



Fyzikálny korešpondenčný seminár

30. ročník, 2014/2015

FKS, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava

e-mail: otazky@fks.sk

web: <http://fks.sk>

Ahoj!

Korešpondenčný seminár FKS je fyzikálna súťaž organizovaná študentmi Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Neprinášame iba klasické učebnicové príklady, ale hlavne zaujímavé experimenty či situácie, ktoré poznáme z bežného života. Skrátka, snažíme sa ukázať, že fyzika nie je nudná a nezaujímavá, ba dokonca ani taká ťažká, ako sa občas zdá.

Máme za sebou už 29 ročníkov FKS a za tento čas sa ukázalo, že skúsenosti získané jeho riešením sú užitočné nielen v škole, ale aj v rôznych súťažiach, či pri prijímacích skúškach na vysoké školy. V oboch dosahujú naši riešitelia výborné výsledky – študujú na najlepšíh školách u nás i v zahraničí, zúčastňujú sa medzinárodných fyzikálnych olympiád (v Kórei, Singapore, Španielsku, Vietname, Mexiku...), odkiaľ skoro všetci riešitelia FX (viď nižšie) nosia cenné medaily.

Súťaž prebieha korešpondenčnou formou. V rukách držíte zadania prvej série úloh. Ich riešenia (*celý postup, nie len výsledok*) nám pošlite do stanoveného termínu buď poštou, alebo elektronicky (<http://submit.fks.sk>). Riešenia opravíme, obodujeme a spolu so vzorovými riešeniami pošleme späť. Takto prebehnú do mája tri série súťaže, na základe ktorých vyberieme tých najlepších na júnové sústredenie (prvých 12 z každej kategórie, v prípade nezáujmu pozvaných pozývame náhradníkov podľa výberu vedúcich, spravidla ďalších podľa poradia).

Sústredenie je týždňová akcia, na ktorej popri prednáškach a seminároch venovaných fyzike zažijete skvelú zábavu, akčné hry, večery pri gitare, nechýbajú ani divadlá, počúvanie poplašných správ v dedinskom rozhlase, nočná hra, ... Hlavne však spoznáte skvelých ľudí! Ak aj fyzika nebola vždy vašou obľúbenou disciplínou, zistíte, že fyzici sú super. Všetky informácie o FKS vrátane fotiek zo sústredka nájdete na <http://fks.sk>.

Veľa zdaru Ti prajú Tvoji vedúci!

Ďakujeme sponzorom a podporovateľom seminára:



Pravidlá a postihy (BUBUBU)

- Od zverejnenia zadání série na našej stránke Ti garantujeme aspoň 3 týždne času na riešenie.
- Súťažiť môžeš v jednej z dvoch kategóriach s označením **A** (pre ostrieľanejších) a **B** (začínajúcich strelcov). To, ktorá kategória je pre teba určená, vieš zistiť, keď si vypočítaš svoj **FKS koeficient**. Ten nájdeš nasledovným spôsobom:

$$3 - \text{počet rokov do maturity} + \text{počet úspešných semestrov}.$$

Semester sa považuje za úspešný, ak si sa v ňom umiestnil v prvej trojke riešiteľov na jednej z výsledkoviek alebo ak si sa počas neho zúčastnil sústredu FKS.

