ho budeme vedieť bez problémov spočítať.

Ktoré body v obvode však majú rovnaký potenciál? Napríklad body spojené vodičom bez odporu. Uvedomme si, že keby dva body, medzi ktorými by bolo nenulové napätie, boli spojené bezodporovým vodičom, musel by medzi nimi tiecť nekonečne veľký prúd, ktorý by spôsoboval hromadenie nekonečného množstva náboja... proste, slovami poeta, celé zle.

Ak vezmeme obrázok zo zadania a označíme si rovnakým písmenkom body spojené vodičom, dostaneme podobnú schému ako na obrázku 1.

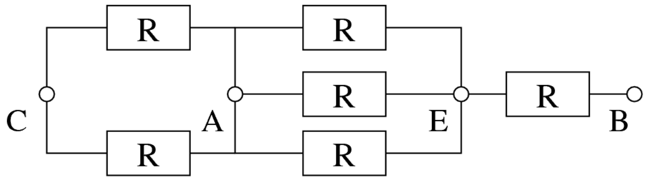


Obr. 1: Schéma odporov zo zadania

Pozorne sa zadívame na obrázok a pre každý odpor si zapíšeme, ktoré dva vrcholy spája. Poďme zľava doprava:

- A spojené s E odporom R
- E spojené s A odporom R
- A spojené s C odporom R
- C spojené s A odporom R
- A spojené s E odporom R
- E spojené s B odporom R

Premenili sme takto náš obrázok na slovný popis, ktorý nám jednoznačne[3] určuje obvod. Teraz podľa tohto popisu zakreslíme novú schému obvodu, avšak tentokrát nedovolíme existenciu dvoch rôznych bodov s rovnakým označením. Dostaneme nasledovný obrázok:



Obr. 2: Prekreslená schéma po zlúčení bodov rovnakého potenciálu

Táto schéma spĺňa slovný popis, ktorý sme vytvorili a preto je ekvivalentná so schémou zo zadania. S touto schémou sa však pracuje oveľa jednoduchšie ako s pôvodnou.

Ľahko si všimneme, že pri riešení prvej podúlohy môžeme uzol C ako aj oba odpory ktoré ho napájajú na A z obvodu beztrestne vystrihnúť a potom už znalí počítania odporov paralelného a sériového zapojenia rýchlo vytušíme, že odpor medzi bodmi A a E má veľkosť $\frac{1}{3}R$ a celkový odpor medzi bodmi A a B je $\frac{4}{3}R$.

No a ako by sa odpor zmenil, keby sme vodivo spojili aj body C a B? Odpory medzi bodmi A a B ešte pred spojením bodov B a C môžeme nahradiť jedným odporom $\frac{4}{3}R$. Potom podľa našej schémy by k súčasnému odporu $\frac{4}{3}R$ pribudla ešte jedna paralelná vetva s odporom $\frac{1}{2}R$ (odpor medzi bodmi A a C). Výsledný odpor by teda bol $\frac{4}{11}R$.

Úspešne sme zrátali obe časti úlohy a môžeme sa pustiť do opravovania riešení, ktoré ste nám poslali. Nenechali ste sa zahanbiť a väčšina z vás za tento príklad získala plný počet. V riešeniach niektorých z vás, ktorý plný počet nezískali, sa často vyskytovala úvaha, že prúd si vyberá cestu najmenšieho odporu. To ale vôbec nie je pravda. Prúd si nevyberá cestu, prúd tečie všetkými cestami. Niektorí z vás sa toto tvrdenie snažili obhájiť analógiou s vodou, podotknime teda ešte, že ani pri vode toto tvrdenie neplatí. Keď máme plný bazén vody a začneme ho vypúšťať dvoma rúrkami, tenkou a hrubou, voda bude vytekať oboma.

S trpezlivým čitateľom, ktorý prečítal a pochopil celý tento vzorák (zdravíme Miša Hojčku) sa lúčime a želáme mu veľa šťastia pri ďalšom riešení nášho seminára.

