

Riešenie:

Teplota plechu sa v priebehu dňa pohybuje od 0°C do 100°C , čiže hrana plechu sa v priebehu dňa predĺži (a následne skrúti) o $1,7 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,7 \text{ mm}$ z 1 m na $1,0017 \text{ m}$. Roztáhovacie vplyvom zvýšenia teploty prebieha v podstate v celom objeme plechu rovnako, takže keby bol plech položený vodorovne, jeho stred (v celej úlohe rátam s tým, že ťažisko plechu je v jeho strede) by sa nepohol a iba každá hrana by sa od neho posunula o $0,85 \text{ mm}$. Ale plech je položený na naklonenej rovine a stred plechu nebude tým miestom, ktoré zostane nehybné. Tie časti plechu, ktoré sa chcú posúvať po streche nahor, idú proti tretej sile a zložke tiažovej sily. Časti idúce po streche nadol si zložkou tiažovej sily, naopak, pomáhajú. Tretia sila je v tomto prípade $F_t = m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f$, kde f ani netreba písať (jeho hodnota je 1), zložka tiažovej sily pôsobiaca rovnobežne (smerom po streche nadol) je $F_g = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ (α je uhol náklonu strechy (tentoraz 30°), koeficient rozťažnosti plechu budem označovať α_p). Pri pohybe nadol bude výslednica síl pôsobiť proti pohybu ($\sin \alpha < \cos \alpha$):

$$F_g - F_t = m \cdot g \cdot \sin \alpha - m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f = m \cdot g \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha)$$

Pri pohybe nahor bude výslednica opäť pôsobiť proti pohybu:

$$F_g + F_t = m \cdot g \cdot \sin \alpha + m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f = m \cdot g \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

Pozrime sa teraz na nehybný bod plechu (označme ho N). Časť plechu od N nahor sa pohybuje nahor a časť od N nadol sa pohybuje nadol. Nech vzdialenosť N od dolného kraja plechu je x a vzdialenosť N od horného okraja y (to všetko v neroztiahnutom stave plechu).

Proti pohybu hornej časti pôsobí tretia sila $F_{th} = (y/l) \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f$ (čiže nadol), proti pohybu dolnej časti $F_{td} = (x/l) \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f$ (čiže nahor), kde $m = 8 \text{ kg}$. N je v pokoji, takže rozdiel síl F_{td} a F_{th} musí byť kompenzovaný zložkou tiažovej sily rovnobežnou so strechou $F_g = m \cdot g \cdot \sin \alpha$ (pôsobiacou nadol). Teda môžeme napísať rovnicu:

$$F_{td} - F_{th} = F_g$$

$$(x/l) \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f - (y/l) \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f = m \cdot g \cdot \sin \alpha \quad / \cdot (m g f)^{-1}$$

$$(x/l) \cdot \cos \alpha - (y/l) \cdot \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{f} \quad / \cdot l \cdot (\cos \alpha)^{-1}$$

$$x - y = \frac{l \cdot \sin \alpha}{f \cdot \cos \alpha} = \frac{l \cdot \tan \alpha}{f}$$

Z toho vidíme, že $x > y$, takže N leží vyššie, ako riadne ťažisko plechu a teda plech sa bude viac roztáhovať nadol, ako nahor. Keď sa plech úplne najviac roztiahne, prichádza sťahovanie. To prebieha prakticky rovnako, len sa vymenia hodnoty x a y , pretože nadol zlieza horná časť plechu, a nahor putuje dolná časť. Naďalej bude po streche nadol pôsobiť $F_{th} = (y/l) \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f$ a po streche nahor $F_{td} = (x/l) \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f$. Celý postup bude presne opačný, ako pri sťahovaní, ale ťažisko sa aj v tomto prípade bude posúvať nadol. Keď sa plech roztáhuje, jeho ťažisko prejde nadol vzdialenosť $z \cdot \alpha_p \cdot 100 \text{ K}$, kde z je vzdialenosť ťažiska v neroztiahnutom stave od N (inak povedané $(x-y)/2$). Pri sťahovaní prejde rovnakú dráhu.

Za 1 deň teda ťažisko plechu prejde dráhu:

$$d = 2 \cdot z \cdot \alpha_p \cdot 100 K = 2 \cdot (x - y) / 2 \cdot \alpha_p \cdot 100 K = 2 \cdot (l \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot f^{-1}) / 2 \cdot \alpha_p \cdot 100 K = 0,0009815 m = 0,9815 mm$$

Takže za letné prázdniny trvajúce 62 dní prejde ťažisko plechu (a teda aj plech ako taký):

$$0,9815 mm \cdot 62 = \mathbf{60,853 mm}$$

Tento výsledok, samozrejme, predpokladá normálne stúpanie a klesanie teploty počas dňa, lebo keď napr. uprostred stúpania teplota klesne, a potom zase bude stúpať, spôsobí to nejaké-to posunutie plechu navyše. Iné podmienky ma prakticky nemusia zaujímať, lebo mám jasne dané f , výkyvy teploty a pravdepodobne aj rovnomerné rozloženie výhy v celej ploche plechu.

Prakticky niet čo dodať! ;)