- Ačko môžeš riešiť s akýmkoľvek FKS koeficientom.
 - Ak tvoj koeficient **nie je väčší ako 3**, môžeš riešiť kategóriu B.
 - Ak si sa niekedy účastnil celoštátneho kola fyzikálnej olympiády, tak musíš riešiť Ačko.
- V každej kategórii sa hodnotia štyri príklady s označením 1 až 4.
 - Špeciálny nultý príklad v Béčku je pre teba určený, ak je tvoj FKS koeficient menší alebo rovný 0. Ak ho pošleš spolu s ďalšími úlohami, do hodnotenia sa ti započítajú *štyri najlepšie vyriešené príklady z Béčka*.
 - Ak si si nie istý, do ktorej kategórie spadáš, na <http://fks.sk/pravidla/pravidla.php> nájdeš jednoduchú aplikáciu, ktorá ti pomôže. Po zadaní všetkých údajov ti prezradí, ktoré príklady sú pre teba určené.
 - Do pozornosti dávame aj špeciálnu kategóriu FX (<http://fks.sk/fx>), ktorá je určená skutočným labužníkom. Výsledky z FX sa k celkovým FKS výsledkom pripočítavajú iba vtedy, ak si riešil kategóriu A a dosiahol si aspoň *75 % bodov* najlepšieho riešiteľa. Tým sa po skončení korešpondenčnej časti k normálnym bodom *pripočítajú body získané vo FX* za príslušné obdobie. Okrem toho máme pre teba ďalšiu skvelú ponuku. Ak samostatne v kategórii FX dosiahaš v danom polroku aspoň *polovicu plného počtu bodov*, budeš *automaticky pozvaný* na sústredenie, aj keby si v žiadnej FKS výsledkovke nevystupoval.



Úlohy rieš samostatne! Za odpisovanie strhávame body a sme agresívni.



Príklady posielaj načas! Dôležitý je *termín odoslania* riešení (ak posieľaš poštou, tak rozhoduje pečiatka odoslania). Za jeden deň po termíne ti strhneme 25% tvojich získaných bodov zaokrúhlených nadol. Riešenia odovzdané neskôr už neakceptujeme. Ak kvôli nejakému závažnému dôvodu nestíhaš odoslať riešenia načas, neváhaj nás kontaktovať na otazky@fks.sk a vyriešime to individuálne.

Ako má vyzerat' moje riešenie?

- Každý príklad píš na *osobitný papier* A4. Viacstranové riešenie nezabudni zopnúť spinkou.
- Na každý papier napíš hore *hlavičku* s **menom, triedou, školou a číslom príkladu**. Inak u nás vo FKS zavládne chaos!
- Je iba málo vecí, ktoré vedia priviesť opravovateľa, ktorý je v časovom strese, do stavu nepríčetnej zúrivosti. Nečitateľné riešenia to však dokážu perfektne. Pokiaľ nevieš písať čitateľne a táto choroba sa u vás dedí po generácie, skús pouvažovať o písaní na počítači.
- Pri elektronických riešeniach sú ideálne počítačové formáty pdf a doc. Vieme prežiť ešte docx a vo výnimočných prípadoch aj png a jpg. Ak však používaš Linux, prosím ukladaj súbory do doc, nie do odt.

Ako získať veľa bodov za moje riešenie?

Ako v mnohých iných súťažiach, aj tu platí jednoduchá zásada – písať všetko, čo o príklade vieš. Teda, aj keď nevieš celé riešenie, oplatí sa spísať aspoň časti riešenia (názory, postrehy, pokusy, náčrty). Pokiaľ však o svojom riešení vieš, že nie je úplné, určite to napíš!

Neprepadaj panike! Ak príklad nevieš vyriešiť, pravdepodobne to znamená, že je ťažký. Ak je ťažký pre teba, tak je zrejme ťažký aj pre iných. Nikto nevraví, že musíš byť v prvej trojke. Aj 12. miesto je úspech – minimálne z hľadiska pozvania na sústredko.

Opravovateľ je (väčšinou) tiež len človek a občas sa stane, že mu geniálna myšlienka v tvojom riešení unikne. Ak máš pocit, že si obeťou konšpirácie a nezmyselnej lobby zameranej na poškodenie tvojej osoby, napíš k príkladu pár milých slov (podľa možnosti niečo pádnejšie ako „Chcem viac bodov!“) a pošli ho späť. Jednoduchšie však bude, ak napíšeš mail.