A-1.2 Spľačkatená fľaša (opravoval Jakub)

Keď sme naposledy boli v horách, zavreli sme na najvyššom vrchole prázdnu 1,5-litrovú fľašu. Keďže nás potom čakal úctyhodný zostup, očakávali sme, že kvôli rozdielnosti tlakov sa fľaša spľačkatí. Odhadnite, aký objem bude mať spľačkatená fľaša! Náš skupinový brainstorming po chvíli dodal nasledovné údaje (ktoré pokladajte za zadané): Nadmorská výška kopca na ktorom sme fľašu zavreli **3700 m =** h_1, *výška po zostupe* **500 m =** h_2, *typický atmosférický tlak* **100 kPa =** $p(0)$, *teplota vzduchu* **20°C = 293 K =** T *(považujte za rovnakú počas celého zostupu), molová hmotnosť dusíka (hlavného plynu v atmosfére) je* **28 g mol**$^{-1}$ **=** M, *univerzálna plynová konštanta* R **= 8,3 J K**$^{-1}$ **mol**$^{-1}$, V_1 **= 1,5 l**, g **= 10 m s**$^{-2}$. *Predpokladajte, že fľaša je ľahko deformovateľná.*

Vrhnime sa do riešenia pospiatky: Čo potrebujem vedieť? Pomôžem si stavovou rovnicou ideálneho plynu[4] $pV = nRT$, odkiaľ hneď vidím, že ak mám (podľa zadania) konštantnú teplotu, tak súčin pV je pre plyn vo fľaši (nefučí, preto sa n nemení) tiež konštantný. Teraz už

---

3 Jednoznačne z hľadiska Kirchhoffových zákonov, prúdov a potenciálov a vôbec všetkého na čom záleží. Nie jednoznačne z hľadiska umeleckého dojmu ktorým schéma pôsobí.

4 Odborne povieme, že úlohu riešime v aproximácii ideálneho plynu.

viem, že potrebujem vedieť tlak vo fľaši p_1 na vrchole a tlak p_2 dole po zostupe. Vďaka informácii o dobrej deformovateľnosti[5] môžem usudzovať, že tlak mimo fľaše je v každej situácii zhodný s tlakom vnútri. Zapísané formálne potom platí

$$V_2 = \frac{p(h_1)}{p(h_2)} V_1. \tag{I}$$

Teraz by som mal určiť tlak v závislosti od výšky. Mohli by nám pomôcť nejaké tabuľky, avšak tam uvažujú aj zmenu teploty s narastajúcou výškou[6]. Ešte existuje také, že Wikipedia a Google, avšak výsledok sme mali odhadnúť, čo malo naznačiť, že aj keď nám to nepôjde celkom presne, tak cesta k cieľu má viesť vlastnou duševnou prácou.

Takže, mal by som si spomenúť, že vzduch je tekutina a v tekutinách v tiažovom poli existuje hydrostatický tlak o veľkosti $h\rho g$. Aká je však hustota vzduchu? Opäť pomôže stavová rovnica

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{n}{V} M \overset{stav.\,rovn.}{=} \frac{p}{RT} M\ . \tag{II}$$

Vyšlo nám, že hustota je funkciou tlaku p, čo značíme $\rho(p)$. Pre tlak platí rovnica o hydrostatickom tlaku

$$p(H + \Delta h) = p(H) - \Delta h\ \rho(h)\ g. \tag{III}$$

Platí však iba pre malé Δh, lebo iba tak bude v intervale $(H, H + \Delta h)$ hustota $\rho(h)$ približne konštantná. Asi väčšina uzná, že takúto rovnicu presne riešiť nevie. Nevadí, snáď by to šlo nejako približne. Napríklad môžeme za hustotu zobrať hustotu vo výške H. O čosi presnejší výsledok dostaneme, ak do rovnice (III) dosadíme za hustotu *nejakú* strednú hustotu[7], napr. aritmetický priemer

$$\rho(h) \mapsto \frac{\rho(H) + \rho(H + \Delta h)}{2} \overset{(II)}{=} \frac{p(H) + p(H + \Delta h)}{2RT} M. \tag{IV}$$

Dosadením získaného vzťahu (IV) do rovnice (III) a úpravou dostanem krásny vzťah

$$p(H + \Delta h) = \frac{H_0 - \Delta h}{H_0 + \Delta h} p(H), \qquad \text{kde } H_0 = \frac{2RT}{gM} \approx 17400 \text{ m}. \tag{V}$$

Vieme, že vo výške 0 je tlak $p(0)$. Rovnica (V) platí, podobne ako (III), tým presnejšie, čím menšie je Δh.[8] Teda napríklad môžeme vypočítať $p(h_1)$ priamo položením $H = 0$, $\Delta h = h_1$. Presnejšie však určíme hodnotu $p(h_1)$ tak, že budeme počítať v 4 krokoch s $\Delta h = h_1/4 = 925$ m a postupne vypočítame $p(h_1/4)$, z nej $p(2h_1/4)$, z nej $p(3h_1/4)$ a nakoniec $p(4h_1/4)$.

