František Dráček
IV.A
GymPB
Dolná Mariková 237, 018 02
Úloha A4

Čo bude hrať hlavnú rolu v našej úlohe? Bublina sa nachádza vo vákuu, čiže tlak z vonku nám nebude zohrávať žiadnu úlohu.
Povrchové napätie bude napínať povrch a snažiť sa zmenšiť jeho obsah. To bude jedna sila. Kedže bublina má dva povrchy. Vnútorný a vonkajší. Tu sa mi ale tisne na jazyk otázka, že ako ovplyvní povrchové napatie fakt, že jedno rozhranie bude mydlo/vzduch, druhé mydlo / vákuum, čiže asi nebudú rovnaké, ale tak na to sa vykašlem s tým že tie zmeny budú malé.

Takže smerom do stredu nám bude posobiť sila povrchového napätia.   A kompenzovať ju bude tlak ktorý bude z vnútra pôsobiť na blanu. Vzduch vo vnútri bude sa správať adiabaticky, ale ak budeme predpokladať že bublinky sú dostatočne malé, tak môžme uvažovať aj izotermickú závislosť.

Najprv som chcel príklad riešiť z energetického hľadiska. Sústava je izolovaná v atmosfére. takže bude platiť ZZE. Pričom zmena energie blany bude umerná zmene vnútornej energie plynu. (dW = dQ) energie plynu, a ak nezanedbáme vzhľadom na malú hmotnosť kinetickú energiu blany, tak aj tú musíme zobrať do úvahy.

Avšak z týmito úvahami som sa nedokázal dopracovať k riešeniu.

Preto som išiel na to iným spôsobom, pričom som vychádzal s modelu na odvodenie rozdielu tlakov vnúrti a vonku v bubline.

Pri equilibriu je sila povrchového napätia vykompenzovaná tlakom plynu vnútri bublinky. Tento tlak je ľahké spočítať, je to tkz. La placeov tlak a ten má veľkosť $\Delta p = 4\sigma/R$ kedže bublinka je vo vákuu, tak je delta p rovné tlaku vo vnútri bublinky. To znamená, že bublina v stave rovnováhy bude posobiť rovnako veľkým tlakom, na plyn v vnútri. Môžme si ale všimnúť, že tento tlak je závislý len na povrchovom napätí a polomere. Tlak vnútri bublinky je závislý len na teplote, počte molekúl. Ak si zoberieme, že blana bubliny sa roztiahne v radiálnom smere, tlak vo vnútri sa zmení podľa rovnice $p_{\ in} = /V$. A tlak bubliny bude $p_{out} = 4\sigma/R$. ak si zoberieme element plochy bubliny, tak radiálnom sile bude pôsobiť sila $F_{out} = p_{out} * S$, $F_{in} = p_{in} * S$.

Pohybová rovnica bude $ma = p_{out} * S - p_{in} * S$ teraz si musíme vyjadriť plochu. Nalepšie urobíme ak si vyberieme malý element plochy, pri ktorom môžme prehlásiť, že sila pôsobí kolmo na tento element. Popíšme si teda nejaký element plochy ako funkciu polomeru.

Plocha zvoľme si plochu dS(r) pre polomer rovnovážnej polohy. Ak sa nám bublinka radiálne natiahne, naša nová plocha bude úmerná R'^2, konkrétne $S' = S_0 R'^2/R_0^2$.

Takže:

$$ma = p_{out} S_0 R'^2/R_0^2 - p_{in} S_0 R'^2/R_0^2$$

$$ma = \frac{4\sigma S_0 {R'}^2}{R' R_0^2} - \frac{S_0 {R'}^2}{R_0^2} \frac{p_0 V_0}{V}$$

Kde si môžme vyjadriť tlak v stave rovnováhy ako La placeho tlak pre polomer R_0 .(rovnovážna poloha)

František Dráček
IV.A
GymPB
Dolná Mariková 237, 018 02
Úloha A4

$$ma = \frac{4\sigma S_0 R'^2}{R' R_0^2} - \frac{S_0 R'^2}{R_0^2}\frac{\frac{4\sigma}{R_0}\frac{4}{3}\pi R_0^3}{\frac{4}{3}\pi R'^3}$$

$$m = S_0 \rho h$$

Kde ρ je hustota, h šírka blany v rovnovážnej polohe, S_0je element plochy v rovnovážnej polohe.

$$a = \frac{4\sigma S_0 R'^2}{S_0 \rho h R' R_0^2} - \frac{S_0 R'^2}{S_0 \rho h R_0^2}\frac{\frac{4\sigma}{R_0}\frac{4}{3}\pi R_0^3}{\frac{4}{3}\pi R'^3}$$

$$a = \frac{4\sigma R'}{\rho h R_0^2} - \frac{1}{\rho h}\frac{4\sigma}{R'}$$

$$a = \frac{4\sigma}{\rho h}\left(\frac{R'}{R_0^2} - \frac{1}{R'}\right)$$

$$a = \frac{4\sigma}{\rho h}\left(\frac{R_0 + dx}{R_0^2} - \frac{1}{R_0 + dx}\right)$$

Zlomok $\frac{1}{R_0+dx}$ si aproximujeme na $\frac{1}{R_0}(1 - \frac{dx}{R_0})$

$$a = \frac{4\sigma}{\rho h}\left(\frac{R_0 + dx}{R_0^2} - \frac{1}{R_0}(1 - \frac{dx}{R_0})\right)$$

$$a = \frac{4\sigma}{\rho h}\left(\frac{2dx}{R_0^2}\right)$$

$$-\ddot{x} = \frac{8\sigma}{R_0^2 \rho h} x$$

Riešením tejto siferenciálnej rovnice bude x=Asin(wt + a) + Bcos(wt+b)

Nemáme presne určeté okrajové podmienky, takže nech x=sin(wt)

Pričom $w = \sqrt{\frac{8\sigma}{R_0^2 \rho h}}$

Rovnica kmitov: $w = A_0 \sin\left(\sqrt{\frac{8\sigma}{R_0^2 \rho h}}\ t\right)$

Frekvencia: $f = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2\sigma}{R_0^2 \rho h}}$