Neopisuj! Po prvé, je to nemorálne. Po druhé, aj tak na to prideme. Ak sa dve riešenia líšia iba farbou pera, nedementný opravovateľ si to nabetón všimne. Ak aj vám priamo nebudú strhnuté body, budeme vás ohovárať na priedomku.

Pokiaľ nepochopíš úplne presne zadanie príkladu, môžeš sa nás na podrobnosti opýtať e-mailom na otazky@fks.sk. Oplatí sa ale tiež sledovať debatu zverejnenú na našej stránke <http://fks.sk>. Pokiaľ by bola v príklade nejaká vážnejšia nejasnosť, nedaťbože chyba v zadaní, na debate sa zjaví opravené zadanie príkladu.

Chcem začať riešiť! Čo mám spraviť?

Zaregistruj sa na <http://submit.fks.sk> a začni čo najskôr počítať. Nečakaj však, že všetko stihneš porátať za posledný víkend či hodinu slovenčiny v deň termínu odoslania série :).

Veľa zdaru Ti prajú Tvoji vedúci!

Zadania 1. kola letnej časti 2014/2015

Termín: 23. 02. 2015

B0 – Rozvrat nad sušiakom (9 bodov)

Samko s Helbojom si kúpili nový sušiak. Priniesli teda mokré prádlo, rozostavili ho do stredu izby, no stačilo jedno neopatrné šfuchnutie a sušiak sa prevrátil. Nasledoval takýto rozhovor:

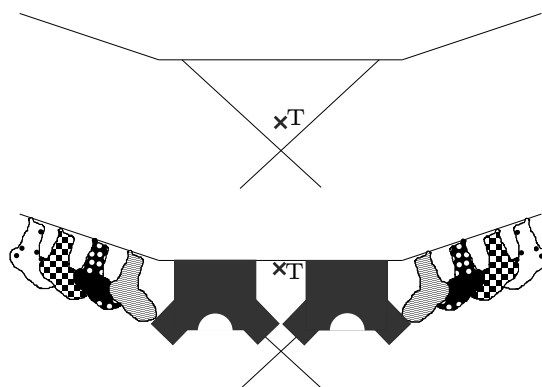
„Ty si ale ľavý, dúfam, že ho takto neprevrátiš aj s vecami.“

„Nerob paniku, s prádlom sa určite neprevráti.“

„Ale však keď na ňom budú veci, to bude mať ťažisko ešte vyššie!“

„Blbosť, určite bude stabilnejší, si to zrátaj!“

Ale keďže ani jednému sa rátať nechcelo, ostali na seba len škaredo pozerieť. Viete vyriešiť ich spor? Bude mať sušiak väčšiu stabilitu¹ s prádlom, či bez prádla?



Obr. 1: Sušiak bez vecí a s vecami.

B1 – Ach, zas toľko ľudí? (9 bodov)

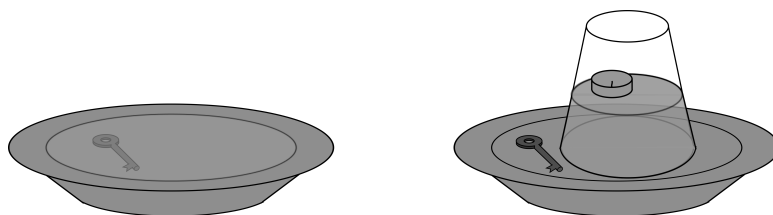
Vladko cestuje preplneným autobusom (č. 39). Keďže je tam veľa ľudí, už sa nemá čoho chytiť. Takže jediná možnosť, ktorá mu zostala, je tlačiť rukou o strop a dúfať, že ho trenie udrží na mieste. Akou silou sa musí zaprieť, aby pri zabrzdení autobusu nespadol a neprivalil nejakého suseda? Koeficient šmykového trenia medzi rukou a stropom, maximálne spomalenie autobusu a ďalšie potrebné parametre sa pokúste odhadnúť, prípadne nájsť. Predpokladajte, že Vladko nosí pevnú obuv s kvalitnou podrážkou, a teda koeficient šmykového trenia medzi podlahou a jeho topánkami je dostatočne vysoký na to, aby sa jeho chodidlá za žiadnych okolností nepohli (samozrejme, zvyšok jeho tela sa môže, voči jeho chodidlám, napríklad otočiť). Uvažujte, že ťažisko Vladka sa nachádza v troch pätinách jeho výšky. Vladkova výška sú dve tretiny vzdialenosti medzi podlahou a stropom.