Riešenie: $V_2 \approx 1{,}0$ l.[9]

Poznámka 1: presné riešenie sústavy rovníc (II) + (III) s podmienkou pre tlak $p(0)$ je tzv. barometrická rovnica $p = p(0)e^{-2h/H_0}$, kde $e \approx 2{,}7$ je Eulerovo číslo.

Poznámka 2: Kopec sa volal Wildspitze /3770m/, druhý najvyšší vrch Rakúska.

Poznámka 3: Sami sa presvedčte, že náš výsledok je aj len pre jeden krok značne presný!

Poznámka 4: Pre výpočet vo viacerých krokoch výborne poslúži mašina (PC)! Krok $\Delta h = 100$ m ho nepripraví o nervy... Mňa by hej.

Hodnotenie: Rozumný odhad mohol dostať spolu s presným riešením plný počet bodov. Ak barometrická rovnica spadla z neba, tak riešiteľ poskytol čiastku 0,2 boda nebu v rámci zachovania rovnováhy. Rozumné použitie tabuľkových hodnôt som hodnotil ako nešportový výkon –1,5 bodom. Bod som strhával za predpoklad $p(0) = p(h_2)$.

---

[5] Dobrú predstavu ľahko deformovateľnej fľaše poskytuje polonafúknutý sáčok.

[6] Ono, rozdiel nie je veľmi veľký. Ale to by predsa bolo príliš jednoduché a nenaučili by ste sa tak veľa, že?

[7] Píšem *nejakú*, lebo aritmetický priemer je rovnako dobrý tip ako napr. geometrický! Nie je to presné riešenie.

[8] Napr. pre $\Delta h \geq H_0$ nám rovnica (V) dáva $p(H + \Delta h) \leq 0$, čo je zjavne zle!

[9] Výsledok je správne zaokrúhlený vtedy, ak má približne toľko platných cifier, ako zadané údaje.

A-1.3 Cirkusant (opravovali Judita a Filip, vzorák Filip)
S akou palicou ľahšie vydržíme balansovať na ruke? S kratšou alebo dlhšou? Prečo?

Čo tak si to najskôr vyskúšať? Vezmeme si napríklad fixku a hokejku.

Experimentálne som nameral: fixka maximálne asi 3 sekundy (Judita len 2s:)), hokejka 5 minút (potom mi zazvonil telefón). Hm, výsledok? No nie. Ale aspoň máme tušenie, čo chceme porátať.

Zamyslime sa. Prečo palička padá? Veď ju predsa dole podopierame. Výslednica *síl* je nulová. Problém je, že paličku nepodopierame presne pod jej ťažiskom (lebo sme lamy a trasú sa nám ruky). Pôsobia nám tam teda dve sily – tiažová sila a sila od našej ruky – a tie vzhľadom na „pevný bod“, teda náš prst, vyvolajú moment sily:

$$M = \frac{G \cdot R}{2} \sin \alpha$$

Ten roztáča paličku (s momentom zotrvačnosti I, všeobecne platí $I = c.m.R^2$, kde R je dĺžka telesa a c charakteristická konštanta[10] pre daný tvar) a ona padá dolu. Pohyb počítajme vzhľadom na náš prst, tým sa zbavíme jednej sily a zostane nám iba tiažová. Paličku roztáča s uhlovým zrýchlením

$$\varepsilon = \frac{M}{I} = \frac{\frac{G \cdot R}{2} \sin \alpha}{c \cdot m \cdot R^2} = \frac{g \sin \alpha}{2c \cdot R}$$

Vidíme, že čím dlhšia palička, tým pomalšie zrýchľuje svoje otáčanie. No a čím pomalšie zrýchľuje, tým máme viac času, aby sme stihli zareagovať a pohnúť rukou do smeru, kam palička padá. No nie? No áno! A kam s ňou pohnúť? No predsa do smeru, kam padá naša palička. Tým, že s ňou zrýchlime, vznikne zotrvačná sila pôsobiaca v ťažisku a spôsobí moment sily v opačnom smere (pôsobí kolmo na tiažovú a bude tam kosínus) a palička sa opäť narovná. To je dôvod, prečo musíme s rukou neustále hýbať.

Ináč, ten sínus a kosínus sú pri držaní paličky celkom dôležité. Pre malé uhly je sínus takmer rovný nule a preto sa palička roztáča dosť pomaly. Akonáhle však sínus vzrastie, klesne nám kosínus a teda nielen bude viac zrýchľovať nadol (padať), ale aj my sa budeme musieť oveľa viac snažiť, aby sme spôsobili dostatočne veľký opačný moment sily.

