9b, Peter

Patrik Švančara
patriksvancara@gmail.com

FKS úloha A4

Na úvod si spočítame, akou rýchlosťou musí vlastne valec rotovať. Falošná tiaž je vo valci vlastne dostredivé zrýchlenie, ktoré my vnímame ako odstredivé:

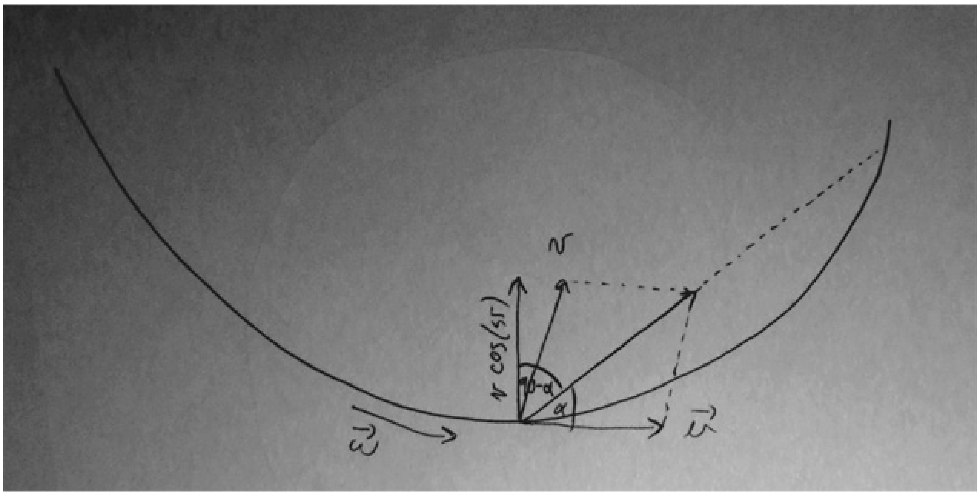
$$g = \frac{u^2}{R}$$
$$u = \sqrt{gR} = 100\, ms^{-1}$$

Dôležité je si uvedomiť, že takéto zrýchlenie je iba naoko rovnaké ako gravitácia. Hlavný rozdiel je v tom, že gravitácia je **pole**, ale odstredivosť je iba dôsledok **neinerciálnej** sústavy.

V praxi to znamená iba toľko, že ak vyhodíme loptičku v gravitačnom poli, bude sa správať úplne normálne – tj. po určitom čase sa prestane stúpať nahor a začne nám pomaly padať. Ak sa pozeráme na náš valec z inerciálnej vzťažnej sústavy, napríklad niekde zvonku, po vyhodení loptička už nie je v nijakom kontakte s valcom, nepôsobí na ňu žiadna sila a teda bude sa pohybovať podľa pána Newtona **rovnomerne priamočiaro**.

Pre jednoduchosť predpokladajme, že loptička sa pohybuje v rovne kolmej na os symetrie valca. Ak by to tak nebolo, fyzika by sa nezmenila, akurát by sme museli počítať s hnusnými a otravnými kosínusmi a sínusmi a vôbec.

Keďže máme priamočiary pohyb, jediné, čo nás zaujíma je veľkosť a smer rýchlosti loptičky v inerciálnej sústave. Táto rýchlosť je zložená z 2 zložiek. Prvá je samotná rýchlosť v, druhá je však rýchlosť u, ktorá v mieste vyhodenia loptičky má smer určený dotyčnicou k valcu (bez ujmy na všeobecnosti predpokladajme, že loptička je vyhodená v najnižšom bode valca). Nakreslíme si obrázok a predpokladáme najskôr, že smer rýchlosti valca a loptičky je v tom istom smere:



Pre nás dôležitá je veľkosť rýchlosti a uhol jej vektora s dotyčnicou v mieste hodu:

Pre zložky rýchlosti platí

$$v_x = v\cos(45°) = \frac{v\sqrt{2}}{2}$$
$$v_y = v\sin(45°) = \frac{v\sqrt{2}}{2}$$
$$u_x = u$$
$$u_y = 0$$

Urobíme klasický vektorový súčet:

$$v_{lop} = \sqrt{(v_x + u_x)^2 + (v_y + u_y)^2}$$
$$v_{lop} = \sqrt{\left(\frac{v\sqrt{2}}{2} + u\right)^2 + \left(\frac{v\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 107\, m\, s^{-1}$$