¹Stabilitu chápajte ako energiu, ktorú musíme dodať sušiaku na to, aby sa prevrátil.
<http://cs.wikipedia.org/wiki/Stabilita>

B2 – Statočný Samec a sosavá čaša (9 bodov)

„Uf, to bola fuška“, povedal si Samec, keď prekonal všetky pasce prastarej hrobky a od pokladu ho delili už len jediné dvere – zamknuté. Porozhliadol sa po okolí a náhodou si všimol veľký kamenný stojan s tanierovitou misou uprostred miestnosti. Misu vyplňala podozrivo žiariaca zelená kvapalina a na jej dne presvital kľúč. Také finty už pozná. Má tú žbrndu vypiť. Samec ale zapojil mozgové bunky a otvoril svoj kufrík mladého bádateľa.

Do kamenného taniera položil horiacu sviečku a prikryl ju sklenou čašou z predošlého dobrodružstva (dnom nahor). Keď sviečka zhasla, čaša do seba začala nasávať tekutinu a po chvíli mohol kľúč pohodlne vytiahnuť. Ako to urobil? Čo prinútilo kvapalinu stiahnuť sa do čaše?



Obr. 2: Situácia pred a po nasatí.

B3/A1 – Hmm ... mňam, keksíky! (9 bodov)

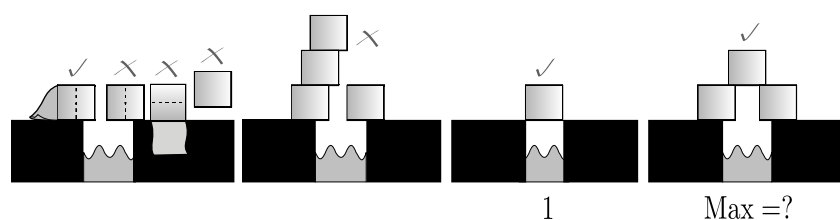
Maťo bol na návšteve u Čukčov a ako pozornosť priniesol svoje obľúbené sušienky. Poznáte to: dve tmavé okrúhle sušienky a medzi nimi biela náplň. „Éj, tie tu poznáme!“, vraví jeden z Čukčov a na Maťovo zdesenie začali keksíky jesť úplne nesprávnym spôsobom. Chytili obe sušienky, odtrhli ich od seba a zlizli náplň. „Ale takto sa to predsa robí správne“, vyhlásil Maťo a krútením oddelil vrchnú sušienku od krému. „Ale čoby, veď my sme to takto robili vždy a dobre bolo“, nedal sa najstarší Čukča. Zúfalý Maťo sa teda rozhodol pre fyzikálne argumenty. Za lepši spôsob bude uznaný ten, ktorý vyžaduje menšiu silu. Zmerajte, aká sila je potrebná na odlúpnutie hornej sušienky a aká sila (pôsobiaca na okraji sušienky) na jej odkrútenie. Ktorý spôsob vyžaduje menšiu silu a o koľko?

B4/A2 – Rodený staviteľ (9 bodov)

Tommy si vo voľných chvíľach na záchode stavia mosty z toaletných papierov. Predstavme si, že máme postupne 2 až 10 rovnakých roliek toaletáku (Pre jednoduchosť si ich budeme predstavovať ako kvádriky.).