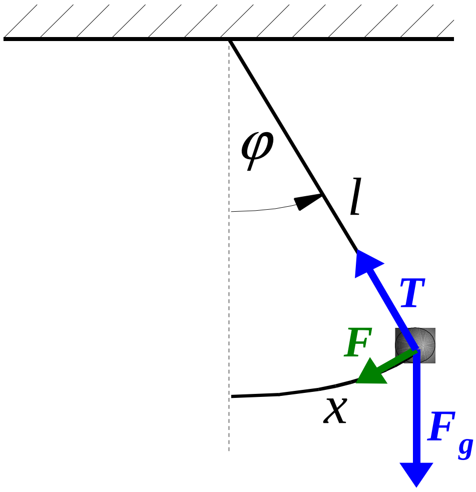
A otázka pre vás na zamyslenie: ako na to vplývajú nehomogenity v paličke? S akou by sa nám hralo najlepšie? (Napríklad kladivo je veľmi dobrý tvar, ale radšej experimentujte s niečím iným...)

---

[10] Trochu fyziky. Moment zotrvačnosti hmotného bodu vzhľadom na nejaký bod počítame ako $dI = R^2 dm$. Integráciou tohto vzťahu cez všetky časti telesa získame výsledný moment zotrvačnosti I. Ako vidno, výsledný moment závisí od druhej mocniny rozmerov telesa. Pozor, len v prípade, že hmotnosť telesa je rovnaká. Väčšinou však máme skôr rovnakú hustotu a teda k-krát väčšie teleso má k^5 krát väčší moment (lebo hmotnosť stúpne k^3 krát). No a v závislosti od tvaru (a bodu, vzhľadom na ktorý to rátame!) sa pri integrácii objaví aj bezrozmerná konštanta c (nemá nič spoločné s integračnou konštantou C, rátame určitý integrál:). Také používané konštanty sú napríklad $\frac{2}{5}$ pre homogénnu guľu, $\frac{1}{3}$ pre tyč točiacu sa okolo konca, $\frac{1}{12}$ pre tyč točiacu sa okolo stredu,...

A-1.4 Kyvadlo (opravovala Tinka, vzorák Bzdušo)

Matematické kyvadlo má svoju periódu nezávislú od maximálnej výchylky a existuje jednoduchý vzorec, ako túto periódu zrátať. Vieme však aj to, že pre veľké výchylky už tento vzorec neplatí. Je skutočná perióda menšia alebo väčšia, ako tento vzorec vraví? Prečo je to tak?



Kyvadlo sa čo? Pohybuje.[11] Ak chceme jeho pohyb popísať, potrebujeme pohybovú rovnicu, tzn. nejakú závislosť zrýchlenia od výchylky: Na to použijeme Newtonovo $F = ma$.

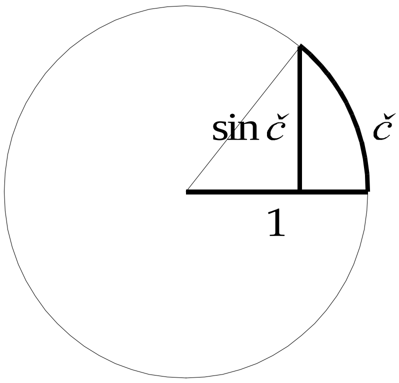
Na guľôčku pôsobí tiažová sila F_g. Lanko ju núti pohybovať sa len po obvode kružnice (a bude pôsobiť práve takou silou T, aby ho neopustila). Výsledná pôsobiaca sila je preto $F = F_g \sin\varphi$. Pre zrýchlenie dostávame (znamienko „mínus" znamená, že zrýchlenie má opačný smer ako výchylka)

$$a = -\frac{F}{m} = -g\sin\varphi = -g\sin\frac{x}{l}$$

kde sme zaviedli označenie l pre dĺžku závesu a x pre dĺžku prejdeného oblúka z rovnovážnej polohy. Rovnice si uložíme a spravíme malú odbočku.

Spomeňme si, čo vieme o pohybe závažia (hmotnosť m) zaveseného na pružine (tuhosť k). Pružina natiahnutá o x z rovnovážnej polohy bude pôsobiť silou $-kx$ a teleso na pružine bude mať zrýchlenie

$$a = -\frac{k}{m}x\,.$$



Pohyb (výchylka v závislosti od času) daný touto rovnicou je opísaný sínusoidou a *perióda kmitov nebude závisieť od amplitúdy*. Tak to musí vyjsť vždy, keď zrýchlenie závisí od výchylky lineárne.[12] No a to je práve to! V prípade kyvadla lineárnu závislosť nemáme.

