FKS 11/12 z s1
Jakub Šafin
A3: Mláčka

Povrchové napätie bude spôsobovať, že sa voda snaží pri danom objeme si zachovať čo najmenší povrch, čo sa dá vyjadriť tak, že si zavedieme nejakú energiu uloženú v povrchu vody, tzv. povchovú energiu. Táto energia je spojená s povrchom jednoduchým vzorčekom

$$E_s = \gamma S$$

kde γ je povrchové napätie.

Ak by sme neuvažovali gravitáciu, tak útvar, ktorý má pri danom objeme najmenší povrch je guľa (keďže povrchové napätie voda-vzduch je rovnaké ako voda-stôl, správa sa voda tak isto ako keby sa vznášala vo vzduchu).

S gravitáciou ale máme ďalšiu silu, ktorá vodu tlačí dole. Tým sa vodná guľa zdeformuje tak, aby bolo minimum energie stále zachované, ale okrem povrchovej energie musíme zarátať aj tiažovú potenciálnu. Máme teraz 2 protichodné efekty: jednak gravitácia tlačí vodu dole, aby bolo ťažisko čo najnižšie, dvak povrchové napätie sa snaží ju čo najviac zaguľatiť. Teraz bude mať nejaký iný tvar… ktorý vieme odhadnúť plochou mláčkou (voda má povrchové napätie vcelku silné, ale na druhej strane je taká hustá, že gravitácia je fakt tou silou, ktorej efekt prevažuje, čo koniec koncov vidíme aj ak si to vyskúšame).

Takúto rozplizlú vodu si môžeme dosť dobre modelovať vrstvou konštantnej hrúbky, veľmi malej oproti ploche S, ktorú na stole zaberá. Potom sa celkový povrch približne rovná $2S$, lebo povrchy sú 2, jeden hore, druhý dole, a hrúbka tejto vrstvy je $t = \frac{V}{S}$. Potenciálna energia (vzhľadom na stôl), ak si uvedomíme, že ťažisko tejto vrstvy je v strede medzi vrchným a spodným povrchom, je (ρ - hustota vody)

$$E_p = \frac{tmg}{2} = \frac{tV\rho g}{2}$$

Celková energia vody je

$$E = E_s + E_p = 2\gamma S + \frac{tV\rho g}{2} = V(\frac{2\gamma}{t} + \frac{t}{2})$$

(aha, objem vypadol pred zátvorku, takže ploché mláčky budú vždy približne rovnako ploché!) Derivovaním získame

$$\frac{dE}{dt} = V(-\frac{2\gamma}{t^2} + \frac{\rho g}{2})$$

a položením derivácie rovnej nule dostaneme minimum energie pre

$$t = 2\sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$$

Ešte sa musíme presvedčiť, že to nie je maximum. Druhá derivácia

$$\frac{d^2E}{dt^2} = 2V\frac{2\gamma}{t^3}$$

čo je pre kladné V, t, γ kladné, teda ide isto o minimum.