Mostom budeme nazývať ľubovoľný útvar, ktorý je súvislý, stabilný (nezrúti sa pod svojou vlastnou váhou) a dokáže preklenúť nenulovú vzdialenosť. Kvôli jednoduchosti budeme uvažovať iba dvojrozmerný prípad (teda osi toaletákov sú všetky zvislé a v jednej rovine). Oba konce mostov sú v rovnakej výške a trenie medzi toaletákmi je také malé, že sa naň nemôžeme spoliehať. Akú najširšiu rieku vieme preklenúť s použitím N toaletákov?

Riešte pre $N = 2$ až 10 (netreba pre všeobecné N). Bodovanie bude tentokrát neštandardné: pre každé N získate jeden bod, ak vaše riešenie bude spĺňať všetky podmienky zo zadania a zároveň rozpätie vášho mosta bude maximálne spomedzi všetkých odovzdaných riešení.



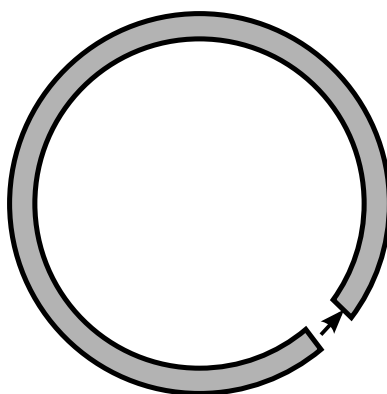
Obr. 3: Názorná ukážka: čo môžete a nemôžete robiť.

Podmienky:

- Toaleták musí byť stabilný: pod ťažiskom musí byť iný toaleták alebo breh, alebo ho musí zhora niečo vhodne pritláčať.
- Toaletáky nesmieme otáčať a ani sa nesmú len tak vznášať.
- Útvar na druhom obrázku nie je most, pretože nie je súvislý.
- Na treťom obrázku je optimum pre $N = 1$ – dokážeme premostiť rieku ľubovoľnej šírky menšej ako 1.
- Na štvrtom obrázku je naozaj most. Aké je jeho rozpätie, to už nechávame zistiť vás :-)

A3 – Hula hop (9 bodov)

Ach, tí bordelári! Niekoľko nechal v jazere pohodenú starú rozpojenú obruč. Plávala na hladine a rušila dojmy z krás okolitej prírody. Mišo k nej priplával a v mieste rozpojenia šľuchol do jedného konca. No nebol si istý, čo uvidel.



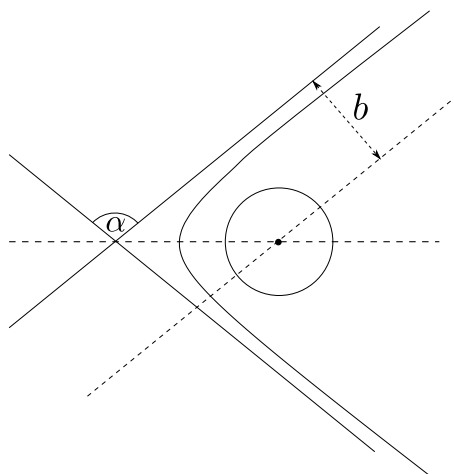
Obr. 4: Šľuch do rozpojenej obruče

Pohol sa druhý koniec obruče zároveň s prvým, alebo až trochu neskôr? A čo by sa stalo, keby bola obruč vo vákuu a mala polomer tak 100 000 km a nebola dutá, aby mohol šľuchnúť rovno do stredu prierezu? Dokázal by vôbec svojím prstom ovplyvniť takú obrovskú obruč?