Z definície sínusu na jednotkovej kružnici je zrejmé, že $|\sin č| < |č|$. Ak tento vzťah aplikujeme v rovnici pre kyvadlo, dostaneme

$$|a| = \left|g\sin\frac{x}{l}\right| < \left|g\frac{x}{l}\right|.$$

A teraz pointa: Predstavte si, že vezmeme lineárny oscilátor (s rovnakými hodnotami l a g) a naše kyvadlo a obe vychýlime o rovnaké x. Naše kyvadlo bude mať v každom bode dráhy menšie zrýchlenie. Z toho možno usúdiť, že bude mať v každom bode dráhy aj menšiu rýchlosť a *jedna perióda bude trvať o niečo viac*.

Z jednotkovej kružnice tiež vidno, že rozdiel v zrýchleniach (a teda aj rýchlostiach a časoch) bude tým výraznejší, čím väčšiu amplitúdu (číslo $č$ na obrázku) zvolíme. Naopak, pre malé výchylky, keď $\sin č \approx č$, by oscilátory kmitali takmer s rovnakou periódou.

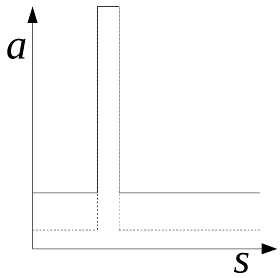
---

[11] Čo sa pohybuje? Kyvadlo. Kyvadlo pohybuje čo? Sa. Skúste sa takto pohrať aj s inými vetami, napríklad: „Mama išla do obchodu a kúpila mlieko."

[12] Ak to nie je zrejmé z rovnice, nič zlé sa nedeje. Dokonca to zrejmé ani nemôže byť a túto skutočnosť by vám mali prostoreko povedať na hodinách fyziky.

Poznámka na záver

Ak je zrýchlenie v každom bode dráhy menšie, je intuitívny dôsledok, že aj rýchlosť bude v každom bode dráhy menšia. Predstavte si však, že by sa dve telesá pohybovali z pokoja a ich zrýchlenia od dráhy by boli dané grafmi vpravo.



Teleso s menším zrýchlením by do píku vošlo menšou rýchlosťou. Zdržalo by sa v ňom dlhšie a preto by na ňom mohlo získať väčšiu rýchlosť ako teleso, ktoré píkom len tak „prefrčalo“. Veď predsa $\Delta v = at$, dráha tam nevystupuje.

Ukazuje sa, že sa to nemôže stať, korektný dôkaz sa však nevymýšľa ľahko. Dám vám ale hint: Ako súvisí zrýchlenie s vykonanou prácou? A ako so získanou kinetickou energiou?