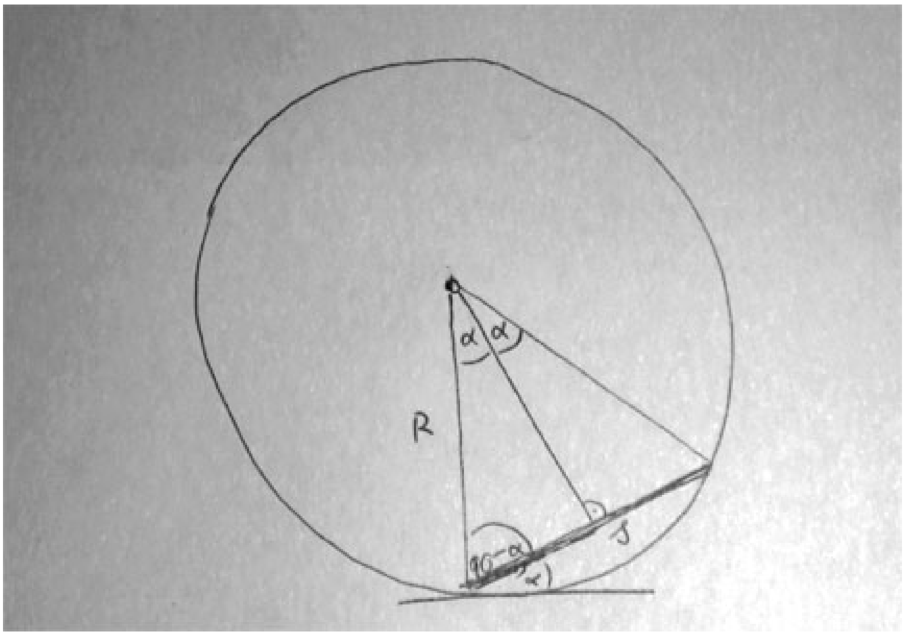
Z obrázka je snáď jasný vzťah pre uhol α:

$$\sin\alpha = \frac{v\frac{\sqrt{2}}{2}}{v_{lop}} = \frac{v\sqrt{2}}{2\, v_{lop}}$$

Tento uhol je zrejme veľmi malý. S presnosťou na 3 desatinné miesta (overil som si, neklamem :-D) môžeme písať zjednodušenie

$$\sin\alpha = \alpha = \frac{v\sqrt{2}}{2\, v_{lop}}$$

Teraz, keď už všetko, čo potrebujeme, poznáme, si vypočítame čas, ktorý bude loptička vo vzduchu. Potrebujeme ešte dĺžku tetivy, ktorá tvorí trajektóriu loptičky. Z obrázka máme 2 zhodné pravouhlé trojuholníky, tetiva bude teda:



$$s = 2(R\cos(90 - \alpha)) = 2R\sin\alpha = 2R\alpha$$

Ak by sa valec v momente vyhodenia loptičky prestal otáčať, zjavne by loptička pristála o uhol 2α ďalej (uhol je meraný medzi miestom vyhodenia a miestom dopadu). Avšak valec rotuje smelo ďalej, a loptičku dobieha. Výsledný uhol, o aký loptička odletí, je

$$\delta = 2\alpha - \omega T$$

kde T je čas, ktorý loptička letí:

$$T = \frac{2R\alpha}{v_{lop}}$$

Vzdialenosť meraná po povrchu valca je zrejme $x = \delta R$. Ak si dosadíme všetky vypočítané veci, dostaneme finálny vzorček

$$x = \delta R$$
$$x = (2\alpha - \omega T) R$$
$$x = 2\alpha R - \frac{u}{R}\frac{s}{v_{lop}} R$$
$$x = 2\alpha R \left(1 - \frac{u}{v_{lop}}\right)$$
$$x = 2\alpha R \left(1 - \frac{u}{v_{lop}}\right)$$
$$x = \frac{v\sqrt{2}}{v_{lop}} R \left(1 - \frac{u}{v_{lop}}\right)$$

Po dosadení všetkého som dostal výsledok že *x = 8,65 m*. V normálnej gravitácii by bol výsledok rovný 10 m, v tomto prípade nám do hry vstupuje v neinerciálnej otáčajúcej sa sústave ešte Coriolisova sila, ktorá by vzniknutý rozdiel spôsobiť mohla.

Zabudli sme na jeden efekt. Predpokladali sme, že smer rotácie je rovnaký ako je smer, do ktorého hádžeme loptičku. Čo ak to bude naopak? Výsledný vektor rýchlosti bude smerovať do opačného smeru ako sme loptičku hodili a loptička bude mať rýchlosť

$$v_{lop} = \sqrt{(v_x - u_x)^2 + (v_y + u_y)^2}$$
$$v_{lop} = \sqrt{\left(\frac{v\sqrt{2}}{2} - u\right)^2 + \left(\frac{v\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 93\, m\, s^{-1}$$

Pokiaľ sa nemýlim, všetky ostatné výpočty sú symetrické. Po vyhodení v tomto smere teda loptička pôjde rovnakým smerom, ako v prvom prípade, aj napriek tomu, že sme ju hádzali v smere opačnom – zasa za to bude môcť tá hnusná Coriolisova sila. Bude to vyzerať, ako keby ju to bolo poriadne odfúklo dakam preč :) Výsledný vzorec pre diaľku dopadu je teda

$$x = \frac{v\sqrt{2}}{v_{lop}} R \left(1 - \frac{u}{v_{lop}}\right) \approx 13{,}57\, m$$

Oplatí sa nám teda hádzať oproti smeru otáčania valca :-)

Pekne!