A4 – Za Jupiterom odbočte vľavo (9 bodov)

Denda už viac nechce žiť na tejto planéte. Tak si zostrojila vesmírnu loď a rovnou čiarou si to namierila na Mars... a minula. Chcela zabočiť, ale spomenula si, že jej loď vlastne nemá bočné motory. Vie iba spomaľovať a zrýchľovať. Tak letela ďalej... Po čase sa pred ňou začal črtáť Jupiter a ona dostala nápad! Príťažlivá sila Jupitera ju predsa môže vychýliť z jej smeru! Stačí zvoliť vhodnú rýchlosť, vypnúť motory a nechať sa otočiť Jupiterom o požadovaný uhol.

Prezradíme, že jej loď sa bude **pohybovať po hyperbole**, v ktorej ohnisku leží Jupiter, a ktorej asymptota je od stredu Jupitera vzdialená b . Hmotnosť Jupitera je M , gravitačná konštanta je G . Akou rýchlosťou v má „vstúpiť“ do gravitačného poľa Jupitera, ak sa chce otočiť o uhol α (vo vzťažnej sústave Jupitera)?



Obr. 5: Hyperbolická trajektória rakety.

Zadania 2. kola letnej časti 2014/2015

Termín: 30. 03. 2015

B0 – Malý Lomonosov (9 bodov)

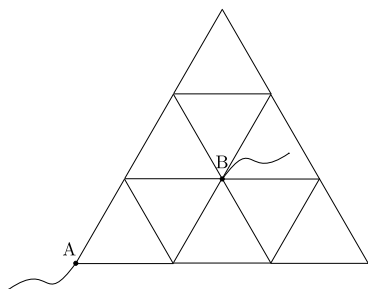
Na základoškolskej hodine chémie sme sa učili, že mólová hmotnosť (počet gramov na jeden mól látky) sa číselne rovná relatívnej atómovej hmotnosti (zhruba počet nukleónov). Prečo je to vlastne tak? A platí to vôbec vždy? Porovnajte relatívne atómové hmotnosti prvkov v tabuľkách s počtom ich nukleónov.

B1 – Chladí a nechladí (9 bodov)

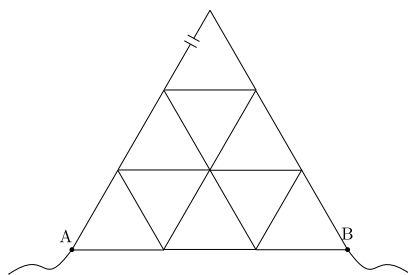
Čajka nedávno na sebe spozorovala zaujímavý jav.² Najprv doširoka otvorila ústa a pomaly fúkla vzduch na ruku. Pritom pocítila, že vzduch je pomerne teplý. No potom pery našpúlila ako kačička a znovu si na ruku fúkla z rovnakej vzdialenosti, no tentoraz na ruke pocítila chlad. Ako je možné, že rovnako teplý vzduch z jej pľúc pocítila raz ako teplý a raz ako studený?

B2 – Nielen LED stromček (9 bodov)

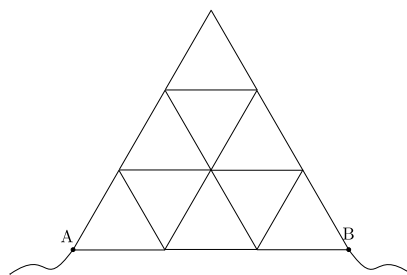
Maťo si vo voľnom čase zdobí izbu osvetlením z LED pásikov. Vo vianočnej edícii si z nich poskladal trojuholníkový stromček a skúšal rôzne spôsoby zapojenia k zdroju napätia. Aký odpor nameral v ustálenom stave v nasledujúcich prípadoch medzi bodmi **A** a **B**, keď každý pásik má odpor R ? Pozor, v druhom zapojení si Maťo zmyslel, že jeden pásik nahradí kondenzátorom. Pri riešení druhej a tretej schémy sa vám môže zísť *transformácia hviezda-trojuholník*.³



Obr. 6: Prvé zapojenie.



Obr. 7: Druhé zapojenie.