FYZIKÁLNY KOREŠPONDENČNÝ SEMINÁR

výsledková listina A – kategórie po 1. sérii zimného semestra 24. ročníka

	Priezvisko	Škola	A-1.1	A-1.2	A-1.3	A-1.4	☠	Σ
1.	Bogár Ján	G Ľ. Štúra Trenčín	6	5	5	5	-	21
2.	Bosák Radomír	G BA Grösslingova	6	4.8	5	5	-	20.8
3.	Eiben Eduard	G KE Poštová	6	5	4	5	-	20
	Polačko Martin	G KE Alejová	6	5	4	5	-	20
5.	Hruška Eugen	G Hlohovec	6	3.5	5	4.5	-	19.76
6.	Honzáková Kateřina	GJK Praha	6	1.5	5	5	0	18.73
7.	Maixner Michal	OG ZA Varšavská	4.5	5	3.5	5	-	18
8.	Vanta Radovan	G BA Metodova	6	4	1.5	5	-	17.99
9.	Bačo Ladislav	G KE Poštová	6	3.5	1.5	5	-	17.6
10.	Kováč Jakub	GsvCaM	6	4.8	2	4.7	-	17.5
11.	Lešková Andrea	G Lipany	6	4.8	0.5	4.5	-	17.44
12.	Matejovičová Lenka	G BA J.Hronca	6	4.8	3.5	3	-	17.3
13.	Krejčír Andrej	G PD Prievidza	6	4.7	4.5	-	-	16.96
14.	Kieferová Mária	GSF Žilina	6	5	1	4.7	-	16.7
15.	Hagara Michal	G BA J.Hronca	6	4.8	-	4	-	16.64
16.	Batmendijnová Kristína	G Stará Ľubovňa	6	4.8	1.5	4.2	-	16.5
17.	Rohár Pavol	G KE M.R.Štefánika	5	4	0.5	5	-	16.38
18.	Rigdová Emília	OG Kukučínova Poprad	6	4.8	3.5	-	-	16.22
19.	Hudák Adam	G KE M.R.Štefánika	6	4.8	3	0.3	-	16.05
20.	Baxová Katarína	G Ľ. Štúra Trenčín	6	3.5	1.5	5	-	16
	Jursa Jakub	G KE Alejová	6	5	-	5	-	16
22.	Zajaček Michal	Ev. Lýc. BA	6	4	1	4.9	-	15.9
23.	Horňák Filip	G BA Grösslingova	4.5	0.5	3.5	4.9	-	15.44
24.	Štyráková Kamila	G POH, Dolný Kubín	5	4.8	2	1.5	-	15.35
25.	Katsiaryna Artsiushina	Minsk, Belarus N-51	6	5	2.5	1	-	14.5
26.	Liščinský Miroslav	G KE Alejová	6	4.8	2.5	0.5	-	13.8
27.	Chudjak Martin	SPŠ Martin	6	4	0.5	1	-	13.69
	Ďurian Michal	G Piešťany	6	3.5	1	1	-	13.69
29.	Vanya Peter	G BA J.Hronca	4	5	0.5	3	-	12.5
30.	Hašík Juraj	G BA Grösslingova	0.5	4.8	1	5	1	12.49
31.	Midlik Adam	G J.A.R. Prešov	5.5	4.7	0	0	-	12.4
	Šimko Stanislav	G BA J.Hronca	-	4.7	0.5	5	-	12.4
33.	Kuklišová Nina	G BA Metodova	4	4.5	1.5	1	-	11
34.	Petrucha Michal	G BA Metodova	6	4.5	-	-	-	10.5
35.	Sládek Filip	GAB Námestovo	6	-	1.5	-	-	9.53
36.	Kuzma Tomáš	G KE Alejová	6	3	0.5	-	-	9.5

37.	Cocuľová Zuzana	G KE Poštová	4	2	1	-	-	8.96
	Görcsösová Andrea	G KE Alejová	6	0.5	0.5	0	-	8.96
	Kramárik Lukáš	G Ľ. Štúra Trenčín	6	-	1	-	-	8.96
	Kubinová Mária	G POH, Dolný Kubín	5.5	-	1.5	-	-	8.96
41.	Hojčka Michal	G Partizánske	0.5	4.8	0.5	3	-	8.8
42.	Bendová Lenka	G BA J.Hronca	6	-	1.5	-	-	7.5
	Pinnaka Prabhat Rao	Hyderabat, India	0.5	-	4	3	-	7.5
44.	Vaváčková Martina	G Coud, Tábor, ČR	0.5	4.5	0	5	5	7.2
45.	Matulová Daniela	G BA Papánka	0.5	0	2	1.5	-	5.36
46.	Stripajová Svetlana	G POH, Dolný Kubín	0.5	1	0.5	3	-	5
47.	Baranová Jana	G KE Alejová	-	-	0.5	1	-	2.09
48.	Marcinek Ján	G Kremnica	0	0	0.5	1.5	-	2
	Stupka Roman	G Kremnica	-	-	1	1	-	2
50.	Suchomelová Dana	G Ľ. Štúra Trenčín	-	-	1.5	-	-	1.5
51.	Marhefka Eduard	G Spišská Stará Ves	5	2	-	-	6	1
52.	Maliková Lucia	Liptovská Teplička	0.5	-	0.2	-	5	0
	Sedlačková Barbora	G Sereď	-	-	0	-	-	0

Výsledková listina kategórie FX
po 1. sérii

	Riešiteľ	FX1	FX2	FX3	Spolu
1.	Eugen Hruška	5	3.5	3	11.5
2.	Mária Kieferová	5	2	3	10
3.	Ján Bogár	3	3	1.5	7.5
4.	Kateřina Honzáková	2	5	-	7
5.	Martin Polačko	3	1	2	6
6.	Peter Vanya	2	3.5	-	5.5
7.	Prabhat Rao Pinnaka	-	-	2	2
8.	Adam Mohammad	-	0	-	0
	Michal Zajaček	0	-	-	0