Obr. 8: Tretie zapojenie.

B3/A1 – Ti brzdí? (9 bodov)

Samec má pocit, že jeho bicykel pri voľnobehu spomaľuje viac, než by mal. Rozhodol sa preto jeho brzdenie zmerať. Aby mohol svoje výsledky porovnať, zmerajte brzdenie bicykla aj vy! Otočte bicykel hore nohami, roztočte jeho koleso a namerajte (napríklad pomocou programu *Tracker*) zastavovanie roztočeného kolesa v čase, konkrétne závislosť uhlovej pozície nejakého pevného bodu na kolese (napr. odrazky) v čase. Ak nemáte doma bicykel, tak to skúste s iným

²Nie, nebolo to vysokofrekvenčné trasenie jej nozdier.

³Viac o nej môžete nájsť v starších príkladoch FKS alebo na <http://goo.gl/fi6Wb3>

kruhovým predmetom otáčajúcim sa okolo pevnej osi. Zo získanej závislosti nakoniec zistíte závislosť uhlového zrýchlenia v čase.

Na určenie rýchlosti a zrýchlenia v čase exportujte dáta z *Trackeru* do nejakého tabuľkového procesora (*Excelu* alebo *OpenCalcu*) a ďalšie výpočty už robte priamo v nich. Rýchlosť určte na základe dvoch nasledujúcich uhlových pozícií φ_i a φ_{i+1} ako

$$\omega_{i+1} = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\Delta t}.$$

Podobne postupuje aj pre zrýchlenie.

Aby ste získali relevantné dáta, tak sa pokúste experiment opakovať aspoň 10-krát. Pri spracovaní nezabudnite na základe vami zistených údajov vypočítať pre každý bod v čase smerodajnú odchýlku⁴ (využite tabuľkový procesor). Nezabudnite, že na začiatku vami vybraného úseku môže mať koleso bicykla rôznu rýchlosť, a preto pri počítaní smerodajnej odchýlky pre jednotlivé body musíte v tabuľkovom editore posunúť dáta z rôznych meraní tak, aby malo koleso na začiatku približne rovnakú rýchlosť.

B4/A2 – Dvojhlavý tank (9 bodov)

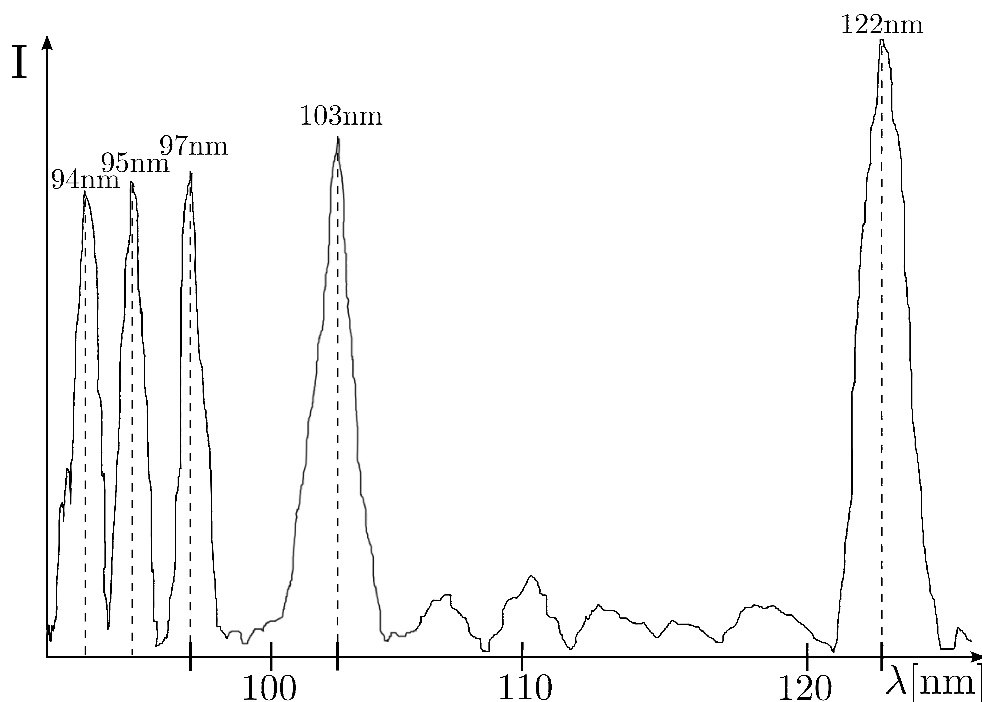
Nevieme odkiaľ, no máme bombastický tank, ktorý má dve hlavne namierené opačným smerom – samozrejme tak, že nemieria proti sebe ;-). V tanku je $N = 42$ nábojov s hmotnosťou $m = 20$ kg. Tank s nábojmi váži dokopy $M = 43$ t.

Potom tank začne strieľať striedavo z hlavni náboje rýchlosťou $v = 1\,000$ m/s s frekvenciou strieľania $f = 0,2$ Hz. Keďže tank je nezabrzdený a dobre naolejovaný, začne sa pohybovať. Ako ďaleko od pôvodného miesta vystrelí posledný náboj? Akej veľkej chyby by sme sa dopustili, ak by sme zanedbali zmenu celkovej hmotnosti tanku počas strieľania?

A3 – Žiarivý vodík (9 bodov)

Kubo ožaroval atómy vodíka svetlom s rôznymi vlnovými dĺžkami, pričom druhá časť jeho aparatury merala vyžarované spektrum vodíka. Po chvíli ho to však prestalo baviť a išiel si dať kávu. Zrazu však na vlastné oči videl, že jeho atómy zažiarili. Bohužiaľ, túto informáciu jeho high-tech aparatura nestihla zachytiť. Akú rôznu farbu mohlo mať svetlo, ktoré atómy vyžiarili? Využite pri tom grafickú informáciu o tom, aké svetlo atómy pohltili a aké nie.

⁴http://sk.wikipedia.org/wiki/Smerodajn%C3%A1_odch%C3%BDlka

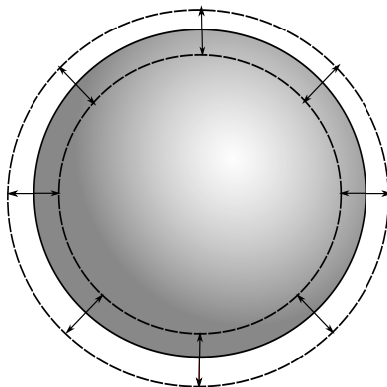


Obr. 9: Obrázok emisného spektra vodíku. Na zvislej osi je intenzita žiarenia (v relatívnych jednotkách), ktoré zachytila Kubova aparátúra v závislosti od rôznej vlnovej dĺžky.

A4 – Bublínková infekcia (9 bodov)

Jedného dňa si mikróby typu μ povedali, že chcú expandovať do iných svetov. A že nemali po ruke nič vzletnejšie, nechali sa z planéty vyfúknuť v poriadnej mydlovej bubline. Keď preplávali aj poslednými zvyškami atmosféry, mikrób Mišo sa zahľadel do číreho Slnka. Z ostrého svetla ho zaštekli brvy a kýchol. Bublina začala kmitať v radiálnom smere, tj. stále bola guľatá, no jej polomer sa periodicky zväčšoval a zmenšoval. Aká je frekvencia takýchto kmitov? Skúste sa pozrieť na to, ako sa mení sila na malý kúsok bubliny s meniacim sa polomerom.

Bublina mala vo vákuu polomer R a mydlovovodová vrstva hrúbku h , hustotu ρ a povrchové napätie σ .



Obr. 10: Znázornenie kmitajúcej